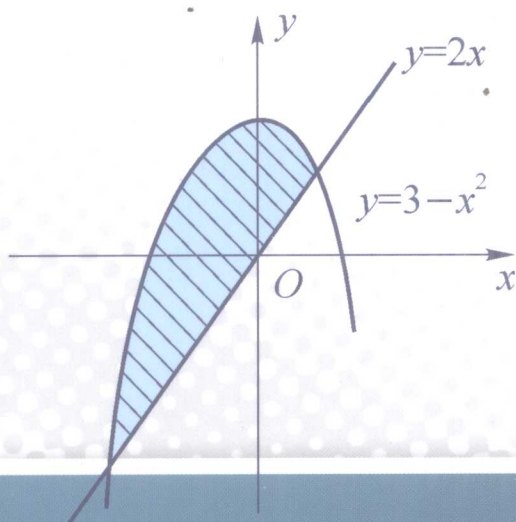




21 世纪高职高专规划教材
高等职业教育规划教材编委会专家审定



高等数学练习册

GAODENG SHUXUE LIANXICE

王广明 陆建秀 余 翔 主编



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

21 世纪高职高专规划教材

高等职业教育规划教材编委会专家审定

高等数学练习册

王广明	陆建秀	余翔	主 编
孙琦	俞文辉	龙芳	副主编
邓涛	古君凤	赵伯玉	参 编

北京邮电大学出版社

· 北 京 ·

内 容 简 介

本书按照教育部最新制定的高职高专《高等数学课程教学基本要求》，结合编者多年的教学实践编写而成，反映了当前高职高专教育培养高素质实用型人才数学课程设置的教学理念。

本书具有针对性强、强调数学理论在实际中的应用、重视数学文化功能的特点。适应三年制高职理工类和经管类专业，也可作为高职高专其他各专业教学的参考资料。

本书内容包括函数、极限与连续，导数与微分，中值定理与导数的应用，不定积分，定积分及其应用，微分方程，多元函数微积分，无穷级数。本书每章由两部分组成：每节同步练习题和全章复习题。书后附有习题参考答案与提示。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册/王广明,陆建秀,余翔主编. —北京:北京邮电大学出版社,2009

ISBN 978-7-5635-1952-1

I. 高… II. ①王…②陆…③余… III. 高等数学—高等学校:技术学校—习题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 081348 号

书 名: 高等数学练习册

主 编: 王广明 陆建秀 余 翔

责任编辑: 艾莉莎

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话:010-62282185 传真:010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京忠信诚胶印厂

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 10.5

字 数: 247 千字

版 次: 2009 年 6 月第 1 版 2009 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-1952-1

定 价: 18.00 元

• 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

前 言

本书是按照新形势下高职高专高等数学教学改革的精神,针对高职高专学生学习的特点,结合编者多年的教学实践编写而成的。

本书共 8 章,每章包括两个部分。

每节同步练习题:该部分按照教材顺序,配置了适量的同步练习题。该部分题目题型丰富,有判断题、填空题、选择题、计算题和证明题,选题力求使读者对有关的基本概念、基本理论和基本方法的理解和掌握,同时又强调培养学生分析问题和解决问题的综合素质。

全章复习题:该部分精选了能反映本章知识综合运用的一定数量的题目。读者通过做复习题,能巩固本章所学的知识,进一步提高运用本章知识解决实际问题的能力。

本书为学生的同步练习册,这样既使高等数学的教学标准化,又给学生提供了更广泛、更新颖和更实用的题目,同时也给教师在布置作业、携带作业和批改作业方面带来了方便。

本书由王广明、陆建秀、余翔担任主编,孙琦、俞文辉、龙芳担任副主编,邓涛、古君凤、赵伯玉参与本书的编写。全书由王广明统稿。限于编者水平有限,错漏之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

《高等数学练习册》编写组

目 录

第 1 章 函数、极限与连续

习题 1.1 函数	1
习题 1.2 常用经济函数	4
习题 1.3 数列极限	6
习题 1.4 函数的极限	8
习题 1.5 无穷小与无穷大	10
习题 1.6 极限的运算法则	13
习题 1.7 两个重要极限	15
习题 1.8 无穷小量的比较	17
习题 1.9 函数连续性	19
复习题一	23

第 2 章 导数与微分

习题 2.1 导数的概念	27
习题 2.2 函数的和、差、积、商的求导法则	31
习题 2.3 反函数与复合函数的求导法则	33
习题 2.4 隐函数的导数和由参数方程确定的函数的导数	35
习题 2.5 高阶导数	37
习题 2.6 函数的微分	39
复习题二	41

第 3 章 中值定理与导数的应用

习题 3.1 微分中值定理	45
习题 3.2 罗必达法则	47
习题 3.3 函数的单调性与极值	49
习题 3.4 函数的最大值与最小值	51
习题 3.5 曲线的凹凸性与拐点	53
习题 3.6 函数图形的描绘	54

习题 3.7 曲率	55
习题 3.8 导数在经济中的应用	56
复习题三	57
第 4 章 不定积分	
习题 4.1 不定积分的概念	61
习题 4.2 不定积分的运算法则及直接积分法	64
习题 4.3 换元积分法	67
习题 4.4 分部积分法	70
复习题四	72
第 5 章 定积分及其应用	
习题 5.1 定积分的概念和性质	76
习题 5.2 微积分基本公式	78
习题 5.3 定积分的换元法与分部积分法	81
习题 5.4 广义积分	83
习题 5.5 定积分的应用	85
复习题五	88
第 6 章 微分方程	
习题 6.1 微分方程的一般概念	92
习题 6.2 一阶微分方程	93
习题 6.3 可降阶的高阶微分方程	95
习题 6.4 二阶线性微分方程解的结构	97
复习题六	99
第 7 章 多元函数微积分	
习题 7.1 空间解析几何简介	101
习题 7.2 多元函数	103
习题 7.3 偏导数	105
习题 7.4 全微分	107
习题 7.5 多元复合函数的偏导数	109
习题 7.6 多元函数的极值	111
习题 7.7 二重积分	113
复习题七	115

第 8 章 无穷级数

习题 8.1 无穷级数的概念与性质	123
习题 8.2 常数项级数的敛散性	125
习题 8.3 幂级数	128
习题 8.4 函数的幂级数展开式	130
复习题八	131
参考答案	135

第1章 函数、极限与连续

习题 1.1 函数

一、判断题

1. $y = \lg x^2$ 与 $y = 2 \lg x$ 是相同函数. ()
2. $y = x^2 \sin x$ 是奇函数. ()
3. 函数 $y = e^x + e^{-x}$ 的图形关于直线 $x = 0$ 对称. ()
4. 凡是分段表示的函数都不是初等函数. ()
5. 对于常数函数 $y = c (-\infty < x < +\infty)$ 其反函数为 $x = c$. ()
6. 复合函数 $f[\varphi(x)]$ 的定义域即 $\varphi(x)$ 的定义域. ()
7. 实数域内周期函数有无穷多个周期. ()
8. 函数 $y = x^2 \sin \frac{1}{x}$ 是无界函数. ()

二、填空题

1. 函数 $y = \arctan x^3$ 的图像关于_____对称.
2. $y = \sqrt[3]{x+5}$ 的反函数是_____.
3. 若 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = x$, 则 $f(-2-x) =$ _____.
4. 函数 $f(x) = \ln \frac{1}{1-x}$ 的定义域是_____.
5. 设 $f(x) = \frac{x}{1+x}$, 则 $f[f(x)] =$ _____.
6. 设 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x > 0 \\ xe^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(2) - f(0) =$ _____.

三、选择题

1. 下列函数中既是奇函数又是单调增加函数的是().
A. $\sin^3 x$ B. $x^3 + 1$
C. $x^3 + x$ D. $x^3 - x$
2. 下列函数中在其定义域内有反函数的是().
A. $y = x^2$ B. $y = \sin x$
C. $y = 2x + 1$ D. $y = 2x^2 - 1$
3. $f(x) = \sin(x^2 - x)$ 是().
A. 有界函数 B. 周期函数

C. 奇函数

D. 偶函数

4. 下列函数为初等函数的是().

A. $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

B. $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$

C. $y = -\sqrt{-2 + \cos x}$

D. $y = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$

5. 函数 $y = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$ 的周期是().

A. 4π

B. 2π

C. π

D. $\pi/2$

四、计算题

1. 求函数 $y = \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} + \arcsin\left(\frac{1}{2}x-1\right)$ 的定义域.

2. 求函数 $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$ 的反函数.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} 5+x, & x \geq 1 \\ x^2-1, & x < 1 \end{cases}$, 求 $f[f(-3)]$.

4. 指出下列函数是由哪些简单函数复合而成的?

(1) $y = \ln \sin^2 x$

(2) $y = \arccos \sqrt{x^2-1}$

5. 某运输公司规定某种货物运输收费标准为:不超过 200 千米,收费 6 元/吨·千米;200 千米以上但不超过 500 千米,收费 4 元/吨·千米;500 千米以上,收费 3 元/吨·千米.试将每吨运费表示为路程的函数.

习题 1.2 常用经济函数

一、一商家销售某种商品的价格关系满足 $P=7-0.2x$ 万元, x 为销售量. 商品的成本函数为 $C=3x+1$ 万元. 若每销售 1 吨商品, 要征税收 t 万元, 试将该商家税后利润 L 表示为 x 的函数.

二、某车间设计最大生产能力为月生产 60 台机床, 当生产 x 台时总成本函数为 $C(x)=x^2+10x$ 万元. 按市场规律, 价格为 $P=250-5x$ (x 为需求量) 时可以销售完, 试求月利润函数.

三、某商品购进 1 500 米的衣料,每米售价 2.17 元. 卖出 1 000 米后,商品滞销,因此降价 25% 继续出售. 试将销售收入 R 表示成销售数量 x 的函数.

四、某商品供给函数为 $S(x)=x^2+3x-70$,需求函数为 $Q(x)=410-x$,其中 x 为价格.

1. 在同一坐标系中,画出 $S(x), Q(x)$ 的图形.
2. 求市场均衡价格.

习题 1.3 数列极限

一、判断题

1. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 收敛. ()
2. 有界数列必收敛. ()
3. 若数列 $\{a_n\}$ 发散, 则它必无界. ()

二、写出下列数前五项.

1. $\{a_n\} = \left\{ \frac{n}{n-1} \right\}$

2. $\{a_n\} = \left\{ \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} \right\}$

3. $\{a_n\} = \left\{ \frac{1}{3n} \right\}$

4. $\{a_n\}$, 其中 $a_n = \begin{cases} n, & n \text{ 为偶数} \\ \frac{1}{n}, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$

三、写出下列通项 a_n , 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ (若存在).

1. $-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

2. $2, 4, 6, 8, 16, \dots$

$$3. 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \dots$$

$$4. 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$$

四、已知下列四数列：

$$1. x_n = 2$$

$$2. x_n = \frac{2}{3n+1}$$

$$3. x_n = (-1)^{n+1}$$

$$4. x_n = \begin{cases} \frac{1}{n+1}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{n+1}{n+2}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$$

收敛的是哪个？求出极限. 发散的是哪个？

五、设 $x_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & n \text{ 为偶数} \\ 10^{-7}, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$, 则必有().

$$A. \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$$

$$B. \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 10^{-7}$$

$$C. \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \begin{cases} 0, & n \text{ 为奇数} \\ 10^{-7}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$$

$$D. \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \text{ 不存在}$$

习题 1.4 函数的极限

一、判断题

1. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 则 $f(x_0) = A$. ()
2. 函数 $f(x)$ 在 x_0 无定义, 但 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 可能存在. ()
3. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 都存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在. ()
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arccot} x = \pi$. ()
5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$. ()

二、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1-x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1+x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设 $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \leq 0 \\ e^x + b, & x > 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, 当 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$.
5. 设 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x \geq 0 \\ 3+x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、选择题

1. 从 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ 不能推出 ().
 A. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$
 C. $f(x_0) = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) - 1] = 0$
2. 设 $f(x) = \begin{cases} |x| - 3, & x \geq 0 \\ -4 + e^x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = (\quad)$.
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. -3
3. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处左、右极限都存在是它在该点处有极限的 ().
 A. 必要条件 B. 充分条件
 C. 充要条件 D. 无关条件
4. 设函数 $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = (\quad)$.
 A. 0 B. -1

C. 1

D. 不存在

5. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义是它在该点处有极限的().

A. 必要条件

B. 充分条件

C. 充要条件

D. 无关条件

四、设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 2 \\ 2x + 1, & x < 2 \end{cases}$, 求 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 及 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

五、设 $f(x) = \begin{cases} 4x, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ (x-1)^2, & x > 0 \end{cases}$, 试求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

习题 1.5 无穷小与无穷大

一、判断题

1. 非常小的数是无穷小. ()
2. 10^{1000} 是无穷大. ()
3. 除 0 以外任何常数不是无穷小. ()
4. 当 $x \rightarrow 0$, $\sin 3x$ 是无穷小. ()
5. 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\cos \frac{1}{x}$ 是无穷小. ()

二、填空题

1. $y = \frac{1}{x+2}$, 当 $x \rightarrow$ _____ 时, y 是无穷小量, 当 $x \rightarrow$ _____ 时, y 是无穷大量.
2. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的充要条件是当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x) - A =$ _____.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x} =$ _____.
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x =$ _____.
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x =$ _____.

三、选择题

1. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 下列变量中不是无穷小量的是 ().
A. $x^2 - 1$ B. $x(x-2) + 1$
C. $3x^2 - 2x - 1$ D. $4x^2 - 2x + 1$
2. 下列变量在自变量给定的变化过程中不是无穷大的是 ().
A. $\frac{x^3}{\sqrt{x^3+1}} (x \rightarrow +\infty)$ B. $\ln x (x \rightarrow +\infty)$
C. $\ln x (x \rightarrow 0^+)$ D. $\frac{1}{x} \cos \frac{\pi x}{2} (x \rightarrow \infty)$
3. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty$, 则下列极限成立的是 ().
A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \infty$ B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = 0$
C. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x) + g(x)} = 0$ D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = \infty$
4. 设当 $n \rightarrow \infty$ 时, a^n 为无穷小量, b^n 为有界变量, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n b^n =$ ().
A. -1 B. 0
C. 1 D. 2
5. $\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} - 1) \cos \frac{1}{x-1} =$ ().
A. -2 B. -1
C. 0 D. 1