主编
李树人
潘其勋

助你学

初中课程同步辅导丛书

几何

初二

CHUZHONG
KECHENG
TONGBU FUDAO
CONGSHU

辽宁科学技术出版社

助　你　学

初中课程同步辅导丛书

编　委　会

前　言

现行的九年义务教育全日制初级中学教材是为适应素质教育的需要，实现由应试教育向素质教育的转轨而编写的。较之以前的教材有许多新的特点，特别是在能力的要求上有所提高。为帮助同学们理解和掌握好九年义务教育教材，在同学与教材之间架设掌握知识、培养能力和发展智力的桥梁，我们编写了《助你学——初中课程同步辅导丛书》。这套丛书按年级和科目共分15册，包括语文、数学、英语、物理和化学五种。

本丛书编写者都是有多年教学经验的高级教师、特级教师。根据各学科教学大纲和新教材（人教版）的特点，本丛书在重现教材的知识结构与认知结构方面独具匠心，具有权威性和准确性；同时本丛书还密切结合初中的教学实际，对同学们掌握重点，突破难点，抓住关键，形成知识网络有很好的帮助，具有实用性；是一套较好的课外学习丛书。出版几年来受到师生普遍欢迎。现在，编者又在广泛听取师生意见的基础上进行了重编。

本书是初二几何分册。

首先本书通过对基础知识的归纳整理，使知识系统化、网络化，有利于学生深刻地理解概念，牢固地掌握定理、公式和法则。

其次，本书精选典型的例题，并加以剖析，重在揭示思维和解题的一般规律，教给学生探索解题思路的方法和规律，使

同学们能举一反三，融汇贯通，达到知识和能力的有机统一。范例分析中的“说明”能“画龙点睛”地帮助学生总结经验，认识规律。

第三，本书的练习充分体现了新、精、活的选题原则。所选题目循序渐进，由浅入深，由单一到综合，具有典型性和代表性。习题的编排分为三个层次：(一)基本练习侧重于对概念、公式、法则等的理解和训练，在习题的安排上与课堂教学同步；(二)在综合练习中，A 组题侧重于对知识的运用；(三)综合练习中的 B 组题侧重于沟通数学知识和数学方法，具有较强的综合性和灵活性，难度较大，供学有余力的学生练习用。

最后部分是水平检测。每套题力求做到难易适中，题型新颖，布局合理，富有启发性、科学性、思考性，以便使读者及时了解自己学习情况。

第四，本书注重对初中数学蕴涵的基本数学思想方法进行分析、阐释，以利于同学们理解和运用数学思想方法，促进形成数学能力。

使用本书的同学们，希望你们能认真读书，刻苦学习，不但要学知识，更重要的是领会和应用数学思想方法。数学是思维的体操，只有经过自己努力而得到的真谛，那才是一种对数学美的精神享受，你会从中受到鼓舞，吸取信心和力量。

由于时间仓促，书中难免有疏漏和不当之处，敬祈广大读者不吝赐教。

编　者

1997 年 7 月

目　　录

第三章　三角形

第一节　三角形

一、学法指导

三角形一章是几何的重点知识. 三角形是几何学中最常见和重要的基本图形之一，它是研究其它图形性质的基础.

在本节学习中应该解决以下几个问题：

（一）正确理解三角形的概念，三角形的顶点、边、内角、外角、角的平分线、中线和高等有关概念. 在学习这些问题时，特别要注意以下两点：1. 三角形的外角. 要从定义中真正领会三角形的外角是怎样形成的，它和三角形相邻的内角是什么关系；另外从图形中会分辨它，并准确地找出它. 2. 会画三角形的角平分线、中线和高. 应该明确一个三角形有三条角的平分线、三条中线和三条高线. 一个三角形的三条角的平分线和三条中线一定都在三角形的内部，而三条高则因三角形的形状不同，它们可能都在三角形的内部，也可能不都在三角形的内部（如图 3－1）；直角三角形的三条高中有一条在三角形的内部，另外两条恰好是直角三角形的两条直角边（如图 3－2）钝角三角形的三条高中有一条在三角形的内部，另外两条在三角形的外部（如图 3－3）.

画三角形高的方法是：首先要清楚画哪一条边上的高，然后找出这条边所对的顶点，从这个顶点向这条边（或这条边的延长线）画垂线，那么顶点和垂足间的线段就是要画的三角形的一条高.

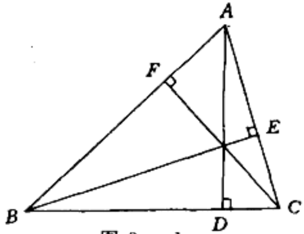

图 3－1

（二）正确理解三角形三条边的关系，即三角形任意两边之和大于第三边，两边之差小于第三边. 会运用这个关系解决以下三个问题：

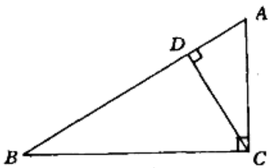

图 3－2

1. 根据三条线段的长度判断它们能否组成三角形；2. 根据三角形两边长判断第三边的取值范围；3. 会进行简单不等关系的论证.

（三）应该掌握三角形内角和定理及其证明方法；三角形外角等于和它不相邻的两个内角的和；三角形外角大于任何一个和它不相邻的内角这两个性质；并能运用它们进行有关的论证和计算. 弄懂“不相邻”的含义.

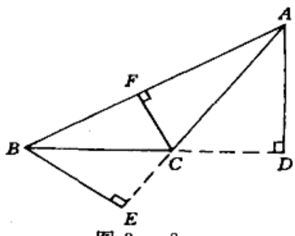

图 3－3

（四）会正确的按角的大小或边长的关系对三角形进行分类.

1．按角的大小分类

三角形
- 直角三角形
- 斜三角形
  - 锐角三角形
  - 钝角三角形

按边长关系分类

三角形
- 不等边三角形
- 等腰三角形
  - 底和腰不等的等腰三角形
  - 等边三角形

二、范例分析

例 1　如图 3－4，指出 $\triangle ABC$ 的所有的外角及 $\triangle ABD$ 的所有外角．

分析　要想准确找出三角形的外角，就必须根据三角形外角的定义："三角形的一边与另一边的延长线组成的角．"如图 3－4，$\angle ACF$ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角，因为 CA 是 $\triangle ABC$ 的一条边，CF 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的延长线．

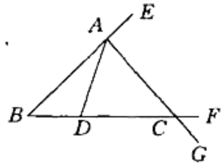

图3－4

解　$\angle ACF$、$\angle BCG$、$\angle EAC$ 都是 $\triangle ABC$ 的外角；$\angle EAD$、$\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角．

说明　在找三角形外角时，一定要注意认真观察图形，做到"不漏"、"不错"．如图中的 $\angle GCF$ 就不是 $\triangle ABC$ 的外角，$\angle EAD$ 是 $\triangle ABD$ 的外角就容易漏写．

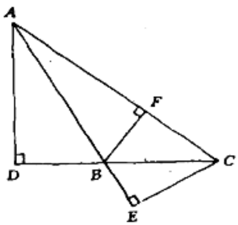

图 3 － 5

例 2　填空题：如图 3 － 5，

$\triangle ABC$ 中,BC 边上的高是______,AB 边上的高是______,AC 边上的高是______.

分析 我们知道三角形的高不都在三角形的内部,$\triangle ABC$ 是钝角三角形. 它的高除钝角所对的边上的高在三角形内之外,其余两高都在三角形外. 找 BC 边上的高首先找到 BC 边所对的三角形的顶点 A,然后再过点 A 画 BC 边上的垂线,垂足为 D. 则 AD 为 BC 边上的高,同理可得其它.

解 AD,CE,BF.

说明 在画三角形的高时:(1) 先弄清要画哪条边上的高;(2) 找出这条边所对的顶点;(3) 过这个顶点向这条边画垂线,则顶点和垂足之间的线段即为三角形的高.

例 3 选择题:已知三角形两边的长分别是 7 和 2,且三角形的周长为偶数,则第三边的长为(　　).

(A)5　(B)6　(C)7　(D)9

分析 本题是要求确定第三边的长,根据三角形三边的关系定理知:"三角形任何两边之和大于第三边",可设第三边为 x,由定理知 $x < 7 + 2$,即 $x < 9$. 因此不能选择(D),又因为已知三角形的周长为偶数,而两边之和等于 9 是奇数,所以第三边也必为奇数. 因此又不能选择(B),又因为"三角形两边差小于第三边",所以 $x > 7 - 2$,即 $x > 5$. 因此,$5 < x < 9$. 故应选择(C) 满足条件.

解 (C)

说明 在求第三边的取值范围时,一定注意三边关系定理及其推论同时满足. 缺一不可.

例 4 已知:$\triangle ABC$ 的三个内角 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 满足下列条件,$\angle A + \angle B > 111°$,$\angle B + \angle C > 160°$,问 $\triangle ABC$ 是锐

角三角形、钝角三角形、直角三角形?

分析 判定三角形属于哪一类三角形,主要是根据定义去判定,本题所给的条件是三角形三内角的关系.所以,我们应根据三角形的角的大小来判定三角形是哪一类三角形.我们可以利用$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$这个三角形内角和定理来解决这个问题.根据不等式性质"如果$a>b,c>d$,那么$a+c>b+d$",可得$\angle A+\angle B+\angle B+\angle C>111^\circ+160^\circ$,解得$\angle B>91^\circ$,因此$\triangle ABC$是钝角三角形.

解 $\because \angle A+\angle B>111^\circ,\angle B+\angle C>160^\circ$(已知)

$\therefore \angle A+\angle B+\angle B+\angle C>271^\circ$(不等式性质).

又$\because \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$(三角形内角和定理).

$\therefore 180^\circ+\angle B>271^\circ$.

$\therefore \angle B>91^\circ$.

$\therefore \triangle ABC$是钝角三角形(钝角三角形定义).

说明 解决此类问题,一般地,是想法解决三角形中的最大的角是什么角.根据最大角是锐角、直角、钝角来判定是锐角三角形、直角三角形、钝角三角形.

例5 如图3-6,$\angle ACE$是$\triangle ABC$的外角,CD平分$\angle ACE$,BD是$\angle ABC$的平分线,它们相交于点D.已知:$\angle A=50^\circ$,求$\angle D$的度数.

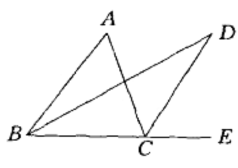

图3-6

分析 题目中已知$\angle ACE$是$\triangle ABC$的外角,及一条角平分线和$\angle A$的度数,要求出$\angle D$的度数就应该把$\angle A$和$\angle D$联系起来,以便求出$\angle D$的度数.从图形中可看出:$\angle D$是$\triangle BCD$的一个内角,根据三角形内角和定理

可知 $\angle DCE=\angle DBC+\angle D$. CD 是 $\angle ACE$ 平分线, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, $\therefore \frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\angle ABC+\angle D$, $\because \angle ACE=\angle A+\angle ABC$, 所以 $\angle ACE=\angle ABC+2\angle D$, 所以 $\angle A=2\angle D$, 因此 $\angle D=\frac{1}{2}\angle A=25°$.

解　$\because CD$ 和 BD 分别是 $\angle ACE$ 和 $\angle ABC$ 的平分线(已知). $\therefore \angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE$, $\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC$(角平分线定义), 又 $\because \angle DCE=\angle DBC+\angle D$(三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和),

$\therefore \frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\angle ABC+\angle D$.

$\therefore \angle ACE=\angle ABC+2\angle D$.

$\because \angle ACE=\angle ABC+\angle A$(三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和)

$\therefore \angle A=2\angle D$.

$\therefore \angle D=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 50°=25°$.

说明　这是有关的计算问题. 对此类型的题要注意: (1) 充分利用题中的所给条件; (2) 认真观察图形, 找出所求问题与所给条件之间的关系.

例 6　如图 3－7, $\triangle ABC$ 的一个外角 $\angle ACE$ 的平分线和边 BA 的延长线相交于点 D.

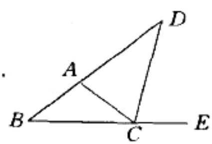

图3－7

求证　$\angle BAC>\angle B$.

分析　证明角的不等关系, 可以利用"三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角."这个推论来解决. 本题所要证明的两个

角都是$\triangle ABC$的内角，这就需要把所证的问题进行转化．如何转化呢？我们知道不等式有这样一个性质："如果$a>b,b>c$，那么$a>c$．"，在这里b起了一个中间桥梁的作用，它把a和c的关系联系起来，所以在不能直接解决问题的情况下，我们可以采用这样的转化方法．从图中发现，$\angle BAC$是$\triangle ACD$的一个外角，所以$\angle BAC>\angle ACD$，因为$\angle ACD=\angle DCE$，所以$\angle BAC>\angle DCE$，又因为$\angle DCE$是$\triangle BCD$的一个外角，所以$\angle DCE>\angle B$．由此问题得到解决．

证明　$\because \angle BAC>\angle ACD$（三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角）．

$\angle ACD=\angle DCE$（角平分线定义），

$\therefore \angle BAC>\angle DCE$（不等式性质）．

又$\because \angle DCE>\angle B$（三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角），

$\therefore \angle BAC>\angle B$（不等式性质）．

说明　解决角不等关系问题中，关键问题是转化．也就是说，要架好中间的桥梁，桥架的好与坏，直接关系到证明，因此要求同学们注意认真观察图形．

三、基本练习

§3.1　关于三角形的一些概念(1)

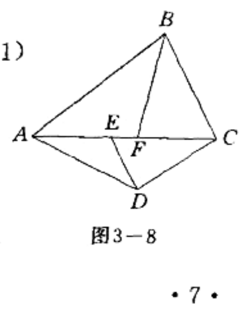

图3－8

1．填空　如图3－8．

(1) 图形中共有______个三角形；

(2) $\triangle ABF$的三个顶点是

______,三个内角是_________;

(3) $\triangle ABF$ 中,$\angle ABF$ 所对的边是______,边 BF 所对的角是______;

(4) $\angle DEC$ 是 $\triangle$ ______的内角,它所对的边是______.

2. 三角形的角平分线和角的平分线的区别是______.

3. 一个三角形有______条角平分线,有______条中线.

4. 如图 3－9,$\triangle ABC$ 中,CD 是 $\angle ACB$ 的平分线,$DE \parallel BC$,$\angle ACB = 74°$,则 $\angle EDC =$ ______度.

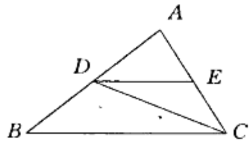

图3－9

5. 选择题

(1) 图 3－10 中的三角形共有(　　)个.

(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

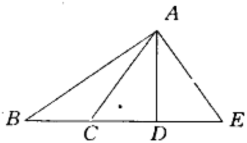

图3－10

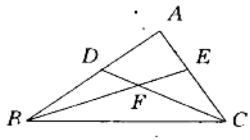

图3－11

(2) 图 3－11 中以 BC 为一边的三角形共有(　　)个.

(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

6. 按要求画图.

(1) 如图 3－12,画 $\triangle ABC$ 的三条角平分线.

(2) 如图 3－13,画 $\triangle ABC$ 的三条中线.

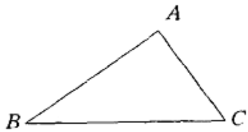

图3—12

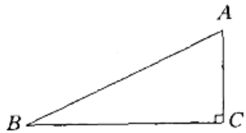

图3—13

§3.1　关于三角形的一些概念(2)

1. 填空　如图 3 — 14，$\triangle ABC$ 中，AD、BE、CF 分别为 $\triangle ABC$ 的高，它们的交点 H.
   (1) $\triangle ABH$ 的三条高是______，这三条高所在直线的交点是______；
   (2) $\triangle BCH$ 的三条高是______，这三条高所在直线的交点是______.

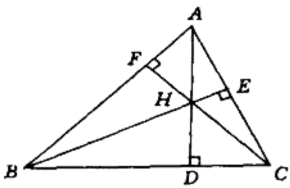

图 3 — 14

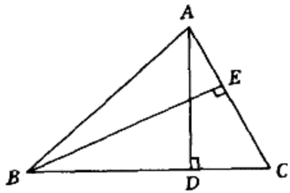

图 3 — 15

2. 如图 3 — 15，$\triangle ABC$ 中，$AD \perp BC$，$BE \perp AC$，$BC = 12$，$AC = 8$，$AD = 6$，则 BE 的长是______.
3. 选择题
   (1) 如图 3 — 15(1) 钝角 $\triangle ABC$ 中，画 AC 边上的高线，正确的画法是(　　　).
   (2) 直角三角形两条直角边分别为 6cm、8cm，斜边长为 10cm，则斜边上的高是(　　　).

(A)2.4cm　　(B)4.8cm　　(C)5cm　　(D)6cm

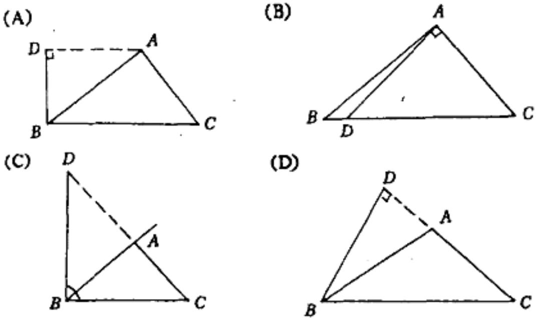

图 3 — 15(1)

4. 如图 3 — 16，BM 是 $\triangle ABC$ 的中线，且 $AB = 5\text{cm}$，$BC = 3\text{cm}$，那么 $\triangle ABM$ 与 $\triangle BCM$ 的周长差是多少？

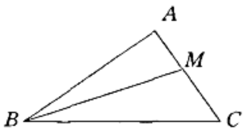

图3—16

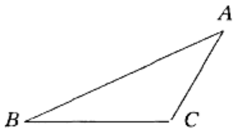

图3—17

5. 已知：如图 3 — 17，钝角 $\triangle ABC$ 中，画出它的三条高线.

§3.2　三角形三条边的关系

1. 选择题

(1) 要组成一个三角形，三条线段的长度应取下列各组中的(　　).

(A)5、9、3　(B)5、7、3　(C)5、2、3　(D)4、8、4

(2) 三条线段的长度比如下，则不能组成三角形的一组

是(　　).

(A)2∶3∶5　　(B)3∶4∶6

(C)3∶5∶7　　(D)2∶2∶1

(3) 三角形两边长为 13 和 11,且三角形的周长为整数,则第三边长为(　　).

(A)15　　(B)16　　(C)17　　(D)15 或 17

2. 填空题

(1) $\triangle ABC$ 中,$AB = AC = 5\text{cm}$,则____ $< BC <$ ____;

(2) 等腰三角形一边长为 6,一边长为 13,则等腰三角形的周长为______;

(3) 一个三角形的三条边长分别为 8、5、x,则 x 的取值范围是________;

(4) 三角形按边分类,可分为________________________________.

3. 如图 3－18,已知:$\triangle ABC$ 中,P 为 AB 上任一点,求证:$AB + AC > PB + PC$.

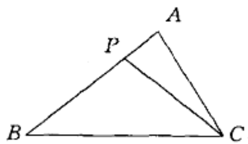

图3－18

完成下列证明:

证明:在 $\triangle ABC$ 中,$\because AP + AC >$ ______(三角形两边的和大于第三边),

$\therefore AP + AC + PB > PB +$ ______(　　　　　　　).

即 $AB + AC > PB + PC$.

4. 已知:等腰三角形的一边长等于 12cm,腰长是底边长的 $\frac{3}{4}$,求它的周长.

5. 如图 3－19，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 BC 边长任意一点.

求证：$AB+BC+CA>2AD$.

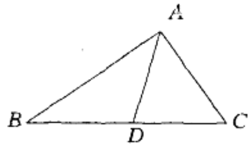

图3－19

§3.3　三角形的内角和(1)

1. 选择题

(1) $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=\angle B=2\angle C$，则 $\angle B$ 的度数是（　　）.

(A)36°　(B)45°　(C)72°　(D)90°

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A+\angle B=\angle C$，则 $\triangle ABC$ 是（　　）.

(A) 锐角三角形　(B) 直角三角形

(C) 钝角三角形　(D) 等腰三角形

(3) 三角形的内角中，最多有（　　）.

(A) 一个锐角　(B) 二个锐角　(C) 一个钝角

(D) 二个钝角

(4) 如图 3－20，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=$（　　）.

(A)180°　(B)360°

(C)540°　(D)720°

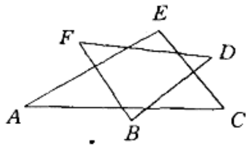

图3－20

2. 填空题

(1) $\triangle ABC$ 中，$\angle B-\angle A=50°+\angle C$，则 $\angle B=$ ______；

(2) $\triangle ABC$ 中，$\angle C+\angle A=2\angle B$，$\angle C-\angle A=80°$，则 $\angle A=$ ______，$\angle B=$ ______，$\angle C=$ ______；

(3) 如图 3－21，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线