学生用书

丛书主编 ◎ 李瑞坤

学海导航新课标必修系列丛书

高中新课标同步攻略

GAO ZHONG XIN KE BIAO TONG BU GONG LUE

配套人民教育出版社实验教科书

数学

SHUXUE

NEW 必修1 BI XIU 1

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

责任编辑　张雁冰
装帧设计　张鹊红　罗 伟

学海导航

高中新课标同步攻略　数学（必修1）　学生用书

配套人民教育出版社实验教科书

www.hnxhdh.com

ISBN 978-7-81119-672-6

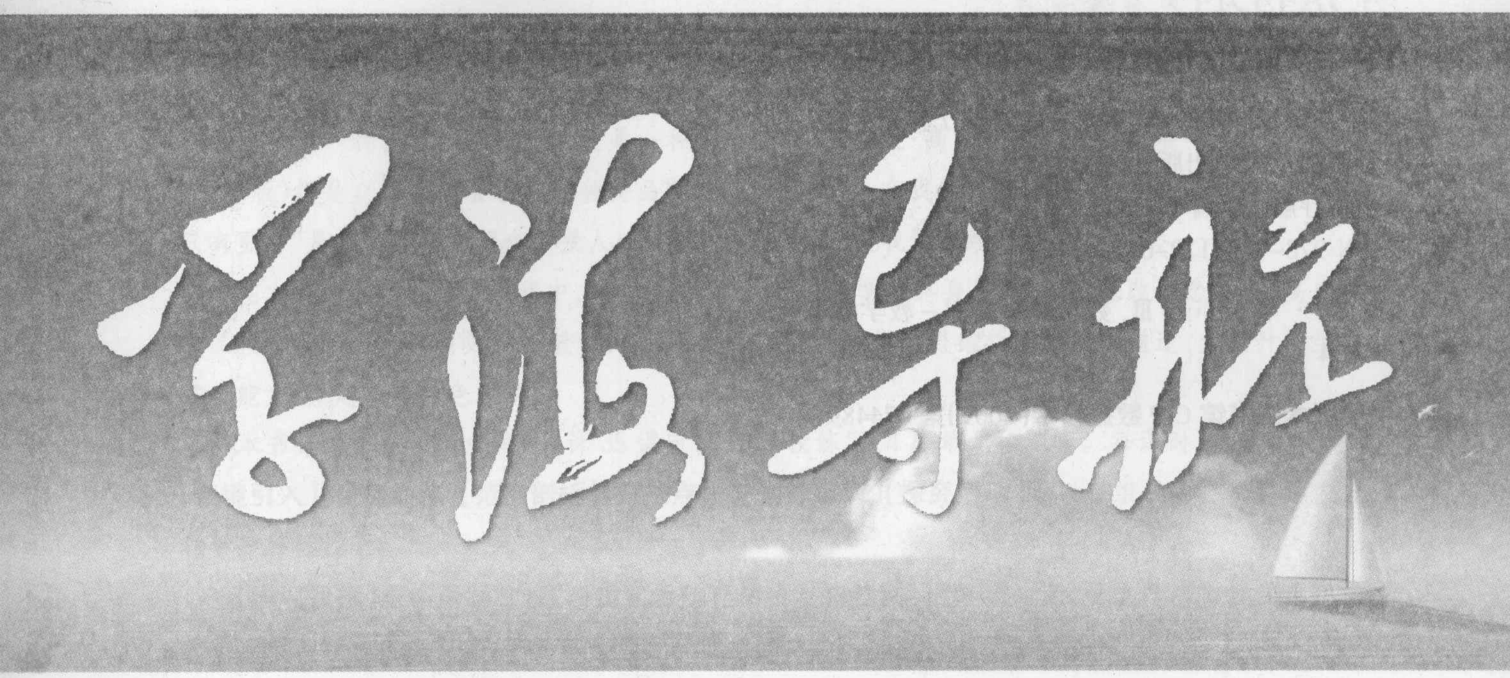
9 787811 196726 >

定价：19.50元

学生用书

从书主编 ● 李瑞坤

学海导航新课标必修系列丛书



高中新课标同步攻略

GAO ZHONG XIN KE BIAO TONG BU GONG LUE

数学

SHU XUE

本册主编 苏 光

副 主 编 陈淼君

编 委 唐汇元 陈栋儒 唐登欣 刘素书 朱福文 邓春元 赵世栋

本书策划 石海和

NEW 必修1 BI XIU 1

首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中新课标同步攻略. 数学. 1: 必修 / 苏光主编. —北京: 首都师范大学出版社, 2009.5

(学海导航 / 李瑞坤主编)

ISBN 978-7-81119-672-6

Ⅰ. 高… Ⅱ. 苏… Ⅲ. 数学课－高中－教学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 074489 号

学海导航·高中新课标同步攻略
数学(必修 1)**·学生用书**
丛书主编　李瑞坤
本册主编　苏　光

责任编辑　张雁冰　　　　装帧设计　张鹊红　罗　伟
责任校对　石海和

首都师范大学出版社出版发行
地　址　北京西三环北路 105 号
邮　编　100048
网　址　cnuph.com.cn
E-mail　master@cnuph.com.cn
湘潭市风帆印务有限公司印刷
全国新华书店发行

版　次　2009 年 5 月第 1 版
印　次　2009 年 5 月第 1 次印刷
开　本　880×1230 毫米　1/16
印　张　8.5
字　数　270 千
定　价　19.50 元

独特是一种能力,一种智慧,更是一种超然!《学海导航·高中新课标同步攻略·数学(必修1)》(人教版)便是众多教辅资料中的独特品牌,“人无我有,人有我优”是我们的基本准则,“没有最好,只有更好”是我们的不变理念,“授人以鱼”又“授人以渔”是我们的终极目标。

在本书的编写与修订过程中,编委会本着“一切为了学生终身发展”的新课改理念,依据高中数学课程标准和人教A版必修1教材,力图以科学方法打通学生思维心理的屏蔽通道,为提升学生的综合能力,架起一座金色之桥。

本书分章节按课时编写,共计35课时,8个阶段练习,4套单元检测卷。每课时由**【学习目标】【情境引入】【目标训练】【范例剖析】【方法点拨】【达标练习】【探究活动】**等栏目组成。栏目具体内容和教学目标如下:

【学习目标】根据课程标准,列出学习研究的主要内容,提出数学知识、数学方法和数学思想的教学目标和能力发展要求,培养学生的主观能动性。

【情境引入】用现实生活中的实例或学习中可能遇到的问题设置情景,让枯燥的数学知识以大家喜闻乐见的形式呈现,激发学生的兴趣。

【目标训练】精心设计了A、B两级练习:“A级练习”侧重于基本概念,“B级练习”用于解决常规问题。两级练习由浅入深、层层递进,既符合学生认知规律,又达到因材施教的效果;既能夯实基础,又能提高学生的能力。

【范例剖析】通过典型例题,不仅为学生解题和书写提供示范,更是“精讲”内容。例题配有“变式训练”,注重课堂互动,讲练结合,达到举一反三的效果。

【方法点拨】对基础知识、基本方法、数学思想、解题技巧及规律进行归纳总结,帮助学生将该节所涉及的知识与方法纳入自己有的认知结构。

【达标练习】选题典型、题量适中、难易适度且有梯度,可作达标检测,巩固该课时知识。

【探究活动】巧设探究问题,鼓励学生从书本走向生活,培养学生的创新和实践能力。

本书分教师用书和学生用书。教师用书有详细答案和解析,各课时还设置“备选题”供教师选用。阶段练习和单元测试卷等以活页形式呈现,便于师生灵活使用,教师用书对学生用书的相关章节标明页码,方便教师评讲。

盈盈月光,我掬一捧最清的;脉脉余晖,我拥一缕最爱的;灼灼红叶,我拾一片最热的;萋萋芳华,我摘一束最灿烂的,献给你们,我的朋友——为了梦想努力拼搏的莘莘学子,但我们深知编写尚嫌粗陋,不够完善,敬请广大读者批评指正,使之臻于完善。

编　者

学生用书 目录

CONTENTS

第一章　集合与函数概念

第 1 课时　集合的含义与表示

学习目标

1. 了解集合的含义，明确集合中元素的特性.
2. 掌握集合的表示方法.
3. 体会元素与集合的“属于”关系.

情境引入

有一位教师在要求学生分组练习时说：“数学成绩好的做第一题，其他同学做第二题.”该老师的要求明确吗？

怎样才能准确地刻画“某一个群体呢”？

目标训练

A级

1. 一般地我们把________统称为元素，把一些元素组成的总体叫做______.集合中的元素是______、______、______.
2. 用集合所含元素的______表示集合的方法称为描述法.具体方法是：在花括号内先写上表示集合元素的______及取值范围，再画一条竖线，在竖线后写出这个集合中元素所具有的______.

B级

3. 下列说法正确的是　（　）

A. 某班年龄最小的学生组成一个集合

B. 集合$\{1,2,3\}$和$\{3,2,1\}$表示不同集合

C. 集合$\{x|(x-1)^2=0\}$含有两个元素

D. 所有小于 0 的整数组成一个集合

4. 用“$\in$”或“$\notin$”填空.

(1)0 ____ $\mathbf{N}$；

(2)0 ____ $\mathbf{R}_+$；

(3)π ____ $\mathbf{Q}$；

(4)3 ____ $\{x|x^2\leqslant 9\}$；

(5)a ____ $\{a\}$.

5. 已知集合 $A=\{x|0<x<100,x\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|0<x<1\}$，其中为有限集的有______.

范例剖析

类型一　集合的表示方法

【例 1】用描述法表示下列集合：

(1)不等式 $4x-5<3$ 的解集；

(2)方程组$\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$的解集；

(3)偶数集；

(4)坐标平面内在第二象限内的点所组成的集合.

分析：本题主要考查集合的表示方法.

解析：(1)$\{x|x<2\}$；

(2)$\{(x,y)|x=1,且\ y=2\}$；

(3)$\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$；

(4)$\{(x,y)|x<0,且\ y>0\}$.

点评：使用描述法时，应注意在竖线前写清楚集合中元素的一般符号，竖线后写清楚集合中元素的特性.

变式训练 用列举法表示下列集合：

(1)小于 5 的正整数；

(2)方程组$\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$的解集；

(3)$M=\{a\in\mathbf{Z}|\frac{6}{5-a}\in\mathbf{N}^*\}$.

类型二　集合中元素的特性的应用

【例 2】已知 $M=\{1,2,x^2\}$ 表示一个集合，求 x 满足的条件(用集合表示).

分析：由集合中元素的互异性确定 x 满足的条件.

解析：由集合中的元素的互异性，可知 $x^2\neq 1$，$x^2\neq 2$，

解得 $x\neq\pm 1$，且 $x\neq\pm\sqrt{2}$，

所以，x 满足的条件是 $\{x\mid x\neq\pm1，且\ x\neq\pm\sqrt{2}\}$.

点评：本题旨在考查集合的性质.

变式训练 已知 $A=\{a-2,2a^2+5a,12\}$，且 $-3\in A$，求 a 的值.

方法点拨

1. 集合中元素的三个特性：确定性、无序性、互异性.
2. 集合的三种常用表示法：自然语言、列举法、描述法.

达标练习

1. 由方程 $x^2+x-6=0$ 的所有实数根组成的集合为（　　）

A. $\{-3\}$　　B. $\{-2,3\}$

C. $\{-2\}$　　D. $\{-3,2\}$

2. 方程组 $\begin{cases}x+y-1=0\\2x-y+4=0\end{cases}$ 的解集表示正确的是（　　）

A. $\{-1,2\}$　　B. $\{x=-1,y=2\}$

C. $\{(-1,2)\}$　　D. $\{\{-1\},\{2\}\}$

3. 集合 $A=\{2,4,6,8,10\}$ 可用描述法表示为（　　）

A. $\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{x\mid x=2n,1<n<5\}$

C. $\{x\mid x=n,n\in\mathbf{Z}\}$　　D. $\{x\mid x=2n,1\leqslant n\leqslant5,n\in\mathbf{Z}\}$

4. 在数集 $\{2x,x^2-x\}$ 中，实数 x 的取值范围是____________________.

5. 用列举法表示由所有大于 10 小于 16 的整数组成的集合为________________.

6. 定义 $A-B=\{x\mid x\in A，且\ x\notin B\}$，若 $M=\{1,2,3,4,5\}$，$N=\{2,3,6\}$，试用列举法表示 $N-M$.

7. 集合 $A=\{x\mid x=a+\sqrt{2}b,a\in\mathbf{Z},b\in\mathbf{Z}\}$，判断下列元素 $x=0$、$\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$、$\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 与集合 A 之间的关系.

探究活动

集合 A 中的元素由关于 x 的方程 $(k-1)x^2-3x+2=0$ 的解构成，其中 $k\in\mathbf{R}$. 若 A 中至多有一个元素，求 k 的取值范围.

第2课时　集合间的基本关系(一)

学习目标

1. 区别元素与集合、集合与集合之间的关系.
2. 理解集合的包含关系及相关概念.
3. 能用 Venn 图表示集合间的关系.
4. 理解空集的概念.

情境引入

实数有相等、大小关系，如 $6=6$，$4<7$，$5>3$ 等，类比实数间的关系，集合之间有什么关系呢？能否说集合 $\{1,2\}$ 比集合 $\{1,2,3\}$ 小呢？

目标训练

A级

1. 对于集合 A、B，如果集合 A 中________一个元素都是集合 B 中的元素，称集合 A 为集合 B 的子集，记作______________.

2. 用"$\subsetneqq$、$\supsetneqq$、$\subseteq$、$\supseteq$、$\in$、$\notin$"填空.

(1)$\{a\}$______$\{a,b\}$；

(2)$\varnothing$______$\{0\}$；

(3)0______$\{0\}$；

(4)$\{0,1\}$______$\mathbf{N}$；

(5)$\mathbf{Q}$______$\mathbf{R}$；

(6)$\{\sqrt{2}\}$______$\{x|1<x<2\}$.

B级

3. 集合 $A=\{1,2\}$ 的所有子集是____________________.

4. 已知集合 $P=\{2,3,4\}$，那么满足 $Q\subseteq P$ 的集合 Q 的个数是　　(　　)

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

5. 已知 $A=\{$三角形$\}$，$B=\{$等腰三角形$\}$，$C=\{$直角三角形$\}$，$D=\{$等腰直角三角形$\}$. 用 Venn 图表示四个集合之间的关系，并找出四个集合中的所有包含关系.

范例剖析

类型一　集合间包含关系的应用

【例1】已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，集合 $B=\{3,m^2\}$. 若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$________.

分析：要使 $B\subseteq A$，则 B 中所有元素都在集合 A 中.

解析：因为 $B\subseteq A$，所以 $m^2\in A$，即 $m^2=2m-1$，或 $m^2=-1$(舍去)

解得 $m=1$. 此时，$A=\{-1,3,1\}$，$B=\{3,1\}$，符合题意，所以 $m=1$.

点评：本题主要考查集合和子集的概念，以及集合中元素的互异性. 本题容易出现 $m^2=3$，避免此类错误的方法是解出 m 的值后，代入检验，看是否满足集合中元素的互异性.

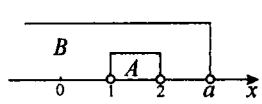
变式训练　已知集合 $M=\{x|2-x<0\}$，集合 $N=\{x|ax=1\}$，若 $N\subsetneqq M$，求实数 a 的取值范围.

类型二　利用数轴解集合间包含关系的问题

【例2】已知集合 $A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x<a\}$，若 $A\subsetneqq B$，求 a 的取值范围.

分析：可先在数轴上将两个集合表示出来，再根据题目已知条件，求出 a 的取值范围.

解析：因为 $A\subsetneqq B$，在数轴上表示集合 A、B，如图.



所以，$a\geqslant 2$.

故 a 的取值范围是 $\{a|a\geqslant 2\}$.

点评：解决用不等式表示的集合之间的关系问题可以使用数轴工具.

变式训练 已知集合 $M=\{x|x<1$ 或 $x>2\}$、$N=\{x|x>m\}$. 若 $N\subsetneqq M$，求 m 的取值范围.

方法点拨

1. 元素与集合之间是"属于"和"不属于"的关系，集合与集合之间是"包含"与"不包含"的关系.

2. $\varnothing$ 是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集.

3. 子集的性质：

(1) $A\subseteq A$，即任何集合是它本身的子集；

(2) 若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$；

(3) 若 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$.

4. 在写集合的子集时，不要遗漏了空集和集合本身.

达标练习

1. 集合 $\{0\}$ 与 $\varnothing$ 的关系是　　（　　）

A. $\{0\}\supsetneqq\varnothing$　　B. $\{0\}\in\varnothing$

C. $\{0\}=\varnothing$　　D. $\{0\}\subseteq\varnothing$

2. 设集合 $M=\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，则　　（　　）

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　D. 没有包含关系

3. 已知集合 $A=\{2,3\}$，$B=\{x|x=ab$，且 a、$b\in A\}$，则集合 B 的真子集个数为　　（　　）

A. 7　　B. 8

C. 15　　D. 16

4. 已知集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{x|x<a\}$，且 $B\subseteq A$，则 a 的取值范围是________.

5. 已知集合 $M=\{y|y=x^2-2x-1\}$，$P=\{x|-2\leqslant x\leqslant 4\}$，则集合 M 与 P 之间的关系是________.

6. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x+a=0\}$，集合 $B=\{x|x+2=0\}$，且 $B\subseteq A$，求实数 a 的值.

7. 在平面直角坐标系中，集合 $C=\{(x,y)|y=x\}$ 表示直线 $y=x$，从这个角度看，集合 $D=\{(x,y)|\begin{cases}2x-y=1\\x+4y=5\end{cases}\}$ 表示什么？集合 C、D 之间有什么关系？

探究活动

分别写出集合 $\{a_1\}$，$\{a_1,a_2\}$，$\{a_1,a_2,a_3\}$，$\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ 的子集；由此猜测集合 $\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}$ 的子集的个数.

第3课时　集合间的基本关系(二)

学习目标

1. 进一步熟悉集合间的关系.
2. 掌握集合相等的定义.
3. 能判断集合是否相等,并能解决相关的参数问题.

情境引入

实数有相等关系,那么集合之间是否也存在这样的关系呢?什么样的两个集合一定相等呢?

目标训练

A级

1. 如果两个集合A,B的元素____________,那么我们说,这两个集合相等.另外,如果集合A是集合B的________,且集合B是集合A的________,则有集合A与集合B相等.
2. 已知集合$A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{2,3,4,1\}$,$C=\{x\in\mathbf{Z}\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$,$D=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$,其中具有相等关系的集合为__________.

B级

3. 已知集合$A=\{x\mid y=x+1\}$,$B=\{y\mid y=x+1\}$,则集合A与B的关系是　　(　　)

   A. $A\subseteq B$　　B. $A\supseteq B$

   C. $A=B$　　D. 以上都不对

4. 已知集合$M=\{a,b\}$,$N=\{x\mid x\in M\}$,则下列关系中正确的是　　(　　)

   A. $M\subseteq N$　　B. $M\supseteq N$

   C. $M=N$　　D. 以上都不对

5. 已知集合$A=\{偶数\}$,则下列集合中和A相等的是　　(　　)

   A. $\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{x\mid x=4k\pm1,k\in\mathbf{Z}\}$

   C. $\{x\mid x=4n,n\in\mathbf{Z}\}$　　D. $\{x\mid x=2n\pm1,n\in\mathbf{Z}\}$

范例剖析

类型一　集合间相等关系的运用

【例1】已知集合$A=\{x,y,x+y\}$,$B=\{0,x^2,xy\}$,若$A=B$,求$x^{2008}+y^{2009}$的值.

分析:解决本题的关键是找到$A=B$的条件即元素相同且不违背集合中元素的互异性.

解析:因为$0\in B$,$A=B$,所以$0\in A$.

由集合中元素的互异性知,$x\neq0$,且$y\neq0$,

所以只有$x+y=0$,所以可分为两种情况:

①$\begin{cases}x+y=0\\x=x^2\\y=yx\end{cases}$,解得$\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$.

②$\begin{cases}x+y=0\\x=xy\\y=x^2\end{cases}$,解得$\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$.

因此,$x^{2008}+y^{2009}=0$或2.

点评:解此类问题最好先排除一些不成立的情况,减少讨论的种类.另外,在分类讨论时要做到不重不漏.

变式训练　已知集合$A=\{1,x-y\}$,$B=\{0,x+y\}$,若$A=B$,求$x+2y$的值.

类型二　集合中的参数问题

【例2】已知集合$A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$,集合$B=\{x\mid (x-1)\cdot(x-a)=0\}$,试判断集合$B$是不是集合$A$的子集?是否存在实数$a$使$A=B$成立?

分析:A是一个确定的集合,可以在数轴上表示,而集合B不定,有两种情况.

解析:当$a=1$时,$B=\{1\}$,显然有$B\subseteq A$;

当$a\neq1$时,$B=\{1,a\}$.

因为$1\in A$,

所以要使$B\subseteq A$,只要$a\in A$.

所以$1<a\leqslant3$.

综上,当$1\leqslant a\leqslant3$时,有$B\subseteq A$.

由于A中有无数多个元素,而B中最多只有两个元素,

所以不存在实数a使$A=B$成立.

点评:分类讨论思想就是科学地划分类别,先"各个击破",再求整体的策略.类别的划分必须满足互斥、无漏、最简的要求,探索分类标准是分类讨论的关键.

变式训练 设 a、b 为非零实数，用列举法将 $\frac{a}{|a|}+\frac{|b|}{b}+\frac{ab}{|ab|}$ 可能取的值组成的集合表示出来.

方法点拨

1. 在解有关集合的关系的问题时，要注意分类讨论思想的应用，特别要注意空集是任何集合的子集.

2. 会利用集合相等关系解决一些参数问题.

达标练习

1. 下列有关集合的关系正确的个数是　　(　　)

①$\{1,2\}=\{x|x^2-3x+2=0\}$；

②$\{(1,2)\}=\{x|x^2-3x+2=0\}$；

③$\varnothing=\{0\}$；

④$\mathbf{R}_+=\{x|x\geqslant 0\}$.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-mx+n=0\}$，$B=\{2,3\}$. 若 $A=B$，则 $m+n=$　　(　　)

A. 1　　B. 10

C. 11　　D. 12

3. 若集合 $M=\{x,y\}$，$N=\{-1,2,3\}$，且 $M\subsetneqq N$，则由 $x+y$ 的值组成的集合是　　(　　)

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,2,5\}$

C. $\{2,3\}$　　D. $\{-1,3\}$

4. 已知集合 $P=\{x|ax+b-x=0\}$ 是无限集，则 $a=$______，$b=$______.

5. 集合 $A=\{x|0\leqslant x<3$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集的个数为______.

6. 已知集合 $A=\{x+1,y,xy\}$，$B=\{0,-1,1\}$. 若 $A=B$，求 x，y 的值.

7. 已知集合 $P=\{x|x^2+x-6=0\}$，$Q=\{x|ax+1=0\}$，且满足 $Q\subsetneqq P$，求 a 的所有取值.

探究活动

定义集合运算 $A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，$A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，求集合 $A\odot B$ 的所有元素之和 S.

第 4 课时　集合的基本运算(一)

学习目标

1. 掌握集合的交集和并集的含义.

2. 会求两个集合的交集与并集.

3. 能用 Venn 图表达集合的关系与运算. 体会直观图示对理解抽象概念的作用.

情境引入

高一某班在运动会报名时,体育委员发现报田赛项目的有 15 人,报径赛项目的有 20 人,但当他召开报名的学生的会议时,却只有 25 人参加会议,你知道还有 10 位同学上哪儿去了吗?

目标训练

A级

1. 由属于集合 A ______属于集合 B 的所有元素组成的集合,称为 A 与 B 的交集,记作________;由所有属于集合 A ______属于集合 B 的元素组成的集合,称为 A 与 B 的并集,记作________.

2. 填空:

(1)$A\cap A=$______;

(2)$A\cup A=$______;

(3)$A\cap\varnothing=$______;

(4)$A\cup\varnothing=$______;

(5)若 $A\subseteq B$,则 $A\cap B=$______,$A\cup B=$______;

(6)$A\cap B$ ______A,$A\cup B$ ______A.

B级

3. 已知集合 $A=\{-1,0,2,4\}$,集合 $B=\{2,4,6,8\}$,则 $A\cap B=$________,$A\cup B=$________.

4. 已知集合 $M=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,集合 $N=\{y|y=5-x^2,x\in\mathbf{R}\}$,则 $M\cap N=$________.

5. 已知集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$,集合 $B=\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 2\}$,求 $A\cap B$ 和 $A\cup B$.

范例剖析

类型一　求两个集合的交集与并集

【例 1】设集合 $A=\{x|x^2-(a+2)x+2a=0\}$,集合 $B=\{x|x^2-4x+3=0\}$,求 $A\cup B$,$A\cap B$.

分析:首先将集合 A、B 用最简单的形式表示出来,然后通过对 a 的讨论求出 $A\cup B$,$A\cup B$.

解析:$A=\{x|(x-a)(x-2)=0\}$,$B=\{1,3\}$.

当 $a=2$ 时,$A=\{2\}$,所以 $A\cup B=\{1,2,3\}$,$A\cap B=\varnothing$;

当 $a=1$ 时,$A=\{1,2\}$,所以 $A\cup B=\{1,2,3\}$,$A\cap B=\{1\}$;

当 $a=3$ 时,$A=\{2,3\}$,所以 $A\cup B=\{1,2,3\}$,$A\cap B=\{3\}$;

当 $a\neq 1,2,3$ 时,$A=\{a,2\}$,所以 $A\cup B=\{a,1,2,3\}$,$A\cap B=\varnothing$.

点评:对 a 进行分类讨论是解答本题的关键.

变式训练　已知集合 $A=\{-1,a^2+1,a^2-3\}$,集合 $B=\{-4,a-1,a+1\}$,且 $A\cap B=\{-2\}$,求 $A\cup B$.

类型二　已知集合关系求参数

【例 2】已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$,集合 $B=\{x|x^2-ax+a-1=0\}$,且 $A\cup B=A$,求实数 a 的值.

分析:由 $A\cup B=A$ 得 $B\subseteq A$,从而推出 B 有四种可能,进而求出 a 的值.

解析:因为 $A\cup B=A$,所以 $B\subseteq A$.

因为 $A=\{1,2\}$,所以 $B=\varnothing$ 或 $\{1\}$ 或 $\{2\}$ 或 $\{1,2\}$.

若 $B=\varnothing$,则由 $\Delta<0$,得 $a\in\varnothing$;

若 $B=\{1\}$，则由 $\Delta=0$，得 $a=2$，此时 $x=1$ 是方程 $x^2-ax+a-1=0$ 的根．即 $a=2$ 满足题意；

若 $B=\{2\}$，则由 $\Delta=0$，得 $a=2$，此时 $x=2$ 不是方程 $x^2-ax+a-1=0$ 的根，即 $a\in\varnothing$；

若 $B=\{1,2\}$，则由 $\Delta>0$，得 $a\in\mathbf{R}$ 且 $a\neq2$．把 $x=1$ 代入方程 $x^2-ax+a-1=0$，得 $a\in\mathbf{R}$；把 $x=2$ 代入方程 $x^2-ax+a-1=0$，得 $a=3$．

综上，实数 a 的值为 2 或 3．

点评：本题不能直接写出 $B=\{1,a-1\}$，因为 $a-1$ 可能等于 1，与集合元素的互异性矛盾．另外，还要考虑到集合 B 有可能是空集，还有可能是单元素集的情况．

变式训练 已知集合 $A=\{x|a-1\leqslant x\leqslant a+2\}$，集合 $B=\{x|3<x<5\}$，且 $A\cap B=B$，求实数 a 的取值范围．

方法点拨

1. 求集合 A 与集合 B 的交集与并集时注意：

(1)对于有限集，将两集合的公共元素一一列举出来，写在{}里就得到 $A\cap B$；将 A 和 B 中出现的所有元素一一列举出来，重复元素只列一次，写在{}里就得到 $A\cup B$．

(2)对于无限集，将集合 A 与集合 B 用 Venn 图或数轴表示出来，将图象公共区域转化为集合就得到 $A\cap B$，将图象所有覆盖的区域转化为集合就得到 $A\cup B$．

2. 交集、并集运算时注意数轴的应用，特别是有关不等式的题目．

3. 几个常见的结论：

(1) $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$；

(2) $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$；

(3) $A\cap B=A\cup B\Leftrightarrow A=B$．

达标练习

1. 设集合 $A=\{1,2\}$，则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是（　　）

A. 1　　B. 3

C. 4　　D. 8

2. 若集合 $M=\{x|-4\leqslant x\leqslant7\}$，$N=\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$，则 $M\cap N$ 为（　　）

A. $\{x|-4\leqslant x<-2$ 或 $3<x\leqslant7\}$

B. $\{x|-4<x\leqslant-2$ 或 $3\leqslant x<7\}$

C. $\{x|x\leqslant-2$ 或 $x>3\}$

D. $\{x|x<-2$ 或 $x\geqslant3\}$

3. 若 $A=\{x|x^2=1\}$，$B=\{x|x^2-2x-3=0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{3\}$　　B. $\{1\}$

C. $\varnothing$　　D. $\{-1\}$

4. 若 A、B、C 为三个集合，$C=A\cap B$，则下列结论中一定成立的有______．

①$A\subseteq C$；　②$C\subseteq A$；　③$A\subsetneqq C$；　④$A=\varnothing$．

5. 设 $A=\{x|x$ 是直角三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$，则 $A\cap B=$____________；$A\cup B=$____________．

6. 设集合 $M=\{x|-1\leqslant x\leqslant2\}$，集合 $N=\{x|x-k\leqslant0\}$，若 $M\cap N\neq\varnothing$，试求 k 的取值范围．

7. 已知 $A=\{-4,2,a-1,a^2\}$，$B=\{9,a-5,1-a\}$．若 $A\cap B=\{9\}$，求实数 a 的值．

探究活动

设集合 $A=\{x|x^2-px-3=0\}$，$B=\{x|x^2+ax+b=0\}$．若 $A\cap B=\{1\}$，$A\cup B=\{-3,1,2\}$，求实数 p,a,b 的值．

第5课时　集合的基本运算(二)

学习目标

1. 掌握补集的定义.
2. 会求给定子集的补集.
3. 能使用 Venn 图求集合中的待定元素或者元素的个数.

情境引入

某班60名学生，班主任挑选了其中的30人参加学校组织的某项活动. 班主任能根据参加活动的人判断哪些人留在了教室. 你能用集合的关系解释吗？

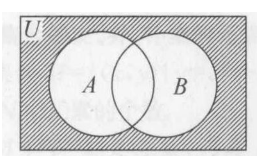
目标训练

A级

1. 如果一个集合含有我们所研究问题中所涉及的所有元素，那么就称这个集合为________，通常用U表示；对于一个集合A，由全集中____________的所有元素组成的集合称为集合A相对全集U的补集，记作________.
2. 已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，则$\complement_U A=$________，$\complement_U B=$__________.

B级

3. 图中阴影部分表示的集合是　　(　　)



A. $\complement_U(A\cap B)$　　B. $\complement_U(A\cup B)$

C. $(\complement_U A)\cap B$　　D. $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$

4. 已知全集为$\mathbf{R}$，集合$P=\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$，$Q=\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 3\}$，那么$\complement_{\mathbf{R}}P=$____________. $\complement_{\mathbf{R}}Q=$__________.
5. 设全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，则$P\cap(\complement_U Q)$等于　　(　　)

A. $\{1,2\}$　　B. $\{1,2,6,7\}$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

范例剖析

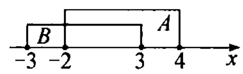
类型一　求给定集合的补集

【例1】已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$，求：

(1)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cap B)$；

(2)$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cup B)$.

解析：将集合A、B在数轴上表示出来.



由图可得$\complement_U A=\{x|x<-2$ 或 $x>4\}$，$\complement_U B=\{x|x<-3$ 或 $x>3\}$.

(1)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{x|x<-2$ 或 $x>4\}\cup\{x|x<-3$ 或 $x>3\}=\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$.

又因为$A\cap B=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$，

所以$\complement_U(A\cap B)=\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$.

(2)$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{x|x<-2$ 或 $x>4\}\cap\{x|x<-3$ 或 $x>3\}=\{x|x<-3$ 或 $x>4\}$.

又因为$A\cup B=\{x|-3\leqslant x\leqslant 4\}$，

所以$\complement_U(A\cup B)=\{x|x<-3$ 或 $x>4\}$.

点评：观察上面的运算结果可知两个重要结论：

1. $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$；
2. $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)$.

变式训练 已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，求$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

类型二　已知交、并、补的结果确定集合

【例2】已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x^2+ax+2b=0\}$，$B=\{x|x^2+3ax+b=0\}$，满足$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$，$(\complement_U B)\cap A=\{4\}$，求实数$a,b$的值.

分析：因为A、B中都含有参数a,b，所以可从$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$，$(\complement_U B)\cap A=\{4\}$着手. 由$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$，$(\complement_U B)\cap A=\{4\}$可得到$2\in B$，$4\in A$，从而代入集合$A$、$B$得到方程组.

解析：因为$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$，$(\complement_U B)\cap A=\{4\}$，

所以$2\in B$，$4\in A$.

所以$\begin{cases}4^2+4a+2b=0\\2^2+6a+b=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=1\\b=-10\end{cases}$.

这时$A=\{-5,4\}$,$B=\{-5,2\}$,满足条件.

点评:本题考查如何由已知交、并、补的结果得到未知集合的信息,然后根据这些信息求解参数.

变式训练 设全集$U=\{1,2,3,4,5\}$,若$A\cap B=\{2\}$,$(\complement_U A)\cap B=\{4\}$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,5\}$.求集合$A$和集合$B$.

方法点拨

1. 对于用不等式表示全集为$\mathbf{R}$的集合的补集可用数轴来求. 这时要注意端点的处理.

2. 对于比较复杂的交集、并集、补集的计算往往使用Venn图比较方便.

3. 几个常用的性质:

(1) $\complement_U(\complement_U A)=A$;

(2) $\complement_U U=\varnothing$, $\complement_U\varnothing=U$;

(3) $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$;

(4) $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)$.

达标练习

1. 若全集$U=\mathbf{R}$,$A=\{x|x<-1$或$x\geqslant 0\}$,则$\complement_U A=$ (　　)

A. $\{x|-1<x<0\}$　　B. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 0\}$

C. $\{x|-1\leqslant x<0\}$　　D. $\{x|-1<x\leqslant 0\}$

2. 若全集$U=\{1,2,3,4,5,6\}$,$A=\{1,3,5\}$,$B=\{2,3,4\}$,则$(\complement_U A)\cap B=$ (　　)

A. $\{2,4\}$　　B. $\{3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,5\}$

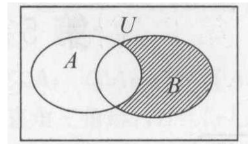
3. 若全集$U=\mathbf{R}$,$A=\{x|x\leqslant 2+\sqrt{3}\}$,$B=\{3,4,5,6\}$,则$(\complement_U A)\cap B=$ (　　)

A. $\{4\}$　　B. $\{4,5,6\}$

C. $\{2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

4. 若全集$U=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,$A=\{(x,y)|(x-1)^2+(y+2)^2>0\}$,则$\complement_U A=$________.

5. 在如下的Venn图中,阴影部分的区域用集合U,A,B可表示为________.



6. 已知全集$U=\{2,0,3-a^2\}$,子集$P=\{2,a^2-a-2\}$,且$\complement_U P=\{-1\}$,求实数a的值.

7. 某班有学生50人,做甲、乙两道数学题. 已知做对甲题的有34人,做对乙题的有28人,两题均做对的有20人. 问:

(1)至少做对其中一题的有多少人?

(2)两题均未做对的有多少人?

探究活动

设全集$U=\mathbf{Z}$,$A=\{x|x=2n-1,n\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x|x=4k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,$C=\{x|x=n+1,n\in\mathbf{Z}\}$,试求$A\cap(\complement_U B)$和$C\cap(\complement_U A)$.

第6课时 集合中元素的个数及集合子集的个数

学习目标

1. 会求集合的交集、并集及补集的元素个数.
2. 掌握含有 n 个元素的集合的子集个数的求法.

情境引入

设集合 A 含有 n 个元素，那么该集合有多少个子集呢？能找到规律吗？

目标训练

A级

1. 已知集合 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,c,d,e\}$，则 $A\cap B$ 的元素个数是______，$A\cup B$ 的元素个数是______.
2. 集合 $M=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}$ 的子集的个数为______；真子集的个数为_______；非空真子集的个数为_______.

B级

3. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{1,3\}$，则集合 $\complement_U A$ 的元素的个数是______.
4. 已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3,4,6\}$. 若 $A\subseteq M\subsetneqq B$，则集合 M 的个数是______.
5. 已知集合 $A=\{x|x<10,x\in\mathbf{N}\}$，$B=\{x|x>-1\}$，那么 $A\cap B$ 的子集个数为_______.

范例剖析

类型一 求集合的交、并、补集的元素个数

【例1】已知集合 $M=\{(x,y)|y=x^2+x\}$，$N=\{(x,y)|y=x+1\}$，试求 $M\cap N$ 中元素的个数.

分析：集合 M 和 N 都是点集，问题 $M\cap N$ 的元素的个数，转化为二次函数 $y=x^2+x$ 的图象和一次函数 $y=x+1$ 的图象的交点的个数，即方程组 $\begin{cases}y=x^2+x\\y=x+1\end{cases}$ 的解的个数.

解析：由 $\begin{cases}y=x^2+x,\\y=x+1\end{cases}$

得 $x^2+x=x+1$，

解得 $x=\pm1$.

因此，方程组有两解.

故集合 $M\cap N$ 有两个元素.

点评：该题要求首先弄清两个集合的内容是点的集合. 其次要知道方程组的解、函数图象的交点和交集的元素三者之间的关系.

变式训练 设全集 $U=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$P=\{(x,y)|\frac{y-2}{x-3}=1\}$，$Q=\{(x,y)|y=x-1\}$. 求 $(\complement_U P)\cap Q$ 的元素个数.

类型二 求子集的个数

【例2】已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，集合 $B=\{1,2,3,4,5\}$，设集合 C 满足：①$C\subseteq A$；②$B\cap C\neq\varnothing$. 求满足条件的集合 C 有多少个？

分析：同时满足①②两个条件的集合 C 中的元素来自集合 A 中而不全在集合 B 中.

解析：设集合 $D=\{6,7,8,9,10\}$，A 的子集个数是 2^{10} 个. 由 $B\cap C\neq\varnothing$ 知，集合 C 与 B 有公共元素. 只有 D 的子集与 B 没有公共元素，而 D 的子集个数为 2^5，所以满足条件的集合 C 的个数是 $2^{10}-2^5=992$(个).

点评：本题要求掌握含 n 个元素的集合的子集个数的求法，还要求准确解读题目中的两个条件.

变式训练 已知集合 $A=\{0,2,3\}$，集合 $B=\{x|x=ab,a\in A且b\in A\}$，求集合 B 的真子集的个数.

方法点拨

1. 求元素个数时，可以借助 Venn 图标明集合元素的个数，进而直观的得出要求的集合的元素个数.
2. 求子集的个数的关键是确定要求集合的元素的个数，再利用结论求出结果.
3. 含有 n 个元素的集合的子集有 2^n 个，真子集有 2^n-1 个.