技能型紧缺人才培养培训教材

全国卫生职业院校规划教材

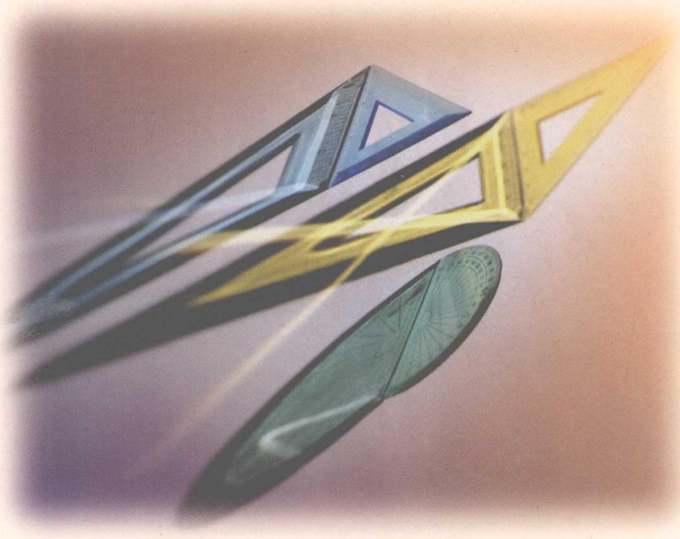
供高职（五年制）护理、涉外护理、助产、检验、药学、药剂、卫生保健、康复、口腔医学、口腔工艺技术、社区医学、眼视光；中医、中西医结合、影像技术等专业使用

五年制

数 学

（第二版）

潘传中 主编



科学出版社
www.sciencep.com

技能型紧缺人才培养培训教材
全国卫生职业院校规划教材

供高职(五年制)护理、涉外护理、助产、检验、药学、药剂、卫生保健、康复、口腔医学、口腔工艺技术、社区医学、眼视光、中医、中西医结合、影像技术等专业使用

数学

(第二版)

潘传中 主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本教材是技能型紧缺人才培养培训教材和全国卫生职业院校规划教材之一。第一版自2003年出版以来，对培养高职高专院校护理专业人才起到了积极的作用。此次再版除对第一版全书进行全面修改外，重点在各章节补充了相关知识在医药学中的应用，还充实了各章节的练习和习题。力求以执业准入为标准，从岗位的实际出发，内容与九年制初中数学相衔接，充分注意了学生的年龄和数学基础等特点，尽量做到由浅入深、由易到难、由具体到抽象、循序渐进。

教材内容设置分为初等数学模块、高等数学模块和选学模块3个模块。初等数学模块和高等数学模块是必学内容，选学模块的内容由各校根据实际情况选择使用，并加注“*”符号以示区别。全书分上、下两篇，共10章。上篇内容包括集合与逻辑运算、函数、三角函数、排列、组合与二项式定理、数列、平面解析几何；下篇内容包括概率初步、极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学。总学时180学时，其中，必学模块144学时，选学模块30学时，机动6学时。章前确立学习目标；在相关的正文中插入“链接”、“练习”与“习题”；章后有小结及目标检测；书后附常用对数表、反对数表、三角函数表、简易积分表、教学基本要求以及习题和目标检测参考答案。

本教材可供初中毕业起点五年制高职护理、涉外护理、助产、检验、药学、药剂、卫生保健、康复、口腔医学、口腔工艺技术、社区医学、眼视光、中医、中西医结合、影像技术等专业学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学 / 潘传中主编. —2版. —北京：科学出版社，2007.12
技能型紧缺人才培养培训教材 · 全国卫生职业院校规划教材
ISBN 978-7-03-020228-4

Ⅰ.数… Ⅱ.潘… Ⅲ.高等数学－高等学校：技术学校－教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第000017号

责任编辑：李 婷 李 君 / 责任校对：刘小梅
责任印制：刘士平 / 封面设计：黄 超

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
新蕾印刷厂印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2003年8月第 一 版 开本：850×1168 1/16
2007年10月第 二 版 印张：19
2008年6月第九次印刷 字数：514 000
印数：34 001—39 000

定价：35.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换<新蕾>）

技能型紧缺人才培养培训教材
全国卫生职业院校规划教材
五年制高职教材建设指导委员会委员名单

主任委员 刘 晨

委 员（按姓氏汉语拼音排序）

曹海威 山西医科大学晋中学院
陈锦治 无锡卫生高等职业技术学校
程 伟 信阳职业技术学院
池金凤 聊城职业技术学院
戴 琳 安顺职业技术学院
丁 玲 沧州医学高等专科学校
范志刚 临汾职业技术学院
方 勤 黄山市卫生学校
冯建疆 石河子卫生学校
傅一明 玉林市卫生学校
顾承麟 无锡卫生高等职业技术学校
桂 勤 惠州卫生学校
郭家林 遵义医学高等专科学校
郭素侠 廊坊市卫生学校
何从军 陕西能源职业技术学院
姜妹娟 淄博科技职业学院
李 峰 信阳职业技术学院
李 召 武威卫生学校
李惠兰 贵阳市卫生学校
李胜利 沧州医学高等专科学校
李新春 开封市卫生学校
梁爱华 吕梁市卫生学校
刘海波 潍坊卫生学校
刘宗生 井冈山大学医学院
马小允 沧州医学高等专科学校
马占林 大同市第二卫生学校
孟章书 聊城职业技术学院
潘传中 达州职业技术学院
齐贵胜 聊城职业技术学院
綦旭良 聊城职业技术学院
邱大石 潍坊卫生学校
任传忠 信阳职业技术学院
申惠鹏 遵义医药高等专科学校
孙 菁 聊城职业技术学院
田桂莲 聊城职业技术学院
田锁臣 聊城职业技术学院
王 懿 酒泉卫生学校
王静颖 聊城职业技术学院
王品琪 遵义医药高等专科学校
王秀虎 邵阳医学高等专科学校
文润玲 宁夏医学院高等职业技术学院
吴世芬 广西医科大学护理学院
肖守仁 潍坊卫生学校
谢 玲 遵义医药高等专科学校
徐正田 潍坊卫生学校
严鹏霄 无锡卫生高等职业技术学校
阳 晓 永州职业技术学院
杨明武 安康职业技术学院
杨如虹 大连大学医学院
苑 迅 大连大学医学院
张瑞兰 沧州医学高等专科学校
张少云 廊坊市卫生学校
张新平 柳州市卫生学校
钟一萍 贵阳护理职业学院
周进祝 上海职工医学院
周梅芳 无锡卫生高等职业技术学校
周亚林 无锡卫生高等职业技术学校
朱建宁 山西医科大学晋中学院

《数学（第二版）》编者名单

主　编　潘传中

副主编　方　宜　赵　雁

编　者（按姓氏汉语拼音排序）

陈建丽（四川省卫生学校）
方　宜（三峡大学护理学院）
李　芳（山东医学高等专科学校）
李　岚（深圳职业技术学院）
李水芳（井冈山大学医学院）
刘宗平（廊坊市卫生学校）
吕忠田（陕西医学高等专科学校）
潘传中（达州职业技术学院）
沈　波（达州职业技术学院）
姚汗青（华油职业技术学院）
赵　雁（乐山职业技术学院）
周红兵（营口市卫生学校）
周　英（达州职业技术学院）
朱飞雪（聊城职业技术学院）

第二版前言

本教材第二版是根据全国卫生职业教学新模式研究课题组的要求，结合编者近几年教学实践，在第一版的基础上修改、补充而成的，除对全书进行全面修改外，重点在各章节补充了相关知识在医药学中的应用.此外，还充实了各章节的练习、习题和参考答案.

本书是技能型紧缺人才培养培训教材及全国卫生职业院校规划教材之一，是5年制高职高专各专业的公共课程教材之一，是学生提高文化素质和学习有关专业知识的重要基础教材.本书的编写以卫生高职高专教育的培养目标为根本依据，遵循“贴近学生、贴近社会、贴近岗位、贴近医学”的基本原则，保证教材的科学性、思想性、先进性，同时体现实用性、可读性、启发性和创新性.内容与九年制初中数学相衔接，充分注意了学生的年龄和数学基础等特点，尽量由浅入深、由易到难、由具体到抽象、通俗直观、循序渐进，做到易学、易懂、实用.

本教材的宗旨是提供教学内容的公共平台性模块，供卫生类高职高专各专业共同使用.教材内容的设置分为3个模块：初等数学模块、高等数学模块和选学模块.初等数学模块和高等数学模块是必学内容，选学模块的内容由各学校根据专业、学时、学分等实际情况选择使用.对选学模块内容，教材目录中加注“*”号以示区别和选择.

全书分上、下两篇，共10章.上篇内容包括集合与简易逻辑运算、函数、三角函数、排列、组合与二项式定理、数列、平面解析几何，下篇内容包括概率初步、极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学.总学时为180学时，其中，必学模块144学时，选学模块30学时，机动6学时.

本版教材力求体现以目标教学为主的教学模式，融入知识、技能、态度3项目标，在每章的内容之前列出相应的学习目标，便于学生目标明确、重点突出.围绕学习目标，设计了内容精致的链接插入到相关正文中，介绍有关的人物和日常生活中与本专业相关的知识，拓展和深化有关的专业知识与能力.这部分内容仅供学生阅读，不属于考核内容.在各章内容后设有目标检测，有助于学生自己及时测评，也可供老师考核时参照.

书末附有习题参考答案、常用对数表、反对数表、三角函数表、简易积分表、数学教学基本要求和学时分配建议.根据专业学时的不同，本门课程建议定为8～10学分，其中必修课8学分，选修课2学分.

本书编写得到了达州职业技术学院、陕西医学高等专科学校、井冈山大学医学院、聊城职业技术学院、乐山职业技术学院、三峡大学护理学院、深圳职业技术学院、山东医学高等专科学校、华油职业技术学院、四川省卫生学校、廊坊市卫生学校、营口市卫生学校以及科学出版社的大力支持，在此深表谢意.

由于编者水平有限，加之时间紧迫，本书可能存在许多不足和不当之处，真诚欢迎广大师生批评指正，以便今后改进.

潘传中

2007年6月

第一版前言

本教材是技能型紧缺人才培养培训工程教材及面向21世纪全国卫生职业教育系列教改教材之一，是高职高专各专业的一门公共课程，是学生提高文化素质和学习有关专业知识的重要基础. 本教材的编写以卫生职业教育的培养目标为根本依据，遵循“贴近学生、贴近社会、贴近岗位、贴近医学”的基本原则，保证教材的科学性、思想性、先进性，同时体现实用性、可读性、启发性和创新性. 内容与高中数学或卫生中专数学相衔接，充分注意了学生的年龄和数学基础等特点，尽量做到由浅入深、由易到难、由具体到抽象、通俗直观、循序渐进，做到易学、易懂、实用.

本教材的宗旨是提供教学内容的公共平台性模块，供卫生类高职高专各专业共同使用. 教材内容的设置分为2个模块：必学模块和选学模块. 必学模块是必学内容，选学模块的内容由各校根据专业、学时、学分等实际情况选择使用. 对选学模块内容，教材目录中加注“*”符号以示区别和选择.

全书共6章. 内容包括极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学、常微分方程、线性代数、概率论基础，总学时为72学时，其中，必学模块54学时，选学模块14学时，机动4学时.

本教材力求体现以目标教学为主的教学模式，融入知识、技能、态度3项目标，在每章的内容之前列出相应的学习目标，便于学生明确目标，突出重点. 围绕学习目标，设计了内容精致的超级“链接”插入到相关正文中，通过“链接”介绍有关的人物和在日常生活中与本专业相关的知识，拓展和深化有关的专业知识与能力. 这部分内容仅供学生阅读，不属于考核内容. 在学习内容后设有目标检测，有助于学生自己及时测评，也可供教师考核时参照.

本教材后附有简易积分表、拉普拉斯变换简表、希腊字母表、泊松分布表、标准正态分布表、数学教学基本要求和学时分配建议. 根据专业学时的不同，本门课程建议定为3~4学分，其中必修课3学分，选修课1学分.

本教材编写是在全国卫生职业教学新模式研究课题组指导下进行的，得到了江西省井冈山医学高等专科学校、四川省达州职业技术学院、四川省乐山职业技术学院、湖北省三峡大学护理学院、甘肃省张掖医学高等专科学校、四川省卫生学校的大力支持，并得到北京护士学校刘晨主任亲自指导以及科学出版社的热情帮助，在此深表谢意.

由于编者水平有限，加上时间紧迫，书中必存在许多不足和不当之处，真诚欢迎广大师生批评指正、提出意见，以便于今后改进.

潘传中

2004年3月

目　　录

上　　篇

下　　篇

上 篇

第1章 集合与简易逻辑

同学们上体育课、参加活动等都要集合,它是大家经常使用的概念．集合论起源于19世纪后期,是现代数学的一个分支,它的基本思想、方法和符号已被运用到数学的各个领域．逻辑学是一门研究人类思维规律的学科,具有十分广泛的应用．如学校先举办了一次田径运动会,某班有8名同学参赛,又举办了一次球类运动会,这个班有12名同学参赛,那么两次运动会这个班共有多少名同学参赛？描述、解决上述问题,就涉及本章里我们将要学习的集合与简易逻辑的知识．

学习目标

1. 解释集合的概念,并能正确地运用集合的两种表示法表示集合,说出元素与集合的隶属关系．
2. 说出两个集合的相等与包含的关系,正确使用有关的术语和符号．
3. 正确使用区间,能解含绝对值的不等式,能解一元二次不等式以及$\dfrac{ax+b}{cx+d}>0$(或<0)$(c\neq0)$型不等式．
4. 说出命题与逻辑联结词的含义,简述4种命题及其关系．
5. 理解充要条件的含义,并能正确地判断充要条件．

第1节 集 合

一、集合及其表示法

1. 集合的概念

实例：

(1) 某班的所有学生；

(2) 所有的直角三角形；

(3) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实根；

(4) 所有的正偶数；

(5) 组成APC药物的药物成分．

上面的例子都是一些对象的全体．

定义1 我们把这些确定的、彼此不同的对象的全体叫做集合,简称集.集合里的每一个对象叫做这个集合的元素.

上面例子中：(1)是由该班的所有学生组成的集合,每一个学生都是该集合的元素；(2)是由所有直角三角形组成的集合,每一个具体的直角三角形都是集合的元素；(3)是由实数1和

笔记栏

-1 组成的集合,其中 1 和 -1 都是集合的元素;(4)是由所有的正偶数构成的集合,每一个正偶数都是集合的元素;(5)是由阿司匹林、非那西汀、咖啡因组成的集合. 上述三种药物都是集合的元素。可以看出,有的集合的元素个数是有限的,有的集合的元素的个数是无限的. 如果集合只含有有限个元素,这样的集合就叫有限集. 如果集合含有无限多个元素,这样的集合就叫做无限集.

元素与集合的关系

元素和它所在的集合是从属关系,即集合含有它的每一个元素,它的每一个元素都属于这个集合.

链　接

集合通常用大写的拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 表示,集合的元素用小写的拉丁字母 $a,b,c,\cdots$ 表示. 如果元素 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记做 $a\in A$;如果 a 不是 A 的元素,就说 a 不属于 A,记做 $a\notin A$.

例如 $A=\{1,2,3,4,5\}$,则 $1\in A,2\in A,6\notin A$.

集合具有以下 3 个性质:

(1) 确定性. 对于一个给定的集合,哪些对象是它的元素,哪些对象不是它的元素,就随之确定了. 对于不能确定的对象,就不能构成集合. 例如"胖子"、"高个子"等就不能构成集合.

(2) 互异性. 对于同一集合的元素不能重复出现,相同的元素归入集合时只能算作一个元素.

(3) 无序性. 元素一样,仅仅是排列顺序不一样的集合,是相同的集合.

下面介绍几种特殊的集合.

单元素集:只含有一个元素的集合叫做单元素集. 例如方程 $x+1=0$ 的解集,就是单元素集.

空集:不含有任何元素的集合叫做空集. 如方程 $x^2+1=0$ 的实数解集,就是空集,记做 $\varnothing$.

为叙述方便,把至少含有一个元素的集合叫做非空集.

全体自然数组成的集合叫做自然数集,记做 $\mathbf{N}$.

$\varnothing$ 与 $\{0\}$ 的区别

空集 $\varnothing$ 与集合 $\{0\}$ 是不同的,前者是不含有任何元素,后者是由一个元素构成的.

接　链

全体整数组成的集合叫做整数集,记做 $\mathbf{Z}$.

全体有理数组成的集合叫做有理数集,记做 $\mathbf{Q}$.

全体实数组成的集合叫做实数集,记做 $\mathbf{R}$.

为了方便起见,我们还用 $\mathbf{Z}^+$、$\mathbf{Z}^-$ 表示正、负整数集,$\mathbf{R}^-$ 表示负实数集等.

2. 集合的表示法　把一个具体的集合表示出来,一般有以下两种方法.

(1) 列举法

定义 2　把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内(每个元素只写一次,不考虑元素的顺序),这种表示集合的方法叫做列举法.

例如,由数 2,4,6,8,10 组成的集合,可以表示成 $\{2,4,6,8,10\}$ 或 $\{4,6,8,10,2\}$ 但不能写成 $\{2,2,4,6,8,8,10\}$ 等形式.

当集合的元素有规律,不需要也不可能一一列出时,也可以只写出几个元素,其他的用省略号表示,例如小于 1000 的自然数集可以表示成 $\{1,2,3,4,\cdots,1000\}$,正奇数集 $\{1,3,5,7,9,11,\cdots,2n+1,\cdots\}$.

(2) 描述法

定义 3　把集合中元素的共同特征描述出来,写在大括号内表示集合的方法叫做描述法.

例如,某班的全体学生组成的集合,可表示为{某班的学生}.

满足不等式 $x<5$ 的所有实数组成的集合,可表示为 $\{x|x<5\}$ 或 $\{x:x<5\}$.

二元一次方程 $5x+7y+10=0$ 的所有解的集合可表示为

$$\{(x,y)|5x+7y+10=0\}\text{ 或 }\{(x,y):5x+7y+10=0\}$$

笔记栏

括号内"|"或":"的左方表示集合所包含元素的一般形式,右方表示集合的元素所具有的

特定性质.

列举法和描述法是两种不同的表示集合的方法，使用时可以相互转化，但究竟用哪种方法，要看具体问题而定.

有些集合两种表示法都可以使用，有些集合只能适用其中一种方法. 例如$\{1,2,4\}$就不宜用描述法表示，而$\{x \mid x>2\}$就不能用列举法表示.

例1　用适当的方法表示下列集合.

（1）一年中所有的月份；

（2）$x+y-2=0$ 的所有实数解；

（3）所有正方形；

（4）正偶数；

（5）能被2整除并小于20的正整数.

解　（1）列举法表示为 $A=\{1,2,3,\cdots,12\}$.

（2）描述法表示为 $B=\{(x,y) \mid x+y-2=0\}$.

（3）描述法表示为 $C=\{$正方形$\}$.

（4）描述法表示为 $D=\{$正偶数$\}$ 或 $D=\{x \mid x=2n, n\in \mathbf{Z}^+\}$，或用列举法表示为 $D=\{2,4,6,8,\cdots,2n,\cdots\}$.

（5）列举法表示为 $E=\{2,4,6,8,\cdots,18\}$.

为了形象地表示集合，通常用圆（或其他封闭曲线）所围成的图形表示集合，用图形内的点表示该集合的元素，这种表示集合的图形叫做韦氏图，如图1-1所示.

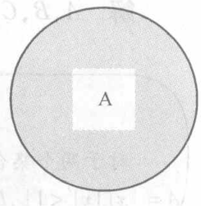


图 1-1

练　　习

1.（口答）说出下面集合中的元素.

（1）{大于3小于11的偶数}；　（2）{平方等于1的数}；

（3）{15的正约数}.

2. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

1 ______ **N**，0.5 ______ **N**，$\sqrt{2}$ ______ **N**，　1 ______ **Z**，0 ______ **Z**，-3 ______ **Z**，

0 ______ **Q**，0.5 ______ **Q**，$\sqrt{3}$ ______ **Q**，　1 ______ **R**，-3 ______ **R**，$\sqrt{2}$ ______ **R**.

3. 用适当的方法表示下列集合，然后说出它们是有限集还是无限集.

（1）由大于10的所有自然数组成的集合；　（2）方程 $x^2-4=0$ 的解的集合；

（3）由小于10的所有质数组成的集合.

二、集合的关系

集合与集合之间有以下几种关系.

1. 子集

定义4　设有两个集合 A 和 B，如果 A 的每一个元素都是 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记做 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读做"A 包含于 B"或"B 包含 A".

例如，$A=\{2,3\}$，$B=\{2,3,5\}$，则 A 中的每一个元素都是 B 中的元素，因此 A 是 B 的子集，可记做 $A\subseteq B$ 或 $\{2,3\}\subseteq\{2,3,5\}$，也可记做 $B\supseteq A$ 或 $\{2,3,5\}\supseteq\{2,3\}$.

又如 $A=\{a,b,c\}$，$B=\{b,c\}$，$C=\{c\}$，显然有 $A\supseteq B\supseteq C$ 或 $C\subseteq B\subseteq A$.

当集合 A 不是 B 的子集时，可记做 $A\nsubseteq B$（或 $B\nsupseteq A$）读做"A 不包含于 B"或"B 不包含 A".

由数集的定义很容易易知：$\mathbf{R}\supseteq\mathbf{Q}\supseteq\mathbf{Z}\supseteq\mathbf{N}$ 或 $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{R}$.

对于任何一个非空集合 A，因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身，所以 $A\subseteq A$，就是任意一个集合是它自身的子集.

笔记栏

对于空集是不含有任何元素的集合，所以空集可以看成任何一个集合 A 的子集，即 $\varnothing\subseteq A$，例如：$\varnothing\subseteq\{0\}$，$\varnothing\subseteq\{a,b,c\}$，$\varnothing\subseteq\{2,3\}$.

2. 真子集

定义 5 如果集合 A 是集合 B 的子集，并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A. 那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记做 $A\subset B$ 或 $B\supset A$，读做："A 真包含于 B"或"B 真包含 A"，例如 $\{2,3\}$ 不但是 $\{2,3,5\}$ 的子集，而且还是它的真子集，即 $\{2,3\}\subset\{2,3,5\}$.

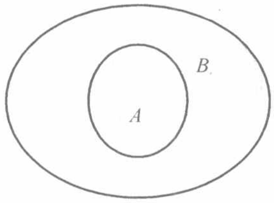


图 1-2

另外，数集有 $\mathbf{R}\supseteq\mathbf{Q}\supseteq\mathbf{Z}\supseteq\mathbf{N}$ 的关系，也有 $\mathbf{R}\supset\mathbf{Q}\supset\mathbf{Z}\supset\mathbf{N}$ 的关系.

空集 $\varnothing$ 是任意一个非空集合的真子集. $\varnothing\subset A$（A 为非空集合），用韦氏图表示真子集的关系如图 1-2 所示.

例 2 写出集合 $A=\{0,1,2\}$ 的所有子集和真子集.

解 集合 $A=\{0,1,2\}$ 的所有子集：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0,1\}$，$\{1,2\}$，$\{0,2\}$，$\{0,1,2\}$.

真子集：除开 $\{0,1,2\}$ 外，其余均为真子集.

例 3 集合 $A=\{a,b,d\}$，$B=\{a,b,d,e\}$，$C=\{a,d\}$，求 A,B,C 之间的关系.

解 A,B,C 的关系为 $C\subset A\subset B$.

集合的相等

对于两个集合 A 和 B，若 $A\subseteq B$ 且 $B\supseteq A$，则称集合 A 与集合 B 相等. 记做 $A=B$，读做"A 等于 B". 例如 $A=\{x\mid |x|<1\}$，$B=\{x\mid -1<x<1\}$，可以验证 $A\subseteq B$ 且 $B\supseteq A$，所以 $A=B$.

链 接

练 习

1. 写出集合 $\{a,b,c\}$ 的所有子集，并指出其中哪些是它的真子集.
2. 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\subset$，$\supset$）填空.

(1) a ________ $\{a\}$； (2) a ________ $\{a,b,c\}$；

(3) d ________ $\{a,b,c\}$； (4) $\{a\}$ ________ $\{a,b,c\}$；

(5) $\{3,5\}$ ________ $\{1,3,5,7\}$； (6) $\varnothing$ ________ $\{1,2,3\}$；

(7) $\{a,b\}$ ________ $\{b,a\}$； (8) $\{2,4,6,8\}$ ________ $\{2,8\}$.

3. 解不等式 $3x+2<4x+1$，并把结果用集合表示.

三、集合的运算

1. 交集 设 $A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{1,2,5\}$，很显然集合 A 的元素是集合 B 与 C 的所有公共元素.

定义 6 设有两个集合 A,B，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素构成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记做 $A\cap B$ 读做"A 交 B"，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

由定义 6 知，上面的集合 A 就是 B 与 C 的交集，即 $A=B\cap C$.

韦氏图如图 1-3 所示：

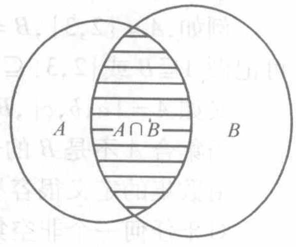


图 1-3

由交集的定义容易推出，对于任意集合 A,B 有

$$A\cap A=A,A\cap\varnothing=\varnothing,A\cap B=B\cap A.$$

例 4 设 $A=\{x\mid x<5\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 0\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x\mid x<5\}\cap\{x\mid x\geqslant 0\}=\{x\mid 0\leqslant x<5\}$.

笔记栏

例5　已知 A 为奇数集，B 为偶数集，$\mathbf{Z}$ 为整数集，求 $A\cap B$，$A\cap\mathbf{Z}$，$B\cap\mathbf{Z}$.

解　$A\cap B=\varnothing$，$A\cap\mathbf{Z}=A$，$B\cap\mathbf{Z}=B$.

2. 并集　已知方程 $x^2-1=0$ 的解集为 $A=\{1,-1\}$.

方程 $x-2=0$ 的解集为 $B=\{2\}$.

那么方程 $(x^2-1)(x-2)=0$ 的解集为 $C=\{1,-1,2\}$.

容易看出，集合 C 是由所有属于 A 或属于 B 的元素组成的.

定义7　由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记做 $A\cup B$，读做"A 并 B"，即

$$\boxed{A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}}$$

韦氏图如图1-4所示：

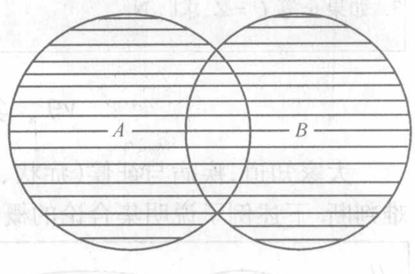


图1-4

由此可知，上面 $\{1,-1,2\}=\{1,-1\}\cup\{2\}$.

注意：由集合元素的互异性可知，在求两个集合的并集时，两个集合的公共元素在并集中只能出现一次. 例如 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则 $A\cup B=\{1,2,3,4\}$. 由并集定义容易知道，对于任意集合 A，B 有

$$A\cup A=A,A\cup\varnothing=A,A\cup B=B\cup A.$$

例6　设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{1,2,3,4\}\cup\{3,4,5,6\}=\{1,2,3,4,5,6\}$.

例7　设 $A=\{x\mid 1<x<3\}$，$B=\{x\mid 2<x<5\}$，求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{x\mid 1<x<3\}\cup\{x\mid 2<x<5\}=\{x\mid 1<x<5\}$.

3. 全集和补集

看一个例子：设集合 S 是全班同学的集合，集合 A 是全班女生的集合，而 B 是全班男生的集合，那么三个集合有什么关系呢？显然 B 是 S 中除去 A 之后余下的集合.

如果集合含有我们所要研究的各个集合的全部元素，就可以把这个集合看做一个全集，通常用 U 表示.

定义8　设全集为 U，A 是 U 的一个子集(即 $A\subseteq U$)，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 U 中子集 A 的补集，记做 $\complement_U A$，即

$$\boxed{\complement_U A=\{x\mid x\in U \text{ 且 } x\notin A\}}$$

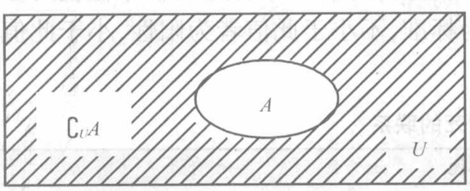


图1-5

韦氏图如图1-5所示.

例如：$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,2,3\}$，则 $\complement_U A=\{4,5\}$.

注：在实数范围内讨论问题时，通常把实数集 $\mathbf{R}$ 看做全集 U，如有理数 $\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U\mathbf{Q}$ 是全体无理数的集合.

由韦氏图可看出

$$A\cup U=U,A\cap U=A,$$

$$A\cup\complement_U A=U,A\cap\complement_U A=\varnothing.$$

我们把求补集的运算叫做补运算.

例8　设 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid -1<x<1\}$，求 $\complement_U A$.

解　由定义知：

$$\complement_U A=\{x\mid x\leqslant -1 \text{ 或 } x\geqslant 1\}$$

例9　设 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,2\}$，求 $\complement_U(\complement_U A)$.

解　由补集的定义知：$\complement_U A=\{3,4,5\}$.

笔记栏

再由定义知：$\complement_U(\complement_U A)=\{1,2\}=A$.

一般地，$\complement_U(\complement_U A)=A$.

最后，给出两个重要的关系式：

$$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$$
$$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$$

练　习

1. 设 $A=\{3,5,6,8\}$，$B=\{4,5,7,8\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
2. 设 $A=\{x\mid x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid x>1\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
3. 如果全等 $U=\mathbf{Z}$，求 $\complement_U\mathbf{N}$.

四、集合在疾病诊断中的应用

大家知道，疾病与征候（症状、体征及各种检查结果的统称）之间的关系，征候是复杂的、很难判断. 下述例子说明集合论的概念有助于分清这种关系.

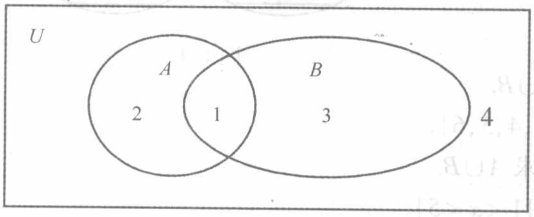


图 1-6　心前区疼痛(A)与心肌梗死(B)之间关系的韦氏图

心前区疼痛是心肌梗死的一大重要症状，但并非所有心肌梗死患者都有心前区疼痛，也并非任何有心前区疼痛的病人都是心肌梗死患者，两者之间的关系可用韦氏图清晰地表示出来，用 A 表示所有心前区疼痛症状的病人的集合，用 B 表示所有心肌梗死患者的集合，表示两者关系的韦氏图如图 1-6 所示.

这里，全集 U 表示所有各种病人的集合.

在图中，由于代表集合 A 和 B 的两个图相交，代表全集 U 的长方形被分成四部分，分别表示 U 的四个子集，其中子集“1”是 A 与 B 的交集 $A\cap B$，表示有心前区疼痛症状的所有心肌梗死患者的集合；子集“2”是 A 与 B 的补集$\complement_U B$ 的交集 $A\cap\complement_U B$，表示有心前区疼痛症状，但不是患心肌梗死的所有病人的集合；子集“3”是 B 与 A 的补集$\complement_U A$ 的交集 $B\cap\complement_U A$，表示没有心前区疼痛症状的所有心肌梗死患者的集合；子集“4”是$\complement_U A\cap\complement_U B$，表示既无心前区疼痛又不是患心肌梗死的所有病人的集合.

下面对 94 例主诉心前区疼痛的病人作血清谷草转氨酶检验，借以评价此项临床检验对鉴别心肌梗死的价值，检验值以血清转氨酶浓度 100U/L 为标准，不小于此值者为阳性，小于此值者为阴性，94 例检验结果见表 1-1.

表 1-1　血清转氨酶与心肌梗死的联系

检验结果	心肌梗死	非心肌梗死	合计
阳性	25	4	29
阴性	23	42	65
合计	48	46	94

根据表中的资料，就可以对血清谷草转氨酶检验关于心肌梗死的诊断价值作出评价，这里，我们用全集 U 表示被检的 94 例心前区疼痛病人，用 T 表示检验结果阳性的病人集合，用 M 表示心肌梗死患者的集合，表示 T 与 M 之间关系的韦氏图如图 1-7 所示.

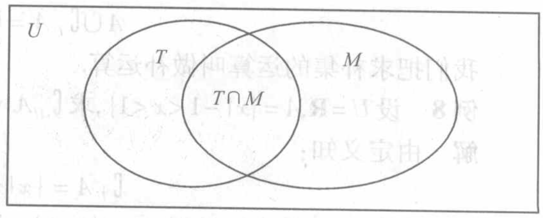


图 1-7　血清转氨酶检验阳性(T)与心肌梗死(M)之间关系的韦氏图

笔记栏

我们用 $n(U)$ 表示全集 U 所含元素的个数（即病例总数），用 $n(T)$ 表示检验阳性的例数，余类推.

由表1-1可得

$n(U)=94$，$n(T)=29$，$n(M)=48$，

$n(T\cap M)=25$，$n(\complement_U T)=65$，$n(\complement_U M)=46$，

$n(\complement_U T\cap M)=23$，$n(T\cap\complement_U M)=4$

$n(\complement_U T\cap\complement_U M)=42$

于是，检验的真阳性率，即检验的灵敏度为

$$检验灵敏度=\frac{n(T\cap M)}{n(M)}\times 100\%=\frac{25}{48}\times 100\%=52.1\%$$

而检验的真阴性率，即检验的特异度为

$$检验的特异度=\frac{n(\complement_U T\cap\complement_U M)}{n(\complement_U M)}\times 100\%=\frac{42}{46}100\%=91.3\%$$

一项临床检验关于某种疾病的灵敏度（真阳性率）高，表示对于该病患者，检验结果为阳性的可能性大，为阴性的可能性小，说明检验的识别能力强. 而检验的特异度（真阴性率）高，表示对于非该病患者，检验结果为阴性的可能性大，为阳性的可能性小，说明检验的鉴别本领大. 显然，灵敏度和特异度两者都高的检验是诊断中理想的检验. 上面依表1-1的资料，算出血清转氨酶检验对心肌梗死的灵敏度并不高，仅为52.1%，但特异度达91.3%，是相当高的. 因此，这种检验有一定的诊断价值，但不是理想的检验.

用这种方法对临床诊断价值作出评价，有利于医师和患者作出正确的选择，采取好的临床诊断方法，作出正确的诊断，从而对症下药，提高疗效.

习题1-1

1. 用适当的方法表示下列集合，并说出它们是有限集还是无限集.
   (1) 大于0且小于20的奇数；　(2) 24与36的所有公约数；
   (3) 方程 $x+5=0$ 的解；　(4) 直线 $x+y+1=0$ 上的点；
   (5) 一年中的季节.
2. 填空题（填上符号 $\in$，$\notin$，$\subseteq$ 或 $\subset$）.
   (1) $\varnothing$_$\{0\}$；　(2) 0 ____ $\{0\}$；
   (3) 0 ____ $\varnothing$；　(4) a ____ $\{a,b\}$；
   (5) $\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$；　(6) π ____ $\mathbf{R}$；
   (7) $A\cup B$ ____ A；　(8) $A\cap B$ ____ A.
3. 已知 $A=\{x|x\leqslant 10\}$，判断下列各式是否正确，并说明理由.
   (1) $2\subseteq A$；　(2) $2\in A$；
   (3) $\{2\}\in A$；　(4) $\varnothing\in A$.
4. 学校开运动会，设 $A=\{x|x$ 是参加百米赛跑的同学$\}$，$B=\{x|x$ 是参加跳高比赛的同学$\}$，求 $A\cap B$.
5. 设求 $A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x|-2<x<4\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.
6. 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，$C=\{0,1,3,5\}$.
   验证：(1) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；(2) $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$
7. 设 $A=\{x|x^2-2x-3=0\}$，$B=\{x|ax-1=0\}$，若 $B\subset A$，求 a 的值.
8. 设 $U=\mathbf{Z}$，$A=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$求$\complement_U A$，$\complement_U B$.

第2节　几种不等式的解法

在初中，我们已经学习了不等式的概念和基本性质，并学习了一元一次不等式组的解法. 下面，我们将在此基础上继续学习几种不等式的解法.

在表示不等式的解集时，时常用到区间，下面先介绍区间的概念.

一、区　　间

笔记栏

定义1　设 a,b 是两个实数，且 $a<b$，把满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的一切实数 x 的集合叫做闭区间，记

为$[a,b]$；把满足 $a<x<b$ 的一切实数 x 的集合叫做开区间，记为(a,b)；把满足 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的一切实数 x 的集合叫做半开半闭区间，分别记为$[a,b)$或$(a,b]$. 这里的实数 a 和 b 都叫做相应区间的端点，a,b 间的距离叫做区间长，这里的区间长都是有限的，故这些区间都是有限区间，用数轴表示为如图1-8 所示.

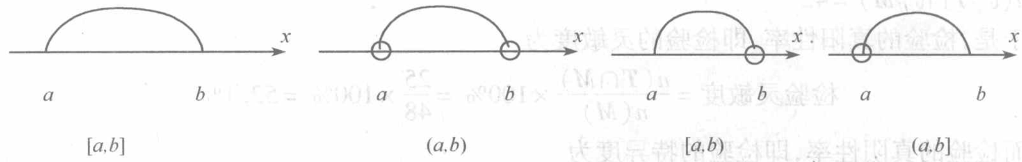


图 1-8

链接

有限区间与无限区间

有限区间与无限区间是指区间的长度，不是区间中所含实数的个数，因为他们都包含有无限个实数.

实数集 **R** 也可用区间表示为$(-\infty,+\infty)$，符号"∞"读作"无穷大"，"$+\infty$"读作"正无穷大"，"$-\infty$"读作"负无穷大".

满足不等式 $x\geqslant a, x>a, x\leqslant b, x<b$ 的一切实数用区间表示分别为$[a,+\infty)$，$(a,+\infty)$，$(-\infty,b]$，$(-\infty,b)$. 这些区间长都是无限的，故这些区间又都是无限区间.

这样，我们就学习了三种表示实数集的方法：集合表示法 **R**，不等式表示法 $-\infty<x<+\infty$，区间表示法$(-\infty,+\infty)$.

练 习

用区间表示下列实数集：

(1) $1\leqslant x\leqslant 3$；　(2) $0<x<5$；　(3) $2\leqslant x$；　(4) $x\leqslant 6$；

(5) $x<3$；　(6) $2<x$；　(7) $0\leqslant x<10$；　(8) $3<x\leqslant 6$.

二、含绝对值的不等式的解法

在初中，我们学习过绝对值的概念，下面讨论两种最基本的绝对值的不等式的解法.

1. $|x|<a(a>0)$的解法

先看一个例子：$|x|=2$. 由绝对值意义可知，方程的解是$x=2$ 或 $x=-2$，在数轴上表示为如图 1-9(1) 所示.

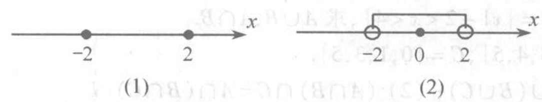


图 1-9

由绝对值意义，再看相应的不等式$|x|<2$，结合数轴表示如图 1-9(1) 可知，不等式$|x|<2$ 就表示数轴上到原点的距离小于 2 的点的集合，在数轴上表示为如图 1-9(2) 所示.

因而不等式$|x|<2$ 的解集是$\{x|-2<x<2\}$.

推广到一般情况，有不等式$|x|<a(a>0)$的解集是

$$\boxed{\{x|-a<x<a\}}$$

2. $|x|>a(a>0)$的解法　类似上面的讨论，$|x|>a(a>0)$表示数轴上到原点的距离大于 a 的点的集合，在数轴上表示为如图 1-10 所示：

笔记栏