Quwei Ketang

韦红梅 李世荣 主编

趣味课堂

融故事、重点、难点、考点为一体

体验欢快、轻松的学习课堂，激发学习数学的兴趣

数学

快乐学习尽在趣味课堂

NEW

新课标

化学工业出版社

Quwei Ketang

韦红梅 李世荣 主编

趣味课堂

数学

快乐学习尽在趣味课堂

NEW 新课标

化学工业出版社
·北京·

本书以新课程标准的要求和基本理念为指导，紧扣“考试大纲”，融有趣的数学故事与课本的重点、难点、考点合为一体，将一些重要而抽象的数学概念、定律和公式通俗化、生动化。立足于“以学生为本”，以“寓教于乐”为编写精神。内容包括数与代数、空间与几何、概率与统计和数学园地四大部分。

本书语言通俗易懂、版面设计精美活泼、形式新颖独特，使读者在最佳状态下既学到知识又读出喜悦、读出轻松，扩大对课外知识的认知，全面提高自身的综合素质。

本书适用于中学生读者和小学高年级数学爱好者，也适用于初中数学课程作为参考书。

图书在版编目（CIP）数据

数学／韦红梅，李世荣主编．—北京：化学工业出版社，2009.1
（趣味课堂）
ISBN 978-7-122-04185-2

I. 数…　II. ①韦…②李…　III. 数学课-中学-课外读物
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第182591号

责任编辑：郭燕春　　文字编辑：杨欣欣
责任校对：周梦华　　封面设计：金视角工作室
版式设计：北京水长流文化发展有限公司

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号　邮政编码 100011）
印　　装：化学工业出版社印刷厂
720mm × 1000mm　1/16　印张15½　字数292千字　2009年2月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686）　售后服务：010-64518899
网　　址：http://www.cip.com.cn
凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定　价：28.00元　

本书编写人员

主　　编：韦红梅　李世荣

编写人员：陈宗腾　邓益凤　胡　珣　黄天松
黄伍红　李世荣　梁金辉　梁圣一
梁照理　廖美景　秦长子　覃　鲁
谭桦友　韦红梅　韦杰印　韦　善
韦　思　牙韩色　牙祖龙　曾凡彬

前言 FOREWORD

“趣味课堂”丛书是编者以新课程标准的要求和基本理念为指导，依据教育理论，紧扣《考试大纲》，结合青少年的心理特征，以提高青少年朋友的科学素质为主要目标，激发并保持学生的学习兴趣为指导，辅助学生轻松快乐地完成课堂学习，是一本既贴切又实用的课堂学习辅助图书。

《数学》是“趣味课堂”丛书之一。内容包括“数与代数”、“空间与几何”、“统计与概率”和“数学园地”四大部分，根据青少年的认知特点，以“了解——理解——应用”编排模式帮助青少年在短时间内领悟更多的数学知识。在给青少年提供广泛知识的同时，注重引导青少年不断思考和深化认识，给青少年以广阔的回旋余地和想象空间。使用本书时，我们在“课前导读”的引路下，享受由“马飞”和“小敏”给我们带来有趣的数学故事、数学游戏和生活中的趣事，从故事中理解数学概念、公式、定理，掌握重点、考点，以便在“趣味课堂”中用数学知识解决生活中遇到的难题，达到学以致用的效果。敞开自己的思维和想象空间把数学知识转化为生活中必备工具。最后的“课后加油站”可以满足青少年朋友进一步的求知欲。

特色一　由风靡世界的经典故事集结而成，内容极具代表性和普遍性，故事妙趣横生，文字亲切自然，插图精美形象，引领你进入一个陌生神秘、异彩纷呈、激动人心的数学知识世界。阅读这些知识，能够启迪心灵、陶冶情操、培养趣味、开阔视野、开发智力等。

特色二　将一些重要而抽象的数学概念、定律和公式通俗化、生动化，针对学生容易犯错误和忽略的地方，进行提拔和点评，这不仅可以加深学生对数学知识的认识，同时还可以帮助学生掌握正确的学习方法。

特色三　用课本上学到知识解决生活常见的问题或有趣的现象，能让你真切的体验到数学是有趣的、亲切的、有用的。从而弥补课内学习之不足，使青少年朋友能从多个角度认识同一问题，从而拓宽视野、启发思维及创意，并加深对知识的理解。

作为一套科普读物，本套丛书侧重于知识性、趣味性、实用性，注重对青少年科技素质的培育和科学兴趣的培养、科学精神的塑造与学习方法的启迪。

本书难免存在不足之处，竭诚欢迎广大读者对本书提出建议和批评，可直接到教育网站：*http://www.zhwbook.com*“新书答疑”专栏，与本书作者进行直接交流。

编者

目录 CONTENTS

第一部分 数与代数

第二部分 空间与几何

CONTENTS

第三部分 统计与概率

第四部分 数学园地

1 质数

课前导读

早在古时候，古希腊的埃拉托斯特尼发明了一种“筛法”。按照这个方法就可以把质数一个一个地筛选出来。费尔马试图想找出一个公式来表示所有的质数，结果质数却跟他开了一个大玩笑；马飞居然也加入这个寻找质数的行列，结果如何呢？素数居然也能用几何来解释，这又是怎么回事？

求质数的方法

质数的出现并没有什么规律可循，那么古时候人们又是如何寻找质数的呢？原来他们创造一种方法叫“筛法”，古老的筛法可快速求出100 000 000以内的所有质数。

筛法，是求不超过自然数*N*（*N*>1）的所有质数的一种方法。据说是古希腊的埃拉托斯特尼（*Eratosthenes*，约公元前274—公元前194年）发明的，又称埃拉托斯特尼筛。

具体做法是：先把*N*个自然数按次序排列起来。1既不是质数，也不是合数，从2开始，而把2后面所有能被2整除的数都划去；2后面第一个没划去的数是3，把3留下，再把3后面所有能被3整除的数都划去；3后面第一个没划去的数是5，把5留下，再把5后面所有能被5整除的数都划去。这样一直做下去，就会把不超过*N*的全部合数都筛掉，留下的就是不超过*N*的全部质数，如图1-1所示。因为希腊人是把数写在涂蜡板上，每划去一个数，就在上面记上一小点，寻找质数的工作做完后，这许多小点就像一个筛子，所以就把埃拉托斯特尼的方法叫做“埃拉托斯特尼筛”，简称“筛法”（另一种解释是当时的数写在草纸上，每划去一个数，就把这个数挖去，寻找质数的工作完后，这许多小洞就成了一个筛子）。

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

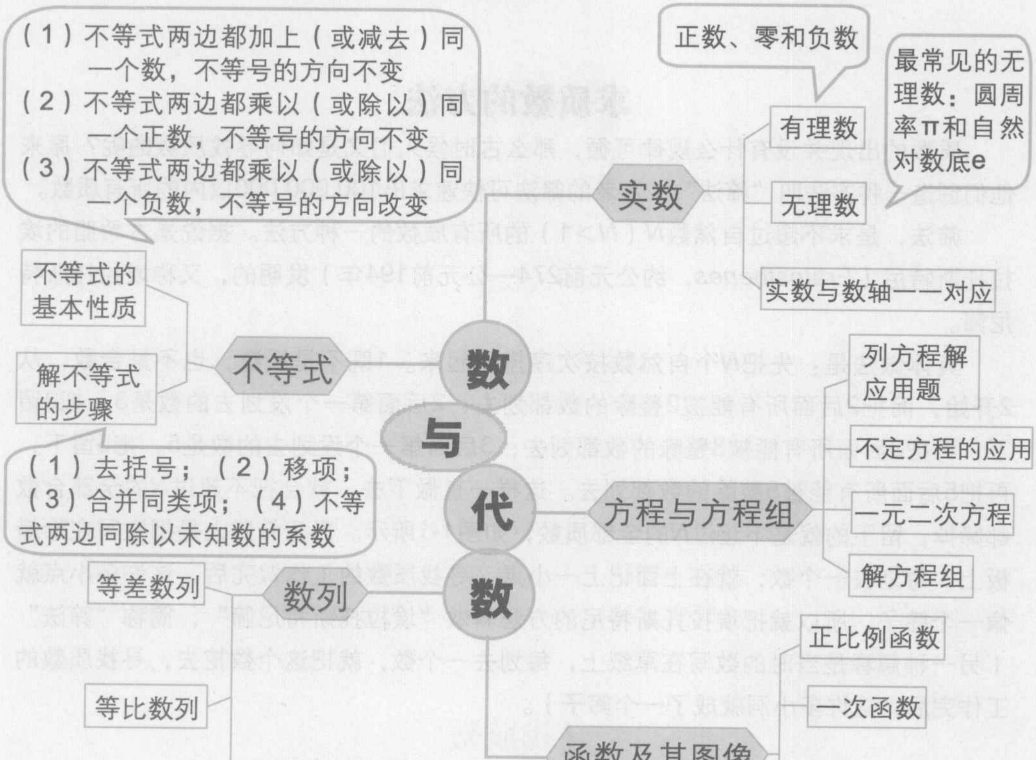
图1-1　筛法

第一部分

数与代数

单元导航

这部分介绍数与代数的内容，它包括有理数、无理数、比例、方程、方程组、不等式、函数、抛物线、等差等比数列等内容。每个知识点均以故事展开，在故事中寓示并引述数学概念、公式、定理、解题方法、生活常识及其数学在生活中的应用。让你享受数与代数之间的美。



等差数列求和公式：$\frac{n}{2}(a_1+a_n)$，n为项数，a_1为首项，a_n为末项。

等比数列的通项公式是：$a_n=a_1q^{(n-1)}$。

等比数列前n项和的公式是：$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$，

且任意两项a_m、a_n的关系为$a_n=a_m q^{(n-m)}$。

知识展播厅

什么叫质数

质数就是在所有比1大的整数中，除了1和它本身以外，不再有别的约数，这种整数叫做质数或素数。

趣味课堂

费尔马公式

想一想：能不能找出一个代数式，把所有的质数都用这个代数式表示出来呢？

被称为“17世纪最伟大的法国数学家”的费尔马（如图1-2所示），也研究过质数的性质。他发现，设$F_n=2^{2^n}+1$，当n分别取0，1，2，3，4时，则F_n分别得出3，5，17，257，65 537，都是质数。由于F_5太大（$F_5=4\ 294\ 967\ 297$），他没有再往下验算就直接猜测：对于n的一切自然数，F_n都是质数。但是，就在F_5上出了问题！费尔马死后67年，25岁的瑞士数学家欧拉证明：$F_5=4\ 294\ 967\ 297=641\times6\ 700\ 417$，并非质数，而是合数。

图1-2　费尔马

更加有趣的是，对于以后的F_n数值，数学家们再也没有找到一个F_n数值是质数，全部都是合数。现在数学家们取得F_n的最大值为：$n=1495$。这可是个超级天文数字，其位数多达10^{10584}位，尽管它非常之大，但也不是个质数。质数和费尔马开了个大玩笑！

寻找质数

想一想：n^2+n+41（n是自然数）的所有值都是一个质数吗？

马飞正在做这样一个验算：

$1^2+1+41=43$；$2^2+2+41=47$；

$3^2+3+41=53$；$4^2+4+41=61$；

$5^2+5+41=71$；$6^2+6+41=83$；

$7^2+7+41=97$；$8^2+8+41=113$；

$9^2+9+41=131$；$10^2+10+41=151$；

$11^2+11+41=173$；$12^2+12+41=197$；

$13^2+13+41=223$；$14^2+14+41=251$；

……

通过这样的验算，马飞猜测可以有这样一个公式：设一个正整数n，则有n^2+n+41的值一定是一个质数。

马飞把他的这一发现告诉小敏，小敏觉得马飞的这一发现真是不可思议，不过这毕竟只是猜测，还需要把它严格证明出来。

听到小敏这么一说，马飞决定再验算下去：当他验算到$n=40$时，$40^2+40+41=1681=41\times41$，这时$n^2+n+41$的值就不是一个质数，这时马飞心里却很高兴（因为上面的这一发现并不是他发现的，只是想在小敏面前炫耀一下），原来自己也能找出别人错误的猜测。

课后加油站

素数的几何解释

数学概念的几何解释，常常赋予概念另一种透视和视觉上的意义。根据定义，素数只有1和它本身两个因数。让我们看看，怎样从几何上去满足这个定义。

如图1-3所示，观察12个方块。

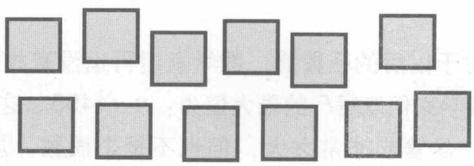


图1-3　12个方块

现在重新排列它们，使之形成不同形状的矩形，如图1-4所示。

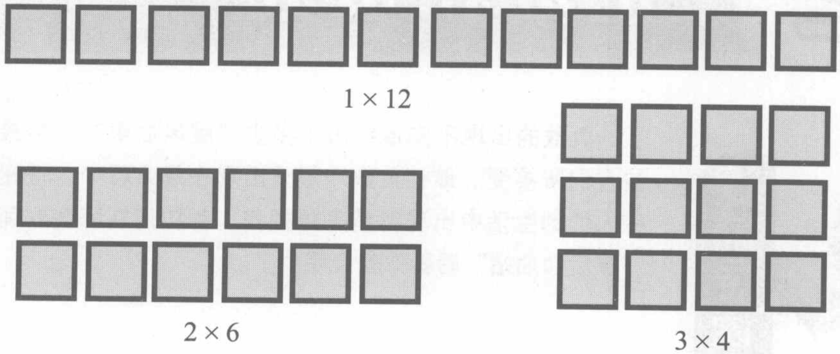


图1-4　各种不同形状的矩形

正像我们看到的，每个矩形都表示了12的因子——1 × 12、2 × 6、3 × 4，其因子为1、2、3、4、6、12。

现在我们看看，如果某个数是一个素数，例如7，会出现什么情况？如图1-5所示，它只能有一个矩形。这表明7只有1和7两个因子。这就是几何上的解释。

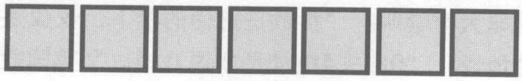


图1-5　1 × 7

2 正数和负数

课前导读

负数的出现不知道经历了多少"腥风血雨"，但最终还是被人们所接受。最初负数一般只出现在解方程中，慢慢地负数在人们的生活中出现得越来越频繁，都应用在哪些方面呢？去"课后加油站"看看你就会明白了。

负数的故事

历史上，人们对负数并不是那么认可，直到16世纪，欧洲大多数数学家都还不承认负数。他们觉得，0就是"什么也没有"，有什么东西能够比"什么也没有"还小呢？德国数学家史提非大声嚷叫："负数是虚伪的零下，仅仅是些记号而已。"法国数学家帕斯卡则忿忿地说："0减去4纯粹是胡说八道。"英国数学家瓦里斯更有趣地说："负数并不比零小，而是比无穷大数还要大。"

有人还别出心裁地编了一个题目，用来反对引进负数。他说，如果承认负数，就会出现"$(-1):1=1:(-1)$"这样古怪的比例式。式子的左边是一个小数比一个大数，式子的右边是一个大数比一个小数，它们怎么能够相等呢？直到1712年，连莱布尼兹也承认这种说法合理。英国数学家瓦里承认负数，同时认为负数小于零而大于无穷大（1655年）。英国著名数学家德·摩根在1831年仍认为负数是虚构的。他用以下的例子说明这一观点："父亲56岁，其子29岁。问何时父亲年龄将是儿子的二倍？"他列方程$56+x=2(29+x)$，并解得$x=-2$。他称此解是荒唐的。

其实负数早已经发现和应用，我国古代著名的数学专著《九章算术》中，最早提出了正负数加减法的法则："正负数曰，同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之；其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之。"这里的"名"就是"号"，"除"就是"减"，"相益"、"相除"就是两数的绝对值"相加"、"相减"，"无"就是"零"。

知识展播厅

正负数的概念：

大于0的数是正数，小于0的数是负数，0既不是正数也不是负数，它表示正数和负数的分界。

正负数的符号：

“+”表示正号；“−”表示负号；“±”表示正负号。

趣味课堂

负数是怎样产生的

想一想：一个较小的数减去一个较大的数，便可以得到一个负数。除此之外还有那些方法可以得到负数呢?

在古代数学中，负数常常是在代数方程的求解过程中产生的。

例如：有一群蝴蝶，其半数的平方根飞向花丛中，8/9留在家里，还有一只去寻找没有回来的小蝴蝶。这只小蝴蝶被荷花的香味所吸引，傍晚时由于花瓣合拢，飞不出去了。请告诉我，这群蝴蝶有多少只?

如果设这群蝴蝶有x只，那么“其半数的平方根”就是$\sqrt{\frac{x}{2}}$，会出现无理方程，对于我们求解比较麻烦，考虑另一种假设。

如果设这群蝴蝶为$2x^2$只，则飞向花丛的就是$\sqrt{\frac{2x^2}{2}}=x$只（$x>2$）。留在家里是$\frac{8}{9}$（$2x^2$）只。小蝴蝶被困在花瓣里，另外一只去寻找这只小蝴蝶，总共是两只蝴蝶。

可以列出方程：$2x^2=x+\frac{16}{9}x^2+2$，

整理，得一元二次方程：$2x^2-9x-18=0$，

用求根公式解得：$x=\frac{9\pm15}{4}$。

这时算得两个解，其中$x=-1.5$为负根，因为这个负根在现实生活中没有实际意义，只取正根$x=6$，所以$2x^2=72$。

这群蝴蝶有72只。

相关知识

蝴蝶

蝶，通称为“蝴蝶”，全世界大约有14 000余种，大部分分布在美洲，尤其在亚马孙河流域品种最多，在世界其他地区除了南北极寒冷地带以外，都有分布。蝴蝶一般色彩鲜艳，翅膀和身体有各种花斑，头部有一对棒状或锤状触角，如图2-1所示。最大的蝴蝶展翅可达24厘米，最小的只有1.6厘米。

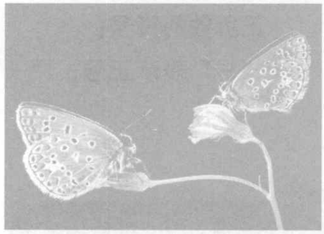


图2-1 蝴蝶头上触角

“±1”有何功能

想一想：如图2-2所示，桌上放7只杯子，杯口全部朝上，每次翻转其中的4只，能否经过若干次翻转，使它们杯口全部朝下?

图2-2 7个杯口朝上的杯子

“±1”将告诉你，不管你翻转多少次，总是无法使这7个杯子的杯口全部朝下。

道理很简单，用“+1”表示杯口朝上，“−1”表示杯口朝下，问题就变成：“把7个‘+1’每次改变其中4个的符号，若干次后能否都变成‘−1’？”考虑这7个数的乘积，由于每次都改变4个数的符号，所以它们的乘积永远不变，为“+1”。而7个杯口全部朝下时，7个数的乘积等于“−1”。因此，这是不可能的。

道理竟是如此简单，证明竟是如此巧妙，这要归功于“±1”的功劳。

课后加油站

正负数在生活中的应用

高于海平面3000米的地方表示为海拔＋3000米；太平洋中的马里亚纳海沟深达11 034米，可记作海拔－11 034米（即低于海平面11 034米）。某产品说明书中有这么一句话，“长度：30厘米±0.1厘米”。这说明，产品的标准长度是30厘米，允许有0.1 厘米的误差，其中＋0.1表示最多比标准长度长0.1厘米；而－0.1则表示最多比标准长度短0.1厘米。

如图2-3所示，飞机上升1000米记作＋1000米，那么下降50米记作－50米；如果运进货物8.5吨记作＋8.5吨，那么－6.5吨表示运出6.5吨；零下3.5摄氏度表示为－3.5摄氏度；如果盈利1000元，记作＋1000元，那么亏损200元就可记作－200元；如果把公元2000记作＋2000，那么－2000表示公元前2000。

图2-3　飞机在上升1000米

正负数的应用远不及这些，想一想，在生活中正负数还有哪些应用呢?

3 无理数

课前导读

无理数的由来还隐藏着一个悲惨的故事，希勃索斯因为发现无理数遭到沉舟身亡的惩罚。你知道怎样在数轴上画出$\sqrt{2}$吗？想要在数轴上画出这个点来确实需要动点脑筋。此外，这里还为大家介绍自然对数底e的功能。

无理数的由来

一天，毕达哥拉斯学派的成员们刚开完学术讨论会，坐着游船出来领略山水风光。一个满脸胡子的学者看着辽阔的海面兴奋地说：“毕达哥拉斯先生的理论非常有道理。你们看这海浪一层一层，波峰浪谷，就好像奇数、偶数相间一样。世界就是数字的秩序。”“是的，是的。”这时一个正在摇桨的大个子插进来说：“就说这小船和大海吧。用小船去量海水，肯定能得出一个精确的数字。一切事物之间都是可以用数字互相表示的。”

“我看不一定。”这时船尾的一个学者突然提问了，他沉静地说：“要是量到最后，不是整数呢？”

“那就是小数。”“要是小数既除不尽，又不能循环呢？”

“不可能，世界上的一切东西，都可以用数字直接准确地表达出来。”

这个提问的学者叫希帕索斯，他在毕达哥拉斯学派中是一个聪明、好学、有独立思考能力的青年数学家。今天要不是因为争论，还不想发表自己这个新发现。那个摇桨的大个子一听这话就停下手来大叫着：“不可能，先生的理论置之四海皆准。”希帕索斯眨了眨聪明的大眼，伸出两手，用两个虎口比成一个等腰直角三角形说：“如果直边是3，斜边是几？是4吗，准确些4.2，再准确些4.24，再再准确些呢？”

“我演算了很多次，任何等腰直角三角形的斜边，都不能用一个精确的数字表示出来。”这话像一声晴天霹雳，全船立即响起一阵怒吼：“你敢违背毕达哥拉斯先生的理论，敢破坏我们学派的信条！敢不相信数字就是世界！”希帕索斯这时十分冷静，他说：“我这是个新的发现，就是毕达哥拉斯先生在世也会奖赏我的。”可是人们不听他的解释，愤怒地喊着：“叛逆！先生的不肖门徒！”“打死他！打死他！”大胡子冲上来，猛地将他抱起：“我们给你一个最高的奖赏吧！”说着就把希帕索斯扔进了海里。