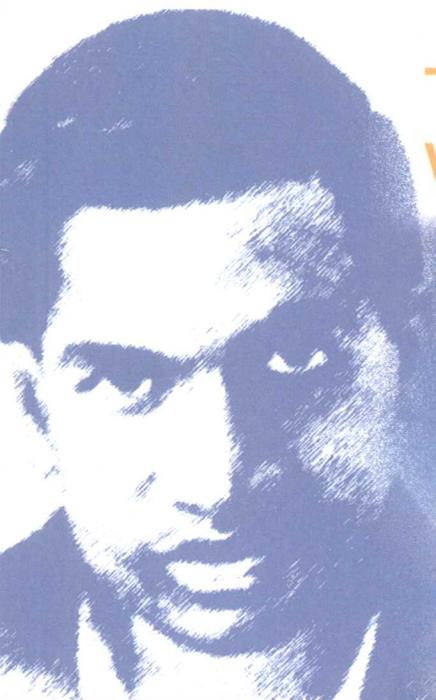




开放人文



# The Man Who Knew Infinity

*A Life of  
the Genius Ramanujan*

[美] 罗伯特·卡尼格尔 著 胡乐士 齐民友 译

Robert Kanigel

## 知无涯者

拉马努金传

上海世纪出版集团

# 知无涯者

## 拉马努金传

[美]罗伯特·卡尼格尔 著 胡乐士 齐民友 译

世纪出版集团 上海科技教育出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

知无涯者：拉马努金传/(美)卡尼格尔(Kanigel, R.)  
著；胡乐士，齐民友译.—上海：上海科技教育出版社，  
2008.12

(世纪人文系列丛书·开放人文)

ISBN 978-7-5428-4538-2

I. 知... II. ①卡...②胡...③齐... III. 拉马努  
金(1887~1920)—传记 IV. K833.516.11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 054966 号

---

责任编辑 傅勇 卞毓麟 金丽莉  
装帧设计 陆智昌 朱赢椿

---

**知无涯者——拉马努金传**

[美]罗伯特·卡尼格尔 著

胡乐士 齐民友 译

出版 世纪出版集团 上海科技教育出版社  
(200235 上海冠生园路 393 号 www.ewen.cc)  
发行 上海世纪出版集团发行中心  
印刷 上海江杨印刷厂  
开本 635×965 mm 1/16  
印张 30  
插页 13  
字数 400 000  
版次 2008 年 12 月第 1 版  
印次 2008 年 12 月第 1 次印刷  
ISBN 978-7-5428-4538-2/N·743  
图字 09-2008-689 号  
定价 42.00 元

知无涯者

世纪人文系列丛书编委会

主任

陈 昕

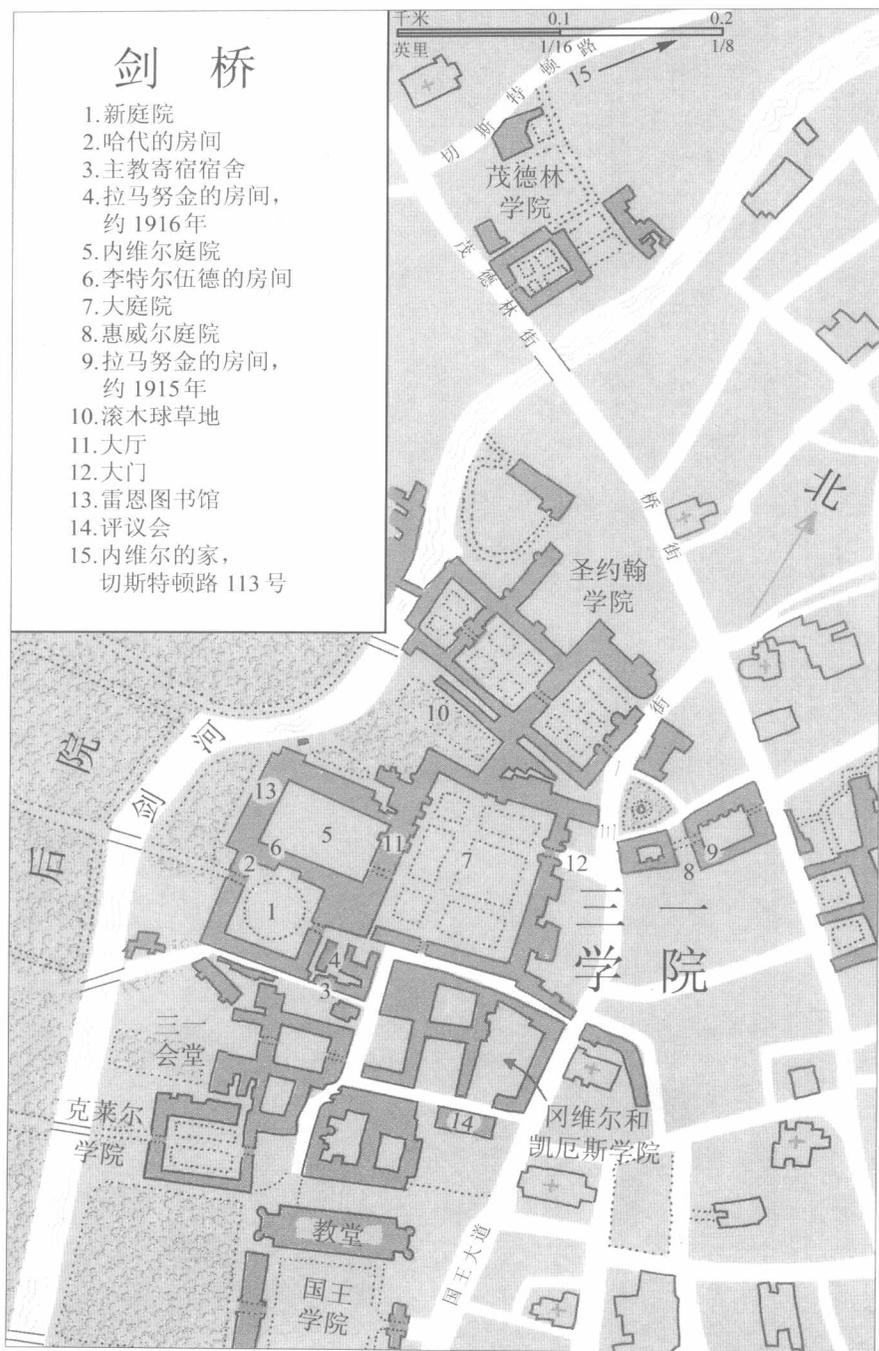
委员

丁荣生	王一方	王为松	毛文涛	王兴康	包南麟
叶 路	何元龙	张文杰	张英光	张晓敏	张跃进
李伟国	李远涛	李梦生	陈 和	陈 昕	郁椿德
金良年	施宏俊	胡大卫	赵月瑟	赵昌平	翁经义
郭志坤	曹维劲	渠敬东	韩卫东	彭卫国	潘 涛



# 剑桥

1. 新庭院
2. 哈代的房间
3. 主教寄宿宿舍
4. 拉马努金的房间,  
约 1916 年
5. 内维尔庭院
6. 李特尔伍德 的房间
7. 大庭院
8. 惠威尔庭院
9. 拉马努金的房间,  
约 1915 年
10. 滚木球草地
11. 大厅
12. 大门
13. 雷恩图书馆
14. 评议会
15. 内维尔的家,  
切斯特顿路 113 号



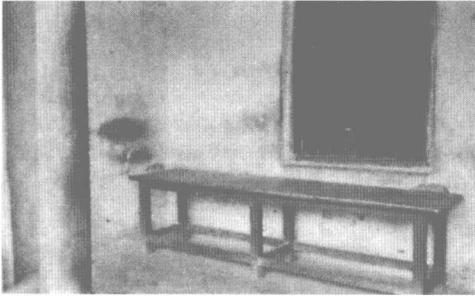
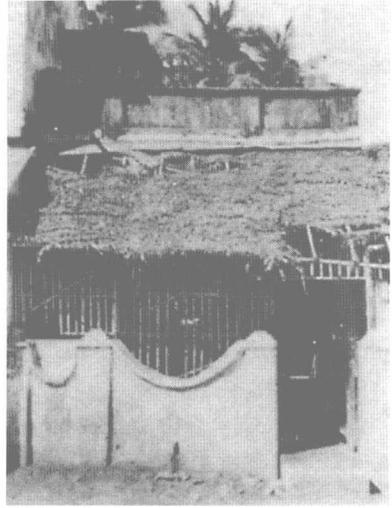


护照照片。拉马努金于1919年回印度时所摄。1937年哈代第一次看到此照时说：“他看来病得很重,但仍是与以往一样的天才。”  
(Master and Fellows of Trinity College, Cambridge)



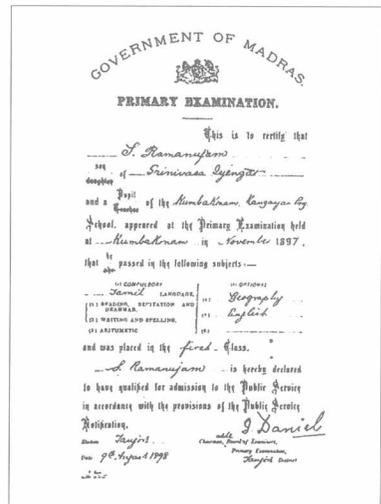
拉马努金的母亲柯马拉塔马尔。在他青年时期对他有决定性的影响。拉马努金的父亲斯里尼瓦萨·耶恩伽尔的照片今已无存。(Ragami's Collections, Madras, South India)

南印度贡伯戈纳姆萨兰伽帕尼·三尼第街上拉马努金家的房子。他上中学时，有一次发现一个原以为是自己找到的公式，却在 150 年前早就有了；他十分震惊，就把写了这个公式的纸藏在这所房子的屋顶下。（Ragami's Collections, Madras, South India）



贡伯戈纳姆拉马努金家的房子前廊近照。他在这里可以一坐几个小时做数学，而他的朋友们却在街上玩。

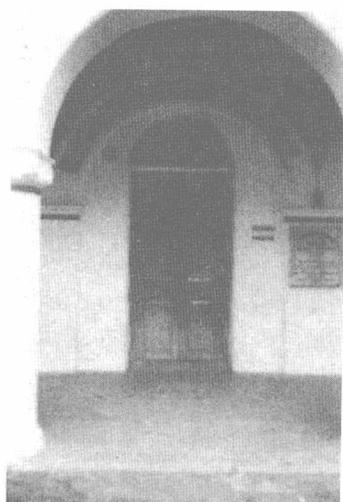
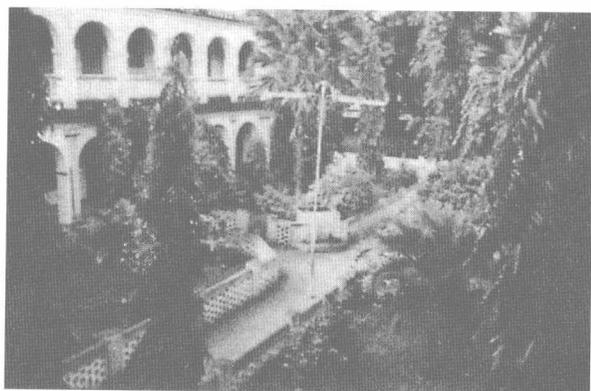
拉马努金在这次考试中得了高分，当时他只有 9 岁。但后来，他找到了数学，对别的一切都没有兴趣了，自此他经常考不及格。这里，拉马努金的泰米尔文名字用英文拼写成了 Ramanujam。（Ragami's Collections, Madras, South India）





萨兰伽帕尼庙近照，庙在拉马努金家门前街的尽头。图中右方可以看到拉马努金的家。

拉马努金的故乡贡伯戈纳姆市立中学校园近影。他在此读书时是一个常规的好学生，能得到各种奖项和长辈的称赞。



此屋现在称为拉马努金厅，是市立中学为纪念最杰出的校友而设。当时拼写他的名字最后一个字母为m，这是泰米尔文转为英文时常用的字母对照。他最初出现在印度的数学刊物上就是用的这种拼法。

拉马努金之弟蒂鲁纳拉亚南。他生于 1905 年,那时拉马努金已 17 岁,常常带弟弟玩,把他扛在肩膀上,给他讲故事。(Ragami's Collections, Madras, South India)



拉马努金之妻佳娜琪。此照为拉马努金去世后所摄。当时她寡居一人,与拉马努金一家几乎断绝联系,以缝纫为生。(Ragami's Collections, Madras, South India)



纳拉亚纳·耶尔，拉马努金在马德拉斯港务信托处的顶头上司，是他最亲密的伙伴，本人也是一位很好的数学家。两人时常共同研究数学直到深夜，拉马努金能把许多步骤缩为一步的本事使他十分吃惊。他抱怨说：“您必须下降到我的理解水平。”  
(Ragami's Collections, Madras, South India)



塞舒·耶尔，拉马努金在贡伯戈纳姆政府学院的数学教师之一，后来也是他的支持者之一。但有一位朋友还记得拉马努金曾抱怨他对自己和自己的研究工作“很冷淡”。(Ragami's Collections, Madras, South India)

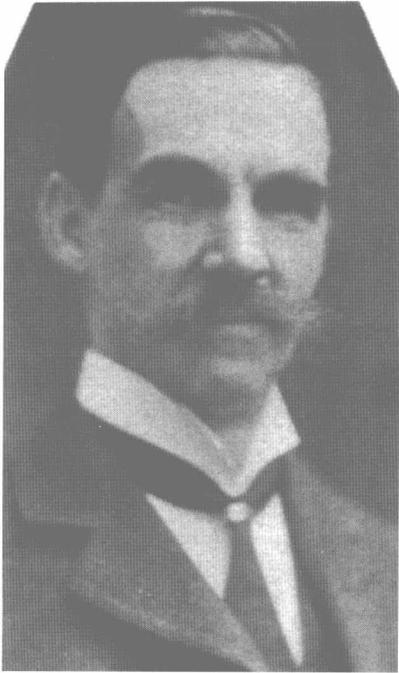
马德拉斯维多利亚寄宿宿舍近照。拉马努金婚后，曾走遍南印度找一份工作或一位赞助者，他的朋友们常收留他一段时间。当他借住此宿舍时，曾把自己潦倒的命运与受到宗教法庭审判又为同时代人所误解的伽利略相比。



康纳马拉图书馆近照。当拉马努金收到哈代的第一封赞扬信后，立即被任命为马德拉斯大学的研究学者。他有生以来第一次不必为金钱担忧，可以来到康纳马拉图书馆忘情于数学之中。



拉马努金的家神娜玛吉利之神庙。拉马努金和纳拉亚纳·耶尔于 1913 年下半年来到南印度纳马卡尔城的这座庙中，在地上住了三夜，最终决定违反印度教传统去英国。



霍布森(左)与贝克(下)。两位都是剑桥著名的数学家,都收到拉马努金的求助信,但都置之不理。(Master and Fellows of Trinity College, Cambridge)





祭祀仪式时信徒沐浴的大水池。在帕塔莎拉蒂庙对面,该庙是马德拉斯特里普利卡内区中心的宗教神庙。拉马努金在赴英前一段时期就住在通向水池的特里普利卡内街旁。

(1)

In page 36 it is stated that "the no. of primes less than  $x = \int_2^x \frac{dx}{\log x} + P(x)$  where the precise order of  $P(x)$  has not yet been determined."

The precise order itself is not sufficient to find the value of  $P(x)$ . Even if it is known that  $\frac{P(x)}{x} = 1$  when  $x$  becomes infinite,  $f(x)$  being a known function of  $x$ ,  $P(x)$  cannot be supposed to have been found with sufficient accuracy; for example  $(x + \frac{x}{\log x})/x = 1$  when  $x$  becomes infinite, yet the difference between  $x + \frac{x}{\log x}$  and  $x$  is very great.

From the forms of  $P(x)$  given in page 53, viz.

$0 \left\{ \frac{x}{\log x} \right\}, 0(x - a \sqrt{\log x}), 0(\sqrt{x}), \&c$  it appears that from particular numerical values the forms have been guessed.

Even in regular functions it is difficult to have an idea of the form from the numerical values. In such a complicated function as  $P(x)$  it is difficult to have an idea even for large values of  $\log x$ ; for example even if we give billions for  $x$ ,  $P(x)$  is very difficult to be found.

I have observed that  $P(x)$  is of such a nature that its value is very small when  $x$  lies between 0 and 3 (its value is less than a few hundreds when  $x = 3$ ) and rapidly increases when  $x$  is greater than 3.

I have found a function which exactly represents the no. of primes less than  $x$ , 'exactly' in the sense that the difference between the function and the actual no. of primes is generally 0 or some small finite value even when  $x$  becomes infinite.

(7)

**IX Theorem on Continued Fractions.**  
a few examples are:—

(1)  $\frac{4}{x} + \frac{1^2}{2x} + \frac{2^2}{2x} + \frac{3^2}{2x} + \frac{4^2}{2x} + \&c = \frac{\Gamma(\frac{x+1}{2})}{\Gamma(\frac{x}{2})}$

(2) If  $P = \frac{\Gamma(\frac{x+m+n+1}{4})}{\Gamma(\frac{x-m+n+1}{4})} \cdot \frac{\Gamma(\frac{x+m-n+1}{4})}{\Gamma(\frac{x-m-n+1}{4})} \times \frac{\Gamma(\frac{x-m+n+3}{4})}{\Gamma(\frac{x-m-n+3}{4})} \cdot \frac{\Gamma(\frac{x-m-n+5}{4})}{\Gamma(\frac{x-m-n+5}{4})}$ , then

$\frac{1-P}{1+P} = \frac{2m}{x} + \frac{1^2 m^2}{x^2} + \frac{2^2 m^2}{x^2} + \frac{3^2 m^2}{x^2} + \frac{4^2 m^2}{x^2} + \&c$

(3) If  $Z = 1 + (3^2)^{-x} + (4^2)^{-x} + \&c$   
and  $Y = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1 + (3^2)^{-x} + (4^2)^{-x} + \&c}{1 + (3^2)^{-x} + (4^2)^{-x} + \&c}$ , then

$\frac{1}{(1+x^2) \cos Y} + \frac{1}{(1+9x^2) \cos 3Y} + \frac{1}{(1+25x^2) \cos 5Y} + \&c$   
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{x}}{1+x} \cdot \frac{(3x)^{-x}}{1+x} \cdot \frac{(4x)^{-x}}{1+x} \cdot \frac{(5x)^{-x}}{1+x} \cdot \frac{(6x)^{-x}}{1+x} + \&c$   
a being any quantity.

(4) If  $u = \frac{\pi}{1+x} + \frac{x^2}{1+x} + \frac{x^4}{1+x} + \frac{x^6}{1+x} + \frac{x^8}{1+x} + \&c$   
and  $v = \frac{\pi}{1+x} + \frac{x}{1+x} + \frac{x^3}{1+x} + \frac{x^5}{1+x} + \frac{x^7}{1+x} + \&c$   
then  $v^2 = u \cdot \frac{1 - 2u + 4u^2 - 3u^3 + u^4}{1 + 2u + 4u^2 + 3u^3 + u^4}$

(5)  $\frac{1}{1+x} + \frac{e^{-4\pi}}{1+x} + \frac{e^{-16\pi}}{1+x} + \frac{e^{-36\pi}}{1+x} + \&c = \left( \sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-4}}{x}} - \sqrt{\frac{x-4}{x}} \right) \sqrt{e^{\pi}}$

(6)  $\frac{1}{1+x} + \frac{e^{-\pi}}{1+x} + \frac{e^{-4\pi}}{1+x} + \frac{e^{-9\pi}}{1+x} + \&c = \left( \sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-4}}{x}} - \sqrt{\frac{x-4}{x}} \right) \sqrt{e^{\pi}}$

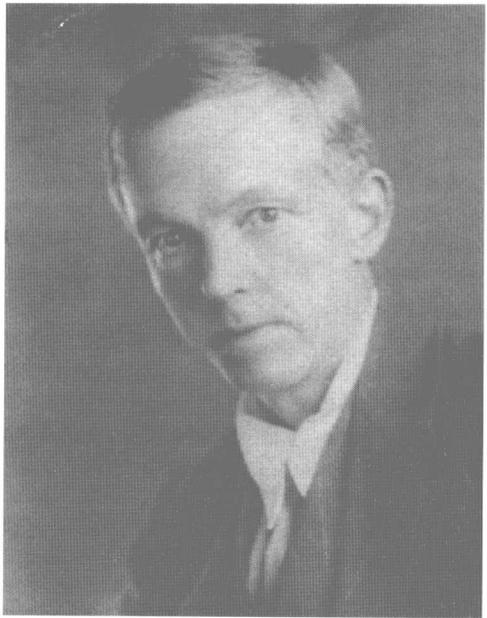
(7)  $\frac{1}{1+x} + \frac{e^{-\pi\sqrt{x}}}{1+x} + \frac{e^{-2\pi\sqrt{x}}}{1+x} + \frac{e^{-3\pi\sqrt{x}}}{1+x} + \&c$  can be exactly found if  $n$  be any positive rational quantity.

拉马努金 1913 年从印度寄给哈代的九页数学结果的第一页。(Syndics of Cambridge University Library)

拉马努金给哈代的第一封信中较典型的一页。(Syndics of Cambridge University Library)



哈代的双亲:索菲娅和艾萨克·哈代。索菲娅为人正直,虔诚,有些顽固;艾萨克则是一位“白衣骑士”,“没有说过一句不仁慈的话”。(Master and Fellows of Trinity College, Cambridge)



G·H·哈代。在听说拉马努金前不久拍摄,当时他已是皇家学会会员。C·P·斯诺有一次说他“脸部很漂亮——高高的颧骨,细长的鼻子,清秀严肃”。(Master and Fellows of Trinity College, Cambridge)



格特鲁德,哈代的妹妹。她直呼哥哥的中名“哈罗德”。两人皆未婚,皆终生沉溺于学术,醉心于智慧而藐视宗教。(Master and Fellows of Trinity College, Cambridge)

“乐山居”，哈代童年时就住在这里，与克兰利中学隔一条马路。这是一幅新照片，右侧角落处的入口是后来建的。



克兰利中学被认为是一所“中产阶级学校”，此为现景。哈代的父亲是图画教师，母亲则是路对面预备学校的主任。哈代本人在这里读了几年书，13岁时转到一所有更高学术要求的学校去了。

温切斯特学校的一个庭院，该校是一个传统的英国公立学校，可追溯到14世纪。哈代不喜欢它，显然再也没有回来看过。

