

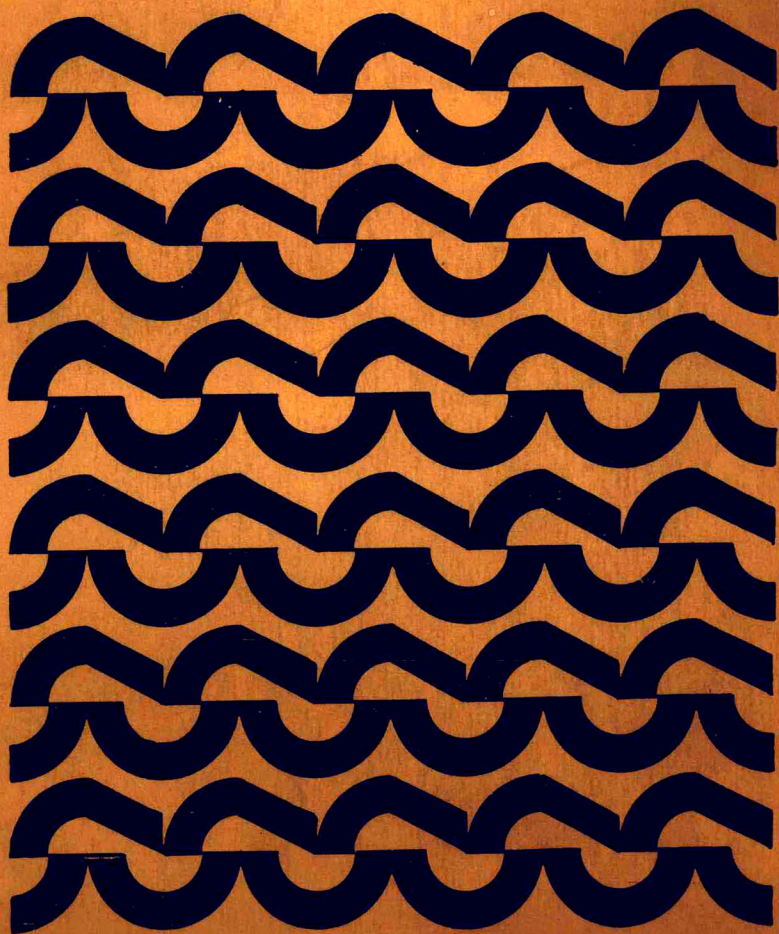
初中数学

(填空题部分)

标准化训练手册



● 辽宁教育出版社



初中数学标准化训练手册

(填空题部分)

崔宏毅、陈修农 编
李国凡 刘 鸾

辽宁教育出版社

1987年·沈阳

初中数学标准化训练手册

(填空题部分)

崔宏毅 陈修农 编
李国凡 刘 鸾

辽宁教育出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳市南京街6段1里2号) 朝阳新华印刷厂印刷

字数: 150,000 开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: $7 \frac{1}{4}$
印数: 1—132,000

1987年9月第1版

1987年9月第1次印刷

责任编辑: 杨 力

责任校对: 王淑芬

封面设计: 谭成荫

插图: 潘智情

统一书号: 7371·457

定价: 1.05 元

ISBN 7-5382-0102-5

目 录

第一编 总 论	1
一 “问题”的结构	1
二 填空题的特点	3
三 填空题的解法	7
第二编 代 数	12
第一章 有理数	12
第二章 整式的加减	21
第三章 一元一次方程	27
第四章 一元一次不等式	32
第五章 二元一次方程组	35
第六章 整式的乘除	41
第七章 因式分解	51
第八章 分式	58
第九章 数的开方	66
第十章 二次根式	71
第十一章 一元二次方程	75
第十二章 指数	88
第十三章 常用对数	94
第十四章 函数及其图象	99
第十五章 解三角形	108

第十六章 统计初步.....	113
第三编 几何	116
引 言.....	116
第一章 基本概念.....	116
第二章 相交线、平行线.....	120
第三章 三角形.....	127
第四章 四边形.....	133
第五章 面积、勾股定理.....	145
第六章 相似形.....	148
第七章 圆.....	153
答 案	170
第二编.....	179
第三编.....	209

第一编 总 论

填空题作为数学试题命题的一种形式，由来已久了。可以说填空题是个传统题型。但是，由于它在传统题型中所独有的一些评阅试卷的客观性，又被以客观性试题为主的新的命题模式所吸收，甚至标准化考试的命题也不乏这种题型。

填空题在近几年的高考、中考试卷中所占的重要位置，已经说明了这种题型存在和发展的必要性。作为以这种题型面貌出现的习题册，会更充分的体现它的生命力。这种题型具有明显的启发性、灵活性、对各种考试目标的广泛适应性，它还具有客观性题型与非客观性题型训练的全面性。同时，这样的训练手册对学生作系列练习更有独到之处。

一 “问题” 的结构

为了说明什么是填空题，怎样来解答填空题，我们首先来研究什么是“问题”。

所谓“问题”，特别是数学问题，都是由三个部分组成“已知什么？要求什么？给出了什么条件？这三个部分缺一不可构成不了一个问题。

不仿举几个例子来分析一下：

例1 某人乘汽车从甲城到乙城，汽车的平均速度为 a 公里/小时，甲、乙两城的距离为 S 公里。

例2 已知两圆，其中一圆的半径为 3cm ，两圆心相距

10cm, 两圆是否相交?

例3 A、B两站相距225公里, 两列火车同时分别从两站开出, 一客车以50公里/小时的速度从A站开出, 一货车以40公里/小时的速度从B站开出, 问两列火车何时相遇?

你看看这三个例子, 你能把它们作为数学问题作出解答吗? 不能。因为它们都不同时具备“已知”、“所求”和“条件”这三个组成部分。它们只能算是一个陈述的句子, 或者说是信息不全的题目, 而不是一个完整的数学题。

例1缺“所求”, 没有提出求什么。如果补充提出“某人从甲城到乙城共用了多少时间?” 例1就成为一个数学问题了。根据问题中所给出的“已知”和“条件”就可得出所求的时间

$$t = \frac{s}{a} \text{ (小时) .}$$

例2缺少另一圆的半径, 所以不能断定这两圆是否相交。如果给出“另一圆的半径为5cm,” 由于 $3\text{cm} + 5\text{cm} = 8\text{cm}$, 小于圆心距10cm, 这就可以断定两圆不相交。

例3在“条件”中缺少这两列火车运行的方向, 如果给出“两列火车相向开出”, 则“已知”、“条件”和“所求”就完备了。我们可设从发车算起 x 小时后两车相遇, 则列出方程 $\frac{225}{50+40} = x$, 解得 $x = \frac{225}{90} = 2.5$ (小时)。

当然, 也有一些问题没有明确地给出这三个部分的某一部分, 但是却隐含地描述了, 或间接地给出了所缺的部分。总之, 作为一个数学问题。它们都是由“已知”、“所求”和“条件”这三部分组成。

二 填空题的特点

什么是填空题呢？填空题首先是个“问题”，所以它也具备一般问题所必备的三个部分，即“已知”、“条件”和“所求”。但是，在题面上，它却是一个代有空缺的不完整的陈述。空缺可能空在“已知”、“条件”或“所求”的某一部分，也可能空在某一部分的某一款。在一个填空题里可能有一处空缺，也可能有多处空缺。空缺一经设定，问题的“已知”、“条件”和“所求”的位置就可能发生新的变化，往往“空缺”的内容就成为了问题的“所求”，而原问题的“所求”可能会成为“已知”。

一般地说来，这种问题还必须给出简短、明确的指导语，根据指导语的指示才能对填空题作出准确的解答。

下面来研究一组例题，以示填空题的一般面貌。

例1 写出适合下面括号里的数或式子。

(1) $(1-\sqrt{2})^2 + \sqrt{8} = (\quad)$ 。

(2) $\frac{1}{2}a^2b^3 \div \left(-\frac{1}{4}a^3b\right) \times (-3a)^2 = (\quad)$ 。

(3) 关于 x 的二次方程 $2x^2 - ax - a^2 = 0$ 的一个根是 -1 时， a 的值是 $(\quad)$ 。

(4) a 是正整数， a 除以 7 余 5，那么 a^2 除以 7，余 $(\quad)$ 。

在这个例题的指导语中指出了在问题里面的括号中填上数或式子，而且所填的数或式子要适合问题中括号的位置，使命题成立。

如题(1)， $(1-\sqrt{2})^2 + \sqrt{8} = 1^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$ 。

$+ (\sqrt{2})^2 + \sqrt{2 \times 4} = 1 - 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} = 3$, 所以括号内应填写 3.

$$\begin{aligned}\text{题 (2)}, \quad & \frac{1}{2}a^2b^3 \div \left(-\frac{1}{4}a^3b\right) \times (-3a)^2 \\ &= \frac{1}{2}a^2b^3 \times (-4) \cdot \frac{1}{a^3b} \times 9a^2 \\ &= -18ab^2.\end{aligned}$$

所以括号内应填写 $-18ab^2$.

题 (3), 根据题意可得 $2 + a - a^2 = 0$,

即 $(a-2)(a+1) = 0$, 所以 $a_1 = 2$, $a_2 = -1$,

所以括号内应填 2, -1 .

题 (4), 根据题意可设 $a = 7k + 5$,

则 $a^2 = (7k + 5)^2 = 49k^2 + 70k + 25$

$$= 7(7k^2 + 10k + 3) + 4.$$

所以 a^2 除以 7 余 4, 在括号内应填 4.

在例 1 中的四个问题里, 空缺都设在问题的结果, 也就是我们所习惯的问题的“求什么?”的位置上, 这对于解题者的解题心理不会发生什么障碍, 因为它好似论述式试题只要求写出答案而不要求在卷面上写出求解过程一样.

例 2 在下面的 () 里填入适当的数、式子或记号.

$$(1) \quad ()^2 + x^2 + 4x = (3x - 8)(x + 2)$$

$$- (x + 5)(x - 5).$$

(2) 在锐角三角形 ABC 中, 设从 A 引向 BC 边的垂线为 AD , 从 D 点引向 AB 、 AC 边的垂线分别为 DE 、 DF . 这时则有

$$\angle () + \angle () = ().$$

所以，四边形AEDF内接于圆。

例2与例1比较，有明显的差别了，这例2，对解题者的思维来说是有点“逆向”了。在形成解题思路方面要比例1复杂一些。

$$\begin{aligned}\text{题(1), 右式} &= 3x^2 - 8x + 6x - 16 - x^2 + 25 \\ &= 2x^2 - 2x + 9,\end{aligned}$$

参照左式： $(\quad)^2 + x^2 + 4x$ ，可将右式作新的变式为 $x^2 + 4x + (x^2 - 6x + 9)$ ，也可写成 $(x-3)^2 + x^2 + 4x$ ，所以括号内应填写 $x-3$ 。

题(2)，根据题意可知若四边形AEDF内接于圆，需要有 $\angle EAF + \angle EDF = 180^\circ \cdots \textcircled{1}$ 或 $\angle AED + \angle AFD = 180^\circ \cdots \textcircled{2}$ 的条件。 $\textcircled{1}$ 式成立的理由从题中并不明显，而 $\textcircled{2}$ 式成立的理由却很充分（因为 $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ）。所以括号内应填AED，AFD， 180° 或 $2\angle R$ 。

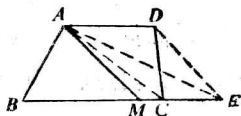
曾经有人误认为填空题只能考核些识记性质的低档次的考试目标，不能考核高档次的应用、分析、综合等水平的问题。这确属偏见，这种题型既能考核低档次的认知水平，也能考核高档次的认知水平。既含求解题，也含求证题。我们从过去的中考题中选取一个占比比较大的试题为例来说明它的广泛适应性。

例3 如图，有一梯形ABCD($AD \parallel BC$ ， $AD < BC$)。延长BC到E，使 $CE = AD$ 。设BE的中点为M，试证AM把梯形ABCD的面积二等分。

有两个学生甲和乙，他们用了完全不同的方法，象下面这样证明了上面的问题。请你在两人的证明中的空格里，填入适当的记号、式子或语言：

(甲的证明)

连结 A 和 C , D 和 E , 因为 $AD = CE$, 并且 $AD \parallel CE$, 所以, 四边形 $ACED$ 为 (), $\therefore AC \parallel DE$. $\therefore \triangle ACD = \triangle$ (), $\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的面积等于 $\triangle$ ()



(图 3)

的面积, 又 $\because M$ 是 BE 的中点, 所以 AM 二等分梯形 $ABCD$ 的面积。

(乙的证明)

设这个梯形的上底为 a , 下底为 b , 高为 h , 则梯形 $AECD$ 的面积 = () $\cdots$ ①, 又因为 $BM = \frac{1}{2}(a+b)$, 如用 a, b, h 来表示 $\triangle ABM$ 的面积, 则 $\triangle ABM$ 的面积 = () $\cdots$ ②, 由 ① 和 ② 比较, 知 $\triangle ABM$ 的面积等于梯形 $ABCD$ 的面积的一半。所以, AM 二等分梯形 $ABCD$ 的面积。

这个问题的答案是: (甲的证明) 平行四边形, ACE , ABE ; (乙的证明) $\frac{1}{2}(a+b)h$, $\frac{1}{4}(a+b)h$ 。

填写的答案是很简单的, 但是该题却考核了这两种证明方法中所涉及的基础知识和对一些知识的灵活运用和综合运用的能力。

还有一点需要说明的, 就是填空题的题型属性问题。也就是说填空题是属于客观性试题, 还是属于非客观性试题?

决定试题的客观性与非客观性是在于对学生的解答和对试卷评分的要求。所以说对于填空题来说, 就要具体问题具体分析了。有些填空题属于客观性试题, 也有些填空题属于非客观性试题。

如: 就给定的一组数 $-5, 0, 3, \frac{1}{3}, \frac{7}{8}, \sqrt{7}, -\sqrt{1.69}$,

π.

回答下列问题：

(1) 自然数有 () 个，最小的数是 ()；

(2) 整数有 () 个，最大的数是 ()；

(3) 有理数有 () 个，无理数有 () 个。

这样的填空题就属于客观性试题。

再看看下面的问题：

化简 $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha =$ _____。

解答： $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$ 或 $1 - 2\cos^2\alpha$ 或 $2\sin^2\alpha - 1$ 。很显然，这样的填空题属于非客观性试题。

三 填空题的解法

填空题的解法，在研究填空题的特点时已经零散的谈了一些，这里简单归纳一下，也恐怕是挂一漏万。

很多填空题对理解题意，分析解题思路具有一定的启发性，而对于解题方法并没有提供多少方便条件。所以，这种题型并不具有选择题那样的简捷方法和特殊方法。

作为填空题的解题方法，主体就是那些一般“求解问题”的解题方法和“求证问题”的证明方法。也就是常说的“直接法”。

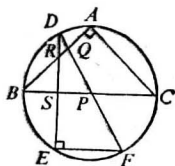
例1 求适合下面括号内的数或式子。

(1) 当 $a = -5$ ， $b = 3$ 时， $\frac{ab^2(a-b)}{a+b}$ 的值是 ()。

(2) 当 $a = x + 1$ ， $b = x + 2$ ， $c = x + 3$ 时， $a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab =$ ()。

(3) 把 $x^2 - y^2 - 2x + 1$ 分解因式，得 () ()。

(4) 等腰直角三角形 ABC 和 $\angle EDF = 30^\circ$ 的直角三角形 DEF (如图), 内接于一个圆, 顶点按照 A, D, B, E, F, C 的顺序排列着. P, Q, R, S 是这两个三角形的交点.



试求: ① $\angle ABD + \angle EBC = (\quad)$ 度; (例1 (4))

② 四边形 $PQRS$ 如内接于圆, 则 $\angle QPS = (\quad)$ 度.

解答: (1) -180 ; (2) 3 ; (3) $x-1+y$,

$x-1-y$; (4) ① 75 ; ② 52.5 .

解法: (1) 将 a, b 的值直接代入

$$\begin{aligned}\frac{ab^2(a-b)}{a+b} &= \frac{(-5) \cdot 3 \cdot [(-5)-3]}{(-5)+3} \\ &= \frac{(-5) \cdot 9 \cdot (-8)}{-2} = \frac{360}{-2} = -180.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \text{ 首先变形 } a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab &= \frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \cdots \textcircled{1}\end{aligned}$$

然后将 $a=x+1, b=x+2, c=x+3$ 代入 $\textcircled{1}$ 得

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \{ [(x+1)-(x+2)]^2 + [(x+2)-(x+3)]^2 + [(x+3)-(x+1)]^2 \} &= \frac{1}{2} [(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2] = \frac{1}{2} (1+1+4) = \frac{6}{2} \\ &= 3.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad x^2 - y^2 - 2x + 1 &= x^2 - 2x + 1 - y^2 \\ &= (x-1)^2 - y^2 = [(x-1)-y][(x-1)+y] \\ &= (x-1-y)(x-1+y).\end{aligned}$$

(4) ① $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 内接于一个圆, 且 $\angle BAC =$

$\angle DEF = 90^\circ$, $\therefore BC$ 、 DF 为直径, 其交点 P 为圆心. $\therefore \angle FPC = \angle BPD$, $\widehat{FC} = \widehat{BD}$, 又 $\because \widehat{AD} + \widehat{EC} = \widehat{AD} + \widehat{EF} + \widehat{FC}$, $\therefore \widehat{AD} + \widehat{EC} = \widehat{AB} + \widehat{EF}$, $\therefore \angle ABD + \angle ECB = \angle ACB + \angle EDF = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$.

$$\textcircled{2} \because \angle QPS = \angle BRS = \angle BDE + \angle ABD,$$

$$\angle QPS = \angle BPD = \angle CPF,$$

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CF} = \frac{1}{2} (\widehat{BE} + \widehat{AD}),$$

$\widehat{EF}$ 和 $\widehat{AC}$ 上的圆心角的和是 150° ,

$$\therefore \angle QPS = (360^\circ - 150^\circ) \div 4 = 52.5^\circ.$$

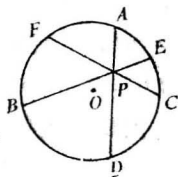
填空题的卷面只要求将结果填入括号内, 并不要求解题过程. 但是, 作为解题者来说, 问题的结果都是通过具体的解法得来的, 这些解题过程虽没有反映在卷面上, 却反映在草纸上了. 对于学生来说, 这草纸上的解题功夫是至关重要的.

除了这一般解题方法之外, 填空题还有没有一些特殊情况呢? 也是有的, 其中有两点值得强调一下. 第一点是要理顺填空题里面的“已知”、“所求”和“条件”的关系; 第二点是要充分利用题中的启发性条件.

例2 如图, 设圆 O 的圆周上任意三点 A 、 B 、 C , 当 $\widehat{BC}$ 、 $\widehat{CA}$ 、 $\widehat{AB}$ 的中点分别为 D 、 E 、 F 时, 则 AD 、 BE 和 CF 相交于一点 P .

根据以上命题, 在下面括号里填入适当的数, 记号或语言:

(1) 因为 $\widehat{BD} = \widehat{DC}$, 所以 $\angle BAD = \angle$ (). 因此, AD 二等分 $\angle BAC$. 同理, BE 、 CF 分别二等分 $\angle CBA$ 、



(例2)

$\angle ACB$. 因此, AD 、 BE 和 CF 相交于一点 P , P 是 $\triangle ABC$ 的 ().

(2) 当 $\angle BOC = 140^\circ$ 时, 因为 $\angle BAC = ()$ 度, 所以 $\angle BDC = ()$ 度, $\angle BPC = ()$ 度.

解答: (1) CAD , 内心;

(2) $70, 110, 125$.

解答这个问题时, 必须先理顺“已知”、“所求”和“条件”的关系, 不然就无从下手.

(1) 的第一问是 $\angle BAD = \angle (?)$, 要求的是哪一个角和 $\angle BAD$ 相等, 根据前面的命题, 若只给出 $\widehat{BD} = \widehat{DC}$, 还不能断定 $\angle DAC$ 即为所求, 但是, 我们再考虑下面的结论是 AD 二等分 $\angle BAC$, 就可以断定 $\angle DAC$ 即为所求了. 第二问是“ P 是 $\triangle ABC$ 的什么?” 已知 AD 二等分 $\angle BAC$, BE 、 CF 分别二等分 $\angle CBA$ 、 $\angle ACB$, 所以可知 AD 、 BE 、 CF 为 $\triangle ABC$ 的三内角平分线, 所以它们相交于一点 P , P 为 $\triangle ABC$ 的内心.

(2) 的第一问是 $\angle BAC = (?)$ 度. 已知 $\widehat{BC}$ 上的圆心角 $\angle BOC = 140^\circ$, $\angle BAC$ 为 $\widehat{BC}$ 上的圆周角, 所以可知 $\angle BAC = 140^\circ / 2 = 70^\circ$. 第二问是 $\angle BDC = (?)$ 度, 已知 A 、 B 、 C 、 D 共圆, 且 $\angle BAC = 70^\circ$, $\therefore \angle BDC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. 第三问是 $\angle BPC = (?)$ 度, 在 $\triangle BPC$ 中, $\angle BPC = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB)$, 而 P 点为 $\triangle ABC$ 的内心, $\therefore \angle PBC + \angle PCB = (180^\circ - \angle BAC) \div 2 = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$, $\therefore \angle BPC = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$.

例3 填括号, 完成下列因式分解.

(1) $a^2 + 3a - 18 = [a + ()][a + ()]$;

(2) $4x^2 + 4x + 1 = [()x + ()]^2$.

此例两题中都不同程度的代有启发性，有分解方法上的启发，也有分解成的因式结果的启发。对于这样的问题，实际上是降低了难度。

如题（1），从题面上看很容易想起用十字相乘法来分解，根据 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ 可得 $a^2 + 3a - 18 = (a-3)(a+6)$ 。

题（2）已经把问题圈定在用公式法，用二数和的平方公式，很容易得到 $4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2$ 。

第二编 代 数

第一章 有 理 数

练 习 一

1. 若把整数25看作是一个分数, 那么这个分数的分子为 (), 分母为 ().

2. 任意一个正整数与零的和是 ().

3. 任意一个正整数与零的差是 ().

4. 任意一个正整数与零的积是 ().

5. 零除以任意自然数的商是 ().

6. 既不是正数, 也不是负数的有理数是 ().

7. 零的相反数是 (), 零的倒数 ().

8. 把下列各数用正负数表示出来:

比0只大5的数是 ();

比0只小6的数是 ();

比0只小3.5的数是 ();

比0只大 $1\frac{2}{3}$ 的数是 ();

比-12大5的数是 ();

-10比 ()大6;

-3比 ()小6.

9. 在-21, -3.18, $\frac{3}{2}$, +12, $-1\frac{3}{8}$, 0, $3.\dot{1}$,