



# 新课标



高中数学

主 编 傅荣强

本册主编 张书祥

统计与概率



龍門書局  
[www.Longmenbooks.com](http://www.Longmenbooks.com)

新课标



# 统计与概率

## 高中数学

主 编:傅荣强

本册主编:张书祥

编 者:杨丽平 朱晓峰 包凤清  
刘凤珍 张 艳 谭秀英  
由淑清 丛淑芬 孟凤琴  
林春明 邓庆云 李延军  
徐 宏 姚玉芬 王克军  
李慎有 王淑梅 庄志录  
杨玉阁 朴一奎

龍門書局

北 京

**版权所有 侵权必究**

举报电话:(010)64030229;(010)64034315;13501151303

邮购电话:(010)64034160

**图书在版编目(CIP)数据**

龙门专题·新课标·高中数学·统计与概率/傅荣强主编;张书祥本册主编. —北京:龙门书局,2008

ISBN 978-7-5088-0690-7

I. 龙… II. ①傅…②张… III. 高等数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 116975 号

责任编辑:田 旭 马建丽 许冲冲/封面设计:耕 者

**龍門書局出版**

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

[www.longmenbooks.com](http://www.longmenbooks.com)

**北京龙兴印刷厂 印刷**

科学出版社总发行 各地书店经销

\*

2008 年 7 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2008 年 7 月第一次印刷 印张:5 1/2

字数:194 000

**定 价: 10.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 策划者语



# 生命如歌

未名湖畔，博雅塔旁。

明媚的晨光穿透枝叶，懒散的泻落在林间小道上，花儿睁开惺忪的眼睛，欣喜地迎接薄薄的雾霭，最兴奋是小鸟，扇动翅膀在蔚蓝的天空中叽叽喳喳地欢唱起来了。微风轻轻拂动，垂柳摇曳，舒展优美的身姿，湖面荡起阵阵涟漪，博雅塔随着柔波轻快地翩翩起舞。林间传来琅琅的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，三三两两静静的坐着，那是求索知识的学子……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨都是这样的；在复旦，在交大，在南大，在武大……其实，在每一所高校里，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在过去几年时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀的学子到全国各地巡回演讲。揭开他们“状元”的光环，他们跟我们是那么的相似，同样的普通与平凡。

是什么成就了他们的“状元”辉煌？

在来来往往带他们出差的路上，在闲来无事的聚会聊天过程中，我越来越发现，在普通平凡的背后，他们每个人都是一道亮丽独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的成功，是偶然中的必然。

小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，但学习一直平平；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年



三十的晚上还学习到深夜三点？你们又有谁发发烧到39度以上还在病床上看书？……”那一年，她以总分684分成为了浙江省文科高考状元。

陆文，一个出自父母离异的单亲家庭的女孩，她说，她努力学习的动力就是想让妈妈高兴，因为从小她就发现，每次她成绩考得很好，妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子，她选择了出国这条路，考托福，考GRE，最后如愿以偿，被芝加哥大学以每年6.4万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4万美金，当时相当于人民币52万。

齐伟，湖南省高考第七名，清华大学计算机学院的研究生，最近被全球最大的软件公司MICROSOFT聘为项目经理；霖秋，北京大学数学学院的小妹，在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅槃，昨天的她在未名湖上游弋，今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多很多优秀的学子，他们也都有自己的故事，酸甜苦辣，很真实，很精彩。我有幸跟他们朝夕相处，默默观察，用心感受，他们的自信，他们的执着，他们的勤奋刻苦，尤其是他们的“学而得其法”所透露出来的睿智更让人拍案叫绝，他们人人都有一套行之有效的学习方法，花同样的时间和精力他们可以更加快速高效，举一反三。我一直在想：如果当年我也知道他们的这些方法，或许我也能考个清华北大的吧？

多年以来，我一直觉得我们的高考把简单的事情搞复杂了，学生们浪费了大量的时间和精力却收效甚微；多年以来，我们也一直在研究如何将一套优良的学习方法内化在图书中，让同学们在不知不觉中轻松快速的获取高分。这，就是出版《龙门专题》的原因了。

一本好书可以改变一个人的命运！名校，是每一个学子悠远的梦想和真实的渴望。“少年心事当拿云，谁念幽寒坐呜呃！”

龙门专题，走向名校的阶梯！

总策划

2008年7月



# Contents

## 目录

|                     |         |
|---------------------|---------|
| <b>基础篇</b> .....    | ( 1 )   |
| <b>第一讲 统计</b> ..... | ( 2 )   |
| 1. 1 随机抽样 .....     | ( 2 )   |
| 1. 2 用样本估计总体 .....  | ( 20 )  |
| 1. 3 变量间的相关关系 ..... | ( 54 )  |
| 高考热点题型评析与探索 .....   | ( 64 )  |
| 本讲测试题 .....         | ( 70 )  |
| <b>第二讲 概率</b> ..... | ( 84 )  |
| 2. 1 随机事件的概率 .....  | ( 84 )  |
| 2. 2 古典概型 .....     | ( 103 ) |
| 2. 3 几何概型 .....     | ( 117 ) |
| 高考热点题型评析与探索 .....   | ( 132 ) |
| 本讲测试题 .....         | ( 136 ) |
| <b>综合应用篇</b> .....  | ( 149 ) |
| 统计与概率的理论应用 .....    | ( 149 ) |
| 统计与概率的实际应用 .....    | ( 155 ) |



# 基 础 篇

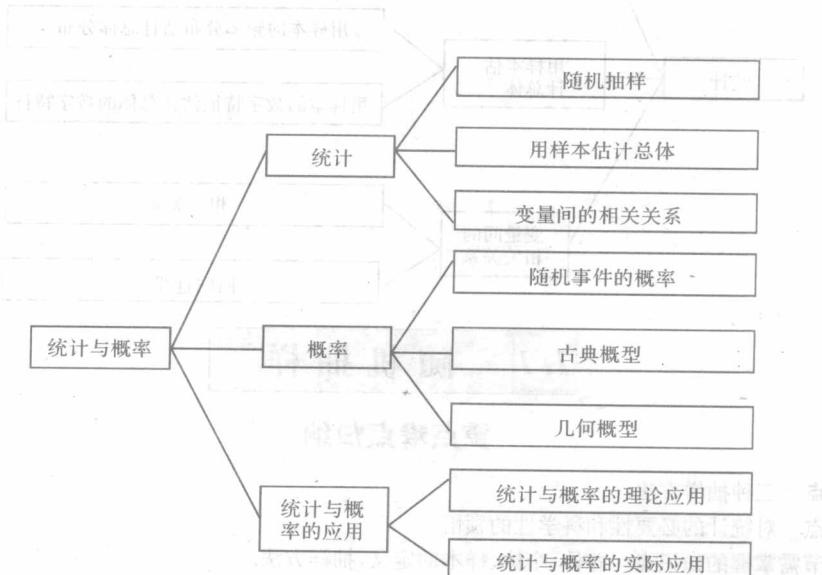
数学是研究现实世界空间形式和数量关系的学科,简单地说,它是研究“数”和“形”的学科。

统计与概率是数学的一个分支。

统计,它是和数字打交道的学科,抽样、分析、寻找规律、用样本估计总体,这些是它的基本思想。

概率,它是研究一件事发生的可能性的大小的一门学科。

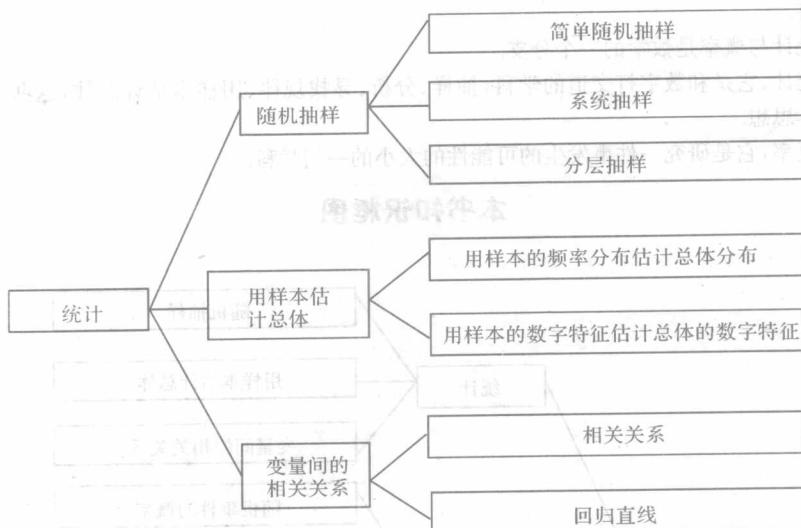
## 本书知识框图





# 第一讲 统计

## 本讲知识框图



### 1.1 随机抽样

#### 重点难点归纳

**重点** 三种抽样方法.

**难点** 对统计的必要性和科学性的领悟.

**本节需掌握的知识点** 总体、个体、样本的定义, 抽样方法.

#### 知识点精析与应用

##### 知识点精析

###### 思考——问题提出

数据, 这两个字大家应该非常熟悉. 例如, 产品生产厂家经常与成本、产量、销量、利润等数据打交道. 又如, 技术监督部门对产品的质量进行检查时, 通常是以合格率给出结论. 数据无时不有无处不在, 像电视台的收视率、某市的就业状况、某地的气温等, 这些都在数据的范畴.

数据, 它是科学决策的重要参数.



数据是怎样得来的呢？它是通过调查获得的。

怎样调查数据呢？对被调查的全体逐一调查吗？这既没必要也不可行，通常是调查全体的一部分，在保证精度的前提下，数量越少越好，并使之具有真正的代表性，以达到用部分来推断全体的效果。

### 探究——抽象概括

上面我们谈到了数据是随时随处可见的，它是科学决策的重要参数，通过调查得来。

下面我们就来探究数据的获取。

#### 1. 简单随机抽样

##### (1) 预备知识

###### ① 总体、个体

一般地，把所考察的对象的某一数值指标的全体构成的集合看成总体，构成总体的每一个元素作为个体。当总体中含有  $N$  个个体时，一般称其为容量为  $N$  的总体。例如，考察一批产品的长度，这批产品长度的全部数据就是总体，每一个产品的长度数据就是个体。

###### ② 样本

研究总体的性质，当总体中包含的个体很多时，很难对每一个个体进行考察。一般做法是从总体中随机抽取若干个个体进行考察，这若干个个体构成的集合叫做总体的一个样本。样本中含有  $n$  个个体时，称  $n$  为样本容量，有时也称这样的样本是容量为  $n$  的样本。

###### ③ 随机抽样

如何抽取样本，直接关系到对总体估计的精确程度。因此，抽样时要保证每一个个体都可能被抽到，且每一个个体被抽到的机会是均等的，满足这样条件的抽样就是随机抽样。

##### (2) 简单随机抽样

一般地，设一个总体含有  $N$  个个体，从中逐个不放回地抽取  $n$  ( $n \leq N$ ) 个个体作为样本，如果每次抽取时总体内的各个个体被抽到的机会都相等，这种抽样方法叫做简单随机抽样。

要注意，简单随机抽样有四个特点：

第一，被抽取样本的总体的个数有限，这样便于通过对随机抽样获得的样本的分析对总体进行分析；

第二，从总体中逐个地进行抽取，这样便于在抽样实践中进行操作；

第三，它是一种不放回抽样，所以，抽取的样本中没有被重复抽取的个体，便于进行有关的计算；



第四,每一次抽取时,总体中的各个个体有相同的可能性被抽到,这样就保证了这种抽样方法的公平性。

### (3)简单随机抽样方法

#### ①抽签法

一般地,抽签法就是把总体中的 $N$ 个个体编号,把号码写在号签上,将号签放在一个容器中,搅拌均匀后,每次从中抽取一个号签,连续抽取 $n$ 次,就得到了一个容量为 $n$ 的样本。

一般地,用抽签法从容量为 $N$ 的总体中抽取一个容量为 $n$ 的样本的步骤为:(i)给总体中的所有个体编号(号码可以从1到 $N$ );(ii)将1~ $N$ 这 $N$ 个号码写在形状、大小相同的号签上(号签可以用小球、卡片、纸条等制作);(iii)将号签放在一个不透明的容器中,搅拌均匀;(iv)从容器中每次抽取一个号签(不放回),并记录其编号,连续抽取 $n$ 次;(v)从总体中将与抽到的号签的编号相一致的个体取出。

#### ②随机数表法

随机抽样中,除抽签法之外,另一个经常被采用的方法是随机数表法,即使用随机数表、随机数骰子或计算机产生的随机数进行抽样。以下只介绍使用随机数表抽样。

#### (i)随机数表

随机数表是由0,1,2,...,9这10个数字组成的数表,并且表中的每一位出现各个数字的可能性相同、随机数表不是唯一的,只要符合各个位置出现各个数(字)的可能性相同的要求,就可以作为随机数表。通过随机数生成器(例如,使用计算器或计算机的应用程序生成随机数的功能)可以生成一张随机数表,见教材中的附表。

#### (ii)用随机数表抽样的步骤

第一步,将总体中的个体编号。编号,实际上是编数字号码。例如,将100个个体编成00,01,02,...,99,而不是编成0,1,2,...,99,以便于运用随机数表。

此外,将起始号码选为00,而不是01,可使100个个体都可用两位数字号码表示,否则将会出现三位数字号码100。可见,这样确定起始号码便于我们使用随机数表。

#### 第二步,选定开始的数字。

为了保证被选定数字的随机性,应在面对随机数表之前就指出开始数字的纵横位置。

#### 第三步,获取样本号码。

为了知道所抽取的第一个号码是否与前面得到的号码重复,可将总体中所有个体的数字号码先按顺序列出,每抽出一个号码时,就在其中的相应号码中做一个记号,这样就知道后面得到的号码是否曾被取出。

以上我们介绍了抽签法和随机数表法,这两种方法统称为简单随机抽样,其优点体现在操作简便易行上,适用于总体中的个体数较少的情况。



## 2. 系统抽样

### (1) 系统抽样的含义

将总体分成均衡的若干部分，然后按照事先制定的规则，从每一部分抽取一个个体，得到所需样本的抽样叫做系统抽样。

例如，某厂为了了解全体干部职工对工厂管理的意见，打算从全厂干部职工 1000 人中抽出 100 人进行调查，用系统抽样法可这样操作：

第一步，将这 1000 人用随机方式编号，编号为 1, 2, …, 1000，并将编号分为 100 段；

第二步，在第一段 1, 2, …, 10 这十个编号中用简单随机抽样抽出一个（如 8）作为起始号码；

第三步，将编号为 8, 18, 28, … 的个体抽出，组成样本。

### (2) 系统抽样的操作

一般地，假设要从容量为  $N$  的总体中抽取容量为  $n$  的样本，我们可以按下列步骤进行系统抽样：

①先将总体的  $N$  个个体编号，有时可直接使用个体自身所带的号码，如学号、准考证号、门牌号等；

②确定分段间隔  $k$ ，对编号进行分段，当  $\frac{N}{n}$  是整数时，取  $k = \frac{N}{n}$ ；

③在第 1 段用简单随机抽样确定第一个个体编号  $t (t \leq k)$ ；

④将  $t$  加上间隔  $k$  得到第 2 个个体编号  $(t+k)$ ，再加上  $k$  得到第 3 个个体编号  $(t+2k)$ ，依次进行下去，直到获取整个样本。当  $\frac{N}{n}$  不是整数时，令  $k = \left[ \frac{N}{n} \right]$ ，先从总体中用简

单随机抽样的方法剔除  $N - nk$  个个体，再将其余的编号均分成  $k$  段，以下做法同  $\frac{N}{n}$  是整数的情况。例如，若用系统抽样的方法从由 21 个个体组成的总体中抽一个容量为 5 的样本，可操作如下：第一步，将 21 个个体用随机方式编号；第二步，从总体中剔除一个个体（剔除方法可用随机数表法），将剩下的 20 个个体重新编号（号码为 1, 2, …, 20），并分成 5 段；第三步，在第一段 1, 2, 3, 4 这 4 个编号中用简单随机抽样抽出一个（如 4）作为起始号码；第四步，将编号为 4, 8, 12, 16, 20 的个体抽出，组成样本。

## 3. 分层抽样

### (1) 分层抽样的含义

一般地，在抽样时，将总体分成互不交叉的层，然后按照一定的比例，从各层独立地抽取一定数量的个体，将各层取出的个体合在一起作为样本，这样的抽样方法就是分层抽样。

### (2) 分层抽样的操作

①将总体按一定标准进行分层；

②计算各层的个体数与总体的个体数的比例；

③按各层的个体数占总体的个体数的比例确定各层应抽取的样本容量；

④在每一层进行抽样（可用简单随机抽样或系统抽样）。



## 解题方法指导

本节涉及的知识点集中地体现在“抽样”上。抽样，意在获得样本，以最终达到用样本分析总体的目的。

怎样抽样呢？它是有科学性、可行性和适用性要求的，本节我们学习了简单随机抽样、系统抽样和分层抽样三种抽样方法。解决实际问题时，要具体情况具体分析，酌情选用抽样方法，为了方便使用，这里我们以表格的形式给出三种抽样方法的对比，供参考。

### 三种抽样方法的对比：

| 类别     | 共同点               | 各自特点                      | 相互联系               | 适用范围           |
|--------|-------------------|---------------------------|--------------------|----------------|
| 简单随机抽样 | 抽样过程中每个个体被抽到的机会均等 | 从总体中逐个抽取                  |                    | 总体中的个体数较少      |
| 系统抽样   |                   | 将总体均匀分成几部分，按事先确定的规则在各部分抽取 | 在起始部分抽样时采用简单随机抽样   | 总体中的个体数较多      |
| 分层抽样   |                   | 将总体分成几层，分层进行抽取            | 各层抽样时采用简单随机抽样或系统抽样 | 总体由差异明显的几个部分组成 |

抽样，从方式上讲又可划分为不放回抽样和放回抽样两种。

在抽样中，如果每次抽出个体后不再将它放回总体，称这样的抽样为不放回抽样；如果每次抽出个体后再将它放回总体，称这样的抽样为放回抽样。简单随机抽样、系统抽样和分层抽样均属于不放回抽样。

### 1. 简单随机抽样

[例1] 用随机抽样的有关知识填空：

(1) 总体：\_\_\_\_\_；个体：\_\_\_\_\_；样本：\_\_\_\_\_；

样本容量：\_\_\_\_\_。

(2) 简单随机抽样：一般地，设一个总体含有  $N$  个个体，从中逐个 \_\_\_\_\_ 地抽取  $n$  个个体作为 \_\_\_\_\_，如果每次抽取时总体内的各个个体被抽到的机会 \_\_\_\_\_，就把这种抽样方法叫做简单随机抽样。

(3) 最常用的简单随机抽样方法有 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 两种。

(4) 一般地，抽签法就是把总体中的  $N$  个个体 \_\_\_\_\_，把号码写在号签上，将号签放在一个容器中，\_\_\_\_\_ 后，每次从中抽取 \_\_\_\_\_ 号签，连续抽取 \_\_\_\_\_ 次，这样就得到了容量为  $n$  的一个样本。

(5) 随机数表法就是使用 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_ 进行抽样。

(6) 简单随机抽样有 \_\_\_\_\_ 的优点，适用于 \_\_\_\_\_ 的情况。

分析 本例是对简单随机抽样的一个小结，这是一道入门题，准确无误地填好各空，无疑地为学好这门课程开了个好头。



**解** (1)一般地,把所考察的对象的某一数值指标的全体构成的集合看成总体;构成总体的每一个元素;若干个个体的集合;样本中个体的个数

- (2)不放回;样本;都相等
- (3)抽签法;随机数表法
- (4)编号;搅拌均匀;一个; $n$
- (5)随机数表;随机数骰子;计算机产生的随机数
- (6)操作简便易行;总体中的个体数较少

[例 2] 某厂为了了解全厂 3000 名员工的住房面积,从 3000 名员工中抽出 50 名进行调查.

(1)就此调查,解释总体、个体;

(2)下面的说法正确吗?

①样本是 50 名员工;

②样本容量是 50.

**解** (1)总体是由 3000 名员工中的每一名员工的住房面积构成的集合;每一名员工的住房面积都是一个个体.

(2)①样本是 50 名员工,这种说法不正确.

正确的说法是:样本是由 50 名员工中的每一名员工的住房面积构成的集合.

②样本容量是 50,这种说法是正确的.

样本容量是指表示 50 名员工的住房面积的数,共 50 个.

**点评** 本例中,数字指标是住房面积,是数;切忌把员工当成数字指标.

[例 3] 某幼儿园为了了解全国 310 名小班学生的身高情况,从中抽取 31 名学生进行身高测量.下列说法正确的是 ( )

A. 总体是 310

B. 310 名学生中的每一名学生都是个体

C. 样本是 31 名小班学生

D. 样本容量是 31

**解** 总体是 310,表述不明确. 总体是一个集合,由 310 名小班学生的身高构成,A 不正确.

每一名学生都是个体,数字指标不明确. 本例的数字指标是身高,对个体的表述应该是 310 名小班学生中的每一名学生的身高都是一个个体.B 不正确.

样本是 31 名小班学生,还是数字指标不明确. 样本是一个集合,由 31 名小班学生的身高构成.C 不正确.

样本容量是 31,这是正确的. 样本容量是指表示 31 名小班学生的身高的数,共 31 个.D 正确. 综上,选 D.

[例 4] 从 50 台机器中随机抽取 5 台进行测试,请选择适当的抽样方法,写出抽样过程.

**分析** 本例中,总体和样本的容量都较小,可采用抽签法.

**解** 第一步,给 50 台机器编号,号码是  $1, 2, \dots, 50$ ;

第二步,将  $1, 2, \dots, 50$  共 50 个号码分别写在一张纸条上,揉成团,制成号签;

第三步,将这 50 个号签放入一个不透明的袋子里搅拌均匀;

第四步,从袋子里依次抽取 5 个号签,并记录上面的编号;

第五步,号码与号签上的号码对应的 5 台机器就是要抽取的对象.

- [例 5] 2008 年 5 月 12 日 14 时 28 分我国四川发生了汶川大地震.为了支援灾区,数以万计的中华儿女纷纷加入了志愿者行列.某高校某系有 28 名学生报名参加由 7 人组成的志愿者小组,请你用抽签法设计一个方案,把这 7 人挑选出来.

**解 方案:**

第一步,编号,给报名参加志愿者小组的 28 名学生编号,号码为  $1, 2, \dots, 28$ ;

第二步,制作号签.将  $1, 2, \dots, 28$  共 28 个号码分别写在大小、形状都一样的 28 张纸条上,每张纸条上写一个号码;

第三步,将 28 个号签放在一个不透明的容器中并搅拌均匀;

第四步,从容器中依次抽取 7 个号签并记录上面的号码;

第五步,28 名学生的编号号码与抽出的 7 个号签上的号码对应的那 7 名学生就是志愿者小组的成员.

- [例 6] 某工厂有 112 件产品,产品的编号为  $1, 2, \dots, 112$ .用随机数表法抽取一个容量为 10 的样本,写出抽样过程.

**解法一** 第一步,将这 112 件产品原有的编号调整为  $001, 002, 003, \dots, 112$ .

第二步,在随机数表中任选一数作为开始,任选一方向作为读数方向,例如,选第 9 行第 7 列的数“3”,向右读.

第三步,从“3”开始,向右读,每次读出三位,凡不在  $001 \sim 112$  中的数跳过去不读,前面已经读过的数也跳过去不读,依次可得到 074, 100, 094, 052, 080, 003, 105, 107, 083, 092;

第四步,产品原来的编号为 74, 100, 94, 52, 80, 3, 105, 107, 83, 92 的那 10 件就是被抽取出来的产品.

**解法二** 第一步,将这 112 件产品原来的编号调整为  $101, 102, 103, \dots, 212$ ;

第二步,在随机数表中任选一数作为开始,任选一方向作为读数方向,例如,选第 9 行第 7 列的数“3”,向右读;

第三步,从“3”开始,向右读,每次读出三位,凡不在  $101 \sim 212$  中的数跳过去不读,前面已经读过的数也跳过去不读,依次可得到 155, 134, 174, 180, 165, 196, 206, 105, 160, 201;

第四步,对应原来编号为 55, 34, 74, 80, 65, 96, 106, 5, 60, 101 的产品就是要抽取的对象.

**点评** 本例中,112 件产品原有的编号  $1, 2, \dots, 112$  的位数不统一,有 1 位数,有 2 位



数,还有3位数.为了解决这一矛盾,解法一采用了“在位数少的数前面加0”的处理方法,例如,1变为001,11变为011;解法二采用了“把原来的数加上10的倍数”的处理方法,例如,2变为102,12变为112.解法一、解法二所采用的处理方法都达到了凑齐位数的效果.

## 2. 系统抽样

[例7] 用系统抽样的有关知识填空:

(1) 总体中元素的个数\_\_\_\_\_时,可将总体分成\_\_\_\_\_若干部分,按照事先制定的规则,从每一部分\_\_\_\_\_,这样就得到了所需要的样本,这种抽样方法叫做系统抽样.

(2) 要从容量为 $N$ 的总体中抽取容量为 $n$ 的样本,可以按照下列步骤进行系统抽样:

①先将总体的 $N$ 个个体\_\_\_\_\_,有时可直接使用个体自身所带的号码,如学号、准考证号、门牌号等;

②\_\_\_\_\_,对编号进行分段,当 $\frac{N}{n}$ 是整数时,取 $k=$ \_\_\_\_\_;

③在第1段用\_\_\_\_\_确定第一个个体编号 $t(t \leq k)$ ;

④按照一定的规则抽取样本,通常是将 $t$ \_\_\_\_\_得到第2个个体编号\_\_\_\_\_,再\_\_\_\_\_得到第3个个体编号\_\_\_\_\_,依次进行下去,直到获取整个样本.

(3) 当总体中元素个数较少时,常采用\_\_\_\_\_;当总体中元素个数较多时,常采用\_\_\_\_\_.

**分析** 本例是对系统抽样的一个小结.做完这道题以后,零散的知识便系统化了,它还能为后续问题的解决夯基础、开先路.

**解** (1)很多;均衡的;抽取一个个体

(2)①编号;②确定分段间隔 $k$ , $\frac{N}{n}$ ;③简单随机抽样;④加上间隔 $k$ , $t+k$ ,加上 $k$ , $t+2k$

(3)简单随机抽样;系统抽样

[例8] 从容量为 $N_1=100$ 和 $N_2=103$ 的两个总体中各抽取容量为 $n=10$ 的一个样本,如果使用系统抽样,请解释分段间隔.

**解**  $N_1=100$ , $n=10$ ,分段间隔为 $k_1=\frac{N_1}{n}=\frac{100}{10}=10$ .

$N_2=103$ , $n=10$ ,这时 $\frac{N_2}{n}$ 不是整数,先剔除3个个体,总体中还剩100个个体,分段



间隔为  $k_2 = \frac{100}{10} = 10$ . 这样确定分段间隔, 实际上是使用了  $k_2 = \left[ \frac{103}{10} \right] = [10.3] = 10$ , 其中  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数.

**点评** 确定分段间隔  $k$  时, 对  $\frac{N}{n}$  要实施分类, 即①若  $\frac{N}{n} \in \mathbf{Z}$ , 则  $k = \frac{N}{n}$ ; ②若  $\frac{N}{n} \notin \mathbf{Z}$ , 则  $k = \left[ \frac{N}{n} \right]$ . 本例就是此类问题的代表性题目, 其中  $\frac{N_1}{n} \in \mathbf{Z}$ ,  $\frac{N_2}{n} \notin \mathbf{Z}$ .

**[例 9]** 某高校有教师 1023 人, 其中具有博士生导师资格的有 31 人, 其他教师 992 人. 该高校拟组织一次考察学习, 参加人员确定为: 具有博士生导师资格的教师 4 人, 其他教师 30 人. 怎样确定人选?

**分析** 具有博士生导师资格的教师选 4 人, 适宜使用抽签法; 其他教师选 30 人, 适宜使用系统抽样法.

**解** (1) 确定具有博士生导师资格的教师人选:

- ①用随机方式给 31 名具有博士生导师资格的教师编号, 号码为 1, 2, …, 31;
- ②将这 31 个号码分别写在一个小纸条上, 揉成小球, 制成号签;
- ③将得到的号签放入一个不透明的袋子中, 充分搅拌;
- ④从袋子中逐个抽取 4 个号签, 并记录上面的号码;
- ⑤从总体中将与抽到的号签的号码相一致的个体取出, 人选就确定了.

(2) 确定其他教师人选:

$$\left[ \frac{992}{30} \right] = 33, 992 = 33 \times 30 + 2.$$

第一步, 将 992 名其他教师以随机方式编号;

第二步, 从总体中剔除 2 人(剔除方法可用随机数表法), 将剩下的 990 名其他教师重新编号(分别为 1, 2, …, 990), 并分成 30 段, 每段 33 人;

第三步, 在第一段 1, 2, …, 33 这 33 个编号中用简单随机抽样法抽出一个(如 3)作为起始号码;

第四步, 将编号为 3, 36, 69, …, 960 的个体抽出, 人选就确定了.

(1)、(2) 确定的人选合在一起就是最终确定的人选.

**点评** 从本例的解答中要体悟两个问题:

第一, 在一个问题中, 可以采用两种抽样方法, 本例的(1)、(2)就是这样处理的. 处理问题不可千篇一律, 要具体情况具体分析. 例如, 本例的(1)适宜使用抽签法, 而(2)却适宜使用系统抽样法;

第二, 本例的(2)中, 起始号码 3 确定以后, 确定其他号码时可以使用通式  $3 + 33k$  ( $k=1, 2, \dots, 29$ ).



[例 10] 解答下列各题,完成解答后谈一谈体会.

(1)从某厂生产的 703 件产品中随机抽取 70 件测试某项指标,请合理选择抽样方法进行抽样,并写出抽样过程.

(2)从某厂生产的 703 件产品中随机抽取 7 件测试某项指标,请合理选择抽样方法进行抽样,写出过程.

(3)从某厂生产的 30 件产品中随机抽取 4 件测试某项指标,请合理选择抽样方法进行抽样,写出抽样过程.

解 (1)①将 703 件产品以随机方式编号;

②从总体中剔除 3 件(可用随机数表法),将剩下的 700 件产品重新编号(号码为 1, 2, ..., 700),并分成 70 段;

③在第一段 1, 2, ..., 10 这 10 个编号中用简单随机抽样抽出一个(如 4)作为起始号码;

④将编号为 4, 14, 24, ..., 694 的个体抽出,组成样本.

(2)第一步,将 703 件产品以随机方式编号,号码为 001, 002, ..., 703;

第二步,在随机数表中随机的确定一个数作为开始,如,从第 8 行第 29 列的数“7”开始,任选一个方向作为读数方向,如,向右读;

第三步,从数“7”开始向右读,每次读三位,凡不在 001~703 中的数跳过去不读,遇到已经读过的数也跳过去,便可依次得到 286, 443, 387, 211, 234, 297, 560;

这 7 个号码就是所要抽取的 7 个样本个体的号码.

(3)第一步:将 30 件产品以随机方式编号,号码为 1, 2, ..., 30;

第二步,将这 30 个号码分别写在一个大小、形状都一样的 30 张小纸条上,揉成小球,制成号签;

第三步,将得到的号签放入一个不透明的袋子中,充分搅拌;

第四步,从袋子中逐个抽取 4 个号签,并记录上面的号码;

第五步,从总体中将与抽到的号签上的号码相一致的个体取出.

这些个体就是所要抽取的 4 件产品的号码.

体会:通过第(1)小题体会到,当总体、样本的容量都较大时,可采用系统抽样方法实施抽样;通过第(2)小题体会到,当总体容量较大但样本容量较小时,可采用随机数表法实施抽样;通过第(3)小题体会到,当总体、样本的容量都较小时,可采用抽签法实施抽样.

总的体会是:学习不能太死板,针对具体问题策略要灵活,凡事没有一成不变的规律,技能固然重要,技巧便是升华了.