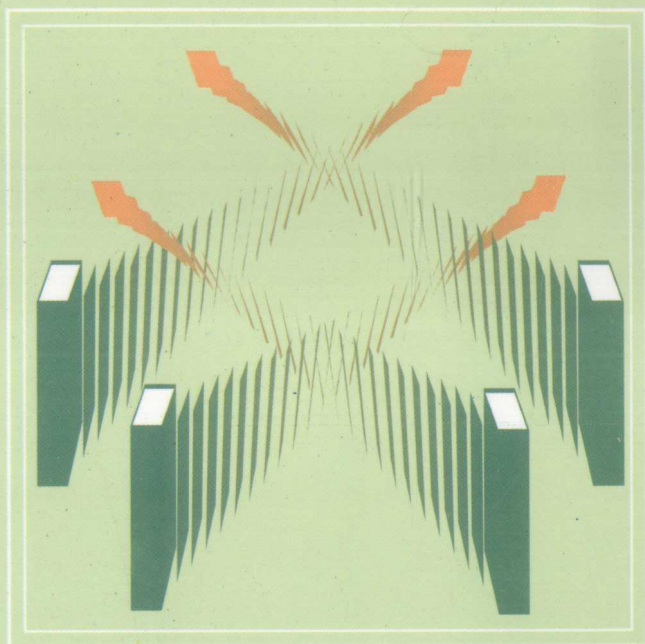


国家自然科学基金资助项目研究成果



王德强 编著

立方形递归网络

Lifangxing Digui Wangluo



大连海事大学出版社

国家自然科学基金资助项目研究成果

立方形递归网络

王德强 编著

大连海事大学出版社

© 王德强 2002

图书在版编目(CIP)数据

立方递归网络 / 王德强编著. —大连: 大连海事大学出版社, 2002.12

ISBN 7-5632-1586-7

I.立… II.王… III.拓扑—研究 IV.O189

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 071169 号

大连海事大学出版社出版

地址:大连市凌水桥 邮编:116026 电话:4728394 传真:4727996

<http://www.dmupress.com> E-mail: cbs@dmupress.com

大连铁道学院印刷厂印装 大连海事大学出版社发行

幅面尺寸:140 mm×203 mm 印张:6.5

字数:163 千字 印数:1~500 册

2002 年 12 月第 1 版 2002 年 12 月第 1 次印刷

责任编辑:陈 航 版式设计:陈 航

封面设计:王 艳 责任校对:一 艺

定价:13.00 元

前 言

随着计算机技术的飞速发展以及计算机与通信技术的结合,使得互连网络在计算机体系结构、并行与分布计算、计算机网络与通信以及大规模集成电路的设计等方面所起的作用越来越突出.关于互连网络的研究不仅仅受到计算机学术界的重视,同时也倍受数学界的重视.自20世纪80年代开始就有有关互连网络的学术和技术研究专著出版,国际上几种最重要的计算机与数学刊物(比如:IEEE Trans. Computers, IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Networks, Discrete Applied Mathematics等)也都开辟专栏不断刊登互连网络研究的论文.目前,互连网络仍然是计算机科学和数学中的一个热点研究课题,其研究内容主要集中在互连网络的拓扑结构、网络参数、并行与分布式算法、网络容错指标与性能分析以及网络优化设计等几个方面.

关于超立方体及其变体的研究是互连网络研究中最活跃的方向,每年都有大量的学术论文和研究报告发表,而且超立方体及其变体已在诸多方面得到了广泛的应用.本书是作者综合多年的研究成果和其他研究者发表在国内外学术刊物的学术论文和出版的专著撰写而成的,研究对象以超立方体及其变体为主,研究内容涉及互连网络拓扑、参数、通信算法、容错性能等诸多方面.

目前,国内外关于互连网络的专著都比较注重技术和实践,而缺乏系统性和理论性.本书的特点是以数学为基础,系统研究互连网络,特别是超立方体形网络的拓扑性质、网络参数、容错性能、通信算法等,注重为互连网络的研究提供思路和方法,具有一定的学术价值和实践指导意义.

全书共分6章,内容系统,基本覆盖了互连网络研究的每个方面.第1章介绍并行计算机的发展概况,并行性概念,并行处理的技术途径和并行处理系统的分类,计算机系统结构的分类以及算法复杂性和并行计算模型.第2章从互连网络概念入手介绍互连网络的性能指标、网络的互连函数以及常见的静态和动态互连网络模型.第3章首先提出立方形递归邻接函数和立方形递归网络概念,并研究低维立方形递归网络的拓扑类型、立方形递归邻接函数的一般形式和立方形递归网络的等价定义,给出常见立方形递归网络邻接函数的具体表示.第4章研究立方形递归网络的正则性、连通度、结构的递归性以及常见立方形递归网络的直径等网络参数,最后研究立方形递归网络中(扭)立方体子图的存在性问题,指出无扭3立方体子图性是超立方体与其变体差别的本质所在,无超立方体子图性是扭立方体连接网络与超立方体及其它变体差别的本质所在.第5章重点介绍立方形递归网络上的通信算法及其上半群运算的实现问题.第6章介绍立方形递归网络的通用性(其他网络结构的可嵌入性)、容错性等:(1)线性阵列与环可嵌入立方形递归网络中,并且扭 n -立方体、交叉立方体、扭立方体连接网络等还具有几乎泛圈性;(2)某些立方形递归网络中存在网格子图;(3)立方形递归网络中存在二项树子图(即二项树可同构嵌入立方形递归网络中),完全二叉树可嵌入扭 n -立方体和交叉立方体中;(4)超立方体的变体,特别是扭立方体连接网络对超立方体的模拟;(5) n 维立方形递归网络的顶点容错度和边容错度皆为 n ;(6)超立方体、交叉立方体、扭立方体连接网络的故障直径.

本书是作者与合作者承担的国家自然科学基金项目的部分研究成果.在多年的研究和本书的撰写过程中,作者曾直接和间接得到许多专家、学者的指点和帮助,特别是赵连昌教授对本书的撰写和出版非常关心,提出了许多宝贵的意见,大连海事大学出

版社的同志们为本书的出版做了大量的工作，笔者在此一并致以衷心的感谢。

笔者出版此书，不仅希望尽可能地将这一领域的最新研究成果和发展趋势呈献给读者，更希望给读者多介绍互连网络研究中的数学理论和方法。但是，这一领域的学术论文和研究报告，以及实际应用案例实在太多，由于作者的见识和水平有限，必会有许多重要的结果没有收录在本书中，书中也难免会有疏漏和错误，恳请广大读者批评指正。

作者

2002 年 6 月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 并行计算机的发展概况	1
1.2 并行性与并行处理技术	2
1.2.1 并行性概念	2
1.2.2 并行处理的技术途径	3
1.2.3 并行处理系统的分类	5
1.3 计算机系统结构的分类	7
1.3.1 Flynn 分类法	7
1.3.2 Feng 分类法	7
1.3.3 Händler 分类法	8
1.3.4 按基本结构特征分类法	8
1.4 并行计算模型	9
1.4.1 算法与并行算法的概念	9
1.4.2 算法复杂性的概念	10
1.4.3 并行计算模型	14
第2章 互连网络的拓扑与互连函数	17
2.1 预备知识	17
2.1.1 图论术语与记号	17
2.1.2 二进制串及其运算	20
2.2 互连网络及其性能指标	21
2.2.1 互连网络概念	21

2.2.2 互连网络的性能指标	22
2.3 网络的互连函数	23
2.3.1 互连函数的概念	23
2.3.2 常见的互连函数	24
2.4 静态互连网络	29
2.4.1 线性阵列	29
2.4.2 环形网	30
2.4.3 全连接网	31
2.4.4 星形网	31
2.4.5 网格形网	32
2.4.6 树形网	33
2.4.7 总线形网	35
2.4.8 立方体形网	37
2.5 动态互连网络	38
2.5.1 单级互连网络	38
2.5.2 多级互连网络	41
第3章 立方形递归网络	44
3.1 基本概念	44
3.1.1 立方形递归邻接函数	44
3.1.2 立方形递归网络	46
3.2 常见立方形递归网络	46
3.2.1 超立方体	46
3.2.2 扭 n - 立方体	48
3.2.3 Möbius 立方体	49
3.2.4 交叉立方体	51

3.2.5 扭立方体连接网络	52
3.3 常见立方形递归网络的等价定义	53
3.3.1 关于超立方体	53
3.3.2 关于扭 n -立方体	54
3.3.3 关于 Möbius 立方体	56
3.3.4 关于交叉立方体	57
3.3.5 关于扭立方体连接网络	60
3.4 立方形递归网络的等价定义	60
3.4.1 低维立方形递归网络的拓扑类型	60
3.4.2 立方形递归邻接函数的一般形式	61
3.4.3 立方形递归网络的等价定义	62
第 4 章 立方形递归网络的参数与拓扑特性	64
4.1 正则性与连通度	64
4.1.1 正则性	64
4.1.2 连通度	65
4.2 子网与超网	67
4.2.1 子网	67
4.2.2 子网的邻接关系与超网	68
4.3 结构的递归性	69
4.3.1 超立方体的结构递归性	69
4.3.2 扭 n -立方体的结构递归性	72
4.3.3 Möbius 立方体的结构递归性	74
4.3.4 交叉立方体的结构递归性	75
4.3.5 扭立方体连接网络的结构递归性	82
4.4 直径	90

4.4.1 超立方体的直径	91
4.4.2 扭 n - 立方体的直径	91
4.4.3 Möbius 立方体的直径	92
4.4.4 扭立方体连接网络的直径	97
4.4.5 交叉立方体的直径	100
4.5 (扭) 立方体子图的存在性	101
4.5.1 扭 3 - 立方体子图的存在性	102
4.5.2 3 - 立方体子图的存在性	103
4.5.3 扭立方体连接网络的无立方体子图性	103
第 5 章 立方形递归网络上的算法	109
5.1 路由算法	109
5.2 几种特定网络上的路由算法	113
5.2.1 超立方体上的路由算法	113
5.2.2 扭 n - 立方体上的路由算法	113
5.2.3 Möbius 立方体上的路由算法	115
5.2.4 交叉立方体上的路由算法	119
5.2.5 扭立方体连接网络上的路由算法	122
5.3 广播算法	126
5.3.1 单端口 I/O 广播算法	126
5.3.2 多端口 I/O 广播算法	128
5.4 半群运算	131
第 6 章 立方形递归网络中图的嵌入与容错指标	134
6.1 图的嵌入及其相关概念	134
6.2 线性阵列与环的嵌入	136
6.2.1 基本概念与基本结论	137

6.2.2 超立方体中的圈	139
6.2.3 扭 n -立方体的几乎泛圈性	140
6.2.4 交叉立方体的几乎泛圈性	141
6.2.5 扭立方体连接网络的几乎泛圈性	145
6.2.6 Möbius 立方体中的圈	150
6.3 网络的嵌入	151
6.3.1 超立方体中网络的嵌入	151
6.3.2 扭 n -立方体中网络的嵌入	154
6.3.3 扭立方体连接网络中网络的嵌入	155
6.4 树的嵌入	157
6.4.1 二项树的嵌入	157
6.4.2 完全二叉树的嵌入	159
6.5 超立方体的嵌入	169
6.5.1 扭 n -立方体中的超立方体子图	169
6.5.2 扭立方体连接网络中超立方体的嵌入问题	169
6.5.3 其他网络中超立方体子图的存在性问题	177
6.6 顶点容错度和边容错度	177
6.7 故障直径	179
6.7.1 基本概念	179
6.7.2 超立方体的故障直径	180
6.7.3 交叉立方体的故障直径	182
6.7.4 扭立方体连接网络的故障直径	184
参考文献	188

第 1 章 绪 论

本章分 4 节：1.1 节简单介绍计算机的发展概况；1.2 节介绍并行性概念、并行处理的技术途径以及并行处理系统的分类；1.3 节主要介绍计算机系统结构的分类；1.4 节介绍并行算法、算法复杂性及相关的概念，以及并行计算模型。

1.1 并行计算机的发展概况

自 1946 年的 ENIAC 问世以来，计算机已经历了电子管、晶体管、中小规模集成电路、大规模和超大规模集成电路等几代 50 多年的发展历程。综观计算机的发展历程，可发现其总趋势是速度越来越快，容量越来越大，性能越来越高，功能越来越强，体系越来越完善。计算机已从一种单纯的快速计算工具发展成为能高速处理数据、符号、语言、图像乃至知识的强大手段，其应用几乎覆盖社会各个领域。计算机科学技术已经成为人类社会发展的巨大生产力。而且，计算机与通信技术的结合更深刻地影响和改善了人类的生产和生活方式，大大促进了人类文明的进步。

促使计算机迅速发展和性能极大提高的因素是多方面的，其中，器件技术尤其是微电子技术的迅速发展无疑是最为关键的因素，它是计算机得以发展的物质基础。但是，在特定时期内，器件的发展会因物理、工艺以及价格等因素的影响而受到一定的限制。而在同一器件技术水平上，计算机性能的提高就要靠计算机体系结构的改进和并行处理技术的发展来实现了。因此，为了提高计算机的系统性能，不仅要合理利用新器件、新设备，最大限

度地发挥它们的内在潜力,设计和构建综合性能最佳的计算机系统,还要在系统结构上采取有效的并行处理技术,不断挖掘出系统本身固有的并行性潜力,提高并行操作的程度.所谓并行处理是一种着重开发计算过程中的并发事件的有效的信息处理形式,它的发展是为了满足某些需要大量计算的应用领域,例如,天气、环境、经济发展等的预测,风洞、水坝、桥梁、空间运载工具等的工程计算,石油和天然气的勘探,卫星图像处理,核反应堆的模拟,国防尖端技术的研究等等.

早期(1960年以前)并行技术的发展主要表现在算术运算的位并行以及运算器和输入输出操作的并行.1960年以后,计算机系统结构和软件都有了迅速发展,并行性得到了进一步的开发,出现了流水线单处理机系统.1970年后,随着大规模集成电路的普遍应用,加快了并行处理系统结构的发展,出现了向量计算机、阵列计算机、相联处理机等计算机结构.1980年以后,特别是近10年来,随着计算机的普及和广泛应用,计算机在系统结构上又有了许多突破和创新.微计算机已从复杂指令系统计算机(CISC)体系结构发展到了简化指令系统计算机(RISC)和超长指令字计算机(VLIW)以及超流水线与超标量计算机体系结构;并行计算机系统也从节点数较少的各种不同耦合度的并行处理计算机结构,沿着功能专门化、多机群和网络化向异构型多处理系统、同构型多处理系统、分布处理系统乃至海量处理机并行系统发展.

1.2 并行性与并行处理技术

1.2.1 并行性概念

当人们要证明某一命题时,需要按一定的规则“一步一步地”进行推证,这说明人的思维活动是“串行”的.而当人们观看电视

节目时,“看”与“听”却是可以同时进行的,这说明人的感官是“并行”工作的。

所谓并行性(parallelism)是指数值计算、信息处理等过程中可以同时进行运算或操作的特性。并行性具有同时性(simultaneity)和并发性(concurrency)两重含义。同时性是指多个事件在同一瞬间发生的特性,并发性是指多个事件在同一时间间隔发生的特性。

1.2.2 并行处理的技术途径

并行处理是一种信息处理的有效方式,它可以通过时间重叠、资源重复和资源共享等多种处理技术来实现。

1) 时间重叠(time interleaving)

时间重叠就是将多个处理过程在时间上错开,轮流重叠使用某一硬件设备的不同部件,达到“同时”进行处理的效果,以加快硬件周转而赢得速度,它是并行性在时间上的体现。流水线技术(pipelining)是时间重叠技术中最典型的一类。例如,一个加法指令可以分解为对阶、尾数相加和规格化3个部分。设计一个流水线加法器,其指令流水线如图1.1(a)所示,时间关系如图1.1(b)所示。对于指令的3个部分,每一部分均由相应的部件完成,其操作过程在时间上依次错开。假定指令的每一部分耗时为 Δt ,则对每一对数相加耗时为 $3\Delta t$,在流水线加法器上, n 个数相加则只需 $n\Delta t + 2$,却不是 $3n\Delta t$ 。这是一种效率很高的并行方式。Cray-1就是采用此种技术的成功案例。

2) 资源重复(resource replication)

资源重复就是通过重复设置硬件资源来提高系统的可靠性和处理能力,它是并行性在空间上的体现。并行性中的同时性就是通过资源重复来实现的,而两个以上处理器组成的系统就符合同时性的定义,这是最具代表性的资源重复并行处理方式(见图1.2)。

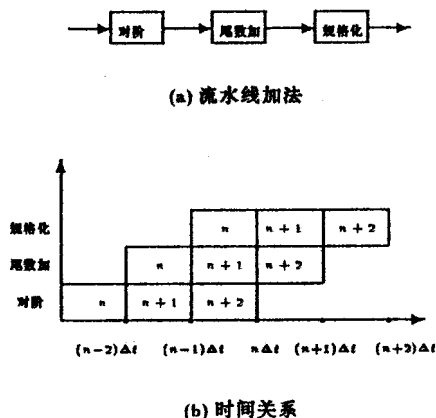


图 1.1 流水线工作方式

随着计算机技术的发展, 硬件价格不断下降, 从而使资源重复成为实现并行处理的主要途径。

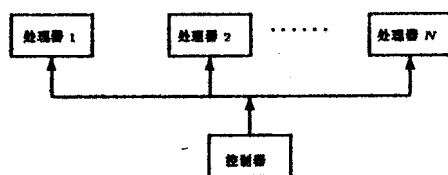


图 1.2 典型资源重复并行处理方式

3) 资源共享 (resource sharing)

资源共享就是让多个用户按一定的时间间隔顺序交替地使用同一系统资源, 以提高系统的整体性能。例如, 允许多个终端用户交替使用同一台计算机的分时系统就是利用共享 CPU 和主存资源, 以提高设备利用率。系统的共享资源不仅仅指硬件资源, 也

包括系统的软件资源、信息资源等。

1.2.3 并行处理系统的分类

1) 按粒度分类

粒度 (granularity) 是指并行处理的基本单位的大小, 可分为粗 (coarse)、中 (medium)、细 (fine) 3 种粒度。粗粒度是以大块的程序为并行处理单位; 细粒度则是指并行处理单位是一条语句、一个表达式, 甚至一个简单的算术或逻辑操作; 介于上述二者之间的就是中粒度。粒度的大小对并行机系统的性能有重要的影响。一般地, 节点数目较少的并行机采用粗粒度并行, 节点数目较多的并行机采用细粒度并行。比如: Cray-2 是由 4 个大型处理机组成, 每个处理机都要运行大块程序, 属于粗粒度并行; CM-1 由 65 536 个处理器组成, 它们在统一的控制器指挥下并行工作, 每次只做一个简单操作, 属于细粒度并行。

并行处理系统也可按并行处理的基本单位由大到小可分为数据库、功能、作业、进程、指令、运算等等级粒度处理系统。例如, 局域网 (LAN) 和广域网 (WAN) 就属于数据库级粒度的并行处理系统。

2) 按系统的规模分类

并行处理系统的规模 (也称为并行度) 由节点数来衡量。一般分为小规模、中规模、大规模、超大规模等。一般地, 小规模并行机系统中节点数在几十个以下, 中规模的节点数在几百个左右, 大规模为几千个, 超大规模为上万个。

3) 按结构分类

并行系统按处理单元的结合方式主要分为以下 4 种结构:

(1) 层次结构的并行处理结构。在此处理结构中, 各处理单元的动作是统一控制的。各处理单元按其功能分层有机结合起来, 上层处理单元管理整个处理的进程, 下层处理单元要按上层处理

单元的指示进行工作,同时把处理结果返送到上层处理单元中。树形结构的多处理机系统属于层次结构的并行处理结构。

(2) 非层次结构的并行处理结构。在此处理结构中,各处理单元没有上下级关系,地位是平等的。总线型、超立方体等结构属于此结构。

(3) 共享存储多处理机系统。共享存储多处理机系统就是系统有共享存储器,所有的处理机单元都能访问共享存储器。处理机之间的通信是通过向共享存储器中读和写数据进行的。

(4) 分布存储多处理机系统。分布存储多处理机系统没有共享存储器,处理机之间的通信是通过连接所有处理机的互连网络进行的。当处理机之间通信时,发方处理机把信息制成数据包发往收方处理机。

4) 按编程级分类

从编程的角度看,并行处理可以在作业级(或程序级)、任务级(或过程级)、指令级上实现。作业级是编程分级中的最高级,分时系统就属于此级别;其次是任务级;第三是指令级。从并行粒度角度来看,作业级基本属于粗粒度的范畴,任务级属于中粒度的范畴,而指令级属于细粒度的范畴。

5) 按处理方式分类

按指令流与数据流的关系可分为单指令多数据流(SIMD)和多指令多数据流(MIMD)两种并行处理方式。

6) 按处理单元的连接方式分类

如果各处理单元之间一直通过链路连接,则称为直接连接方式;如果处理单元只有在通信时才通过切换开关进行连接,则称之为间接连接方式。