



让每一位学生分享高品质教育



2009

A版

新考纲 新课标
课堂讲练专用



5年高考

3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

文数

学生用书

北京市语文特级教师徐克兴如此评价：5·3实为高考科学备考领军之作，集学考之精粹，成名世之奇书，有助于迅速提高考试成绩。

北京市数学特级教师乔家瑞如此评价：谁选用了5·3，谁就选择了一条正确的复习道路；

谁选用了5·3，谁就掌握了科学的复习方法；谁选用了5·3，谁就会取得理想的高考成绩。



首都师范大学出版社
文化艺术出版社



2019年



5年 年高考

3年 模拟

2019年
5月

第1次

本套试卷严格按照《考试大纲》和《考试说明》的要求，依据最新命题趋势精心编写，旨在帮助考生熟悉高考命题规律，提高解题能力，是考生备考的必备资料。



华东师范大学出版社
www.ecnup.com.cn



让每一位学生分享高品质教育



5年 3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

文数

学生用书

- 丛书主编：卫 鑫
- 丛书策划：曲一线
- 专家顾问：徐克兴 乔家瑞 齐平昌 洪安生 刘振贵 王永惠 康振明 李秉国 王树声
- 本册主编：梁圣文 张心诚 王从旗
- 副主编：李翠萍 李秀霞 张汝华 邵凤仪 张学凯 贾兴锐 朱心军 李召华 李红星

图书在版编目(CIP)数据

五年高考三年模拟·文科数学/卫鑫主编. —北京:文化艺术出版社,2005.5
(5·3金典)

ISBN 978-7-5039-2726-3

I. 五… II. 卫… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 026301 号

五年高考三年模拟·文科数学
(5·3金典)

主 编 卫 鑫

责任编辑 向 宏 仲 江

版式设计 曲一线

出版发行 首都师范大学出版社 地址:北京市西三环北路 105 号 100037

文化艺术出版社 地址:北京市朝阳区惠新北里甲1号 100029

经 销 新华书店

印 刷 北京市后沙峪印刷厂

版 次 2008 年 2 月北京第 4 版
2008 年 2 月北京第 1 次印刷

开 本 890×1240 毫米 1/16

印 张 27.25

字 数 1090 千

书 号 ISBN 978-7-5039-2726-3/G·500

定 价 43.00 元

版权所有,侵权必究。印装错误,随时调换,请与 13311185353 联系退换。

第22届教师节“好书教师评”活动揭晓 最终入选书目

最有价值的5本教辅类图书：

《5年高考3年模拟》系列丛书
《5·3金卷》系列丛书

首都师范大学出版社曲一线编辑部
首都师范大学出版社曲一线编辑部



中国图书商报

2006年助学读物 评比揭晓



曲一线科学备考专家顾问团



徐克兴

北京四中语文特级教师
北京四中语文教研组长

5年高考3年模拟是最新的、代表语文界最高水平的。本书内容丰富、体例精当、解读详尽、操作方便，有助于迅速提高学习成绩。本书体现了新课标的思想，新考纲的精神。



乔家瑞

北京市数学特级教师
数学奥林匹克高级教练

本书体现了做书人的智慧和水平，是教师进行教学的得力助手，是高考总复习不可或缺的教学用书。



齐平昌

北京四中英语高级教师
北京四中高考英语专家

本书是可以和新东方托福考试用书相媲美的高考首选用书。



洪安生

北京市物理特级教师
中央电视台主讲教师

内容丰富，结构合理，符合高三总复习阶段学生学习的规律，既可作为复习用教材，也可作为课外自学书使用。



刘振贵

北京市化学特级教师
中央电视台主讲教师

本书是一本优秀的教辅读物，是广大教师和学生认定的一个品牌。



王永惠

北京市生物特级教师
中央电视台主讲教师

本书是能够全面提升考生能力的高考总复习资料。



康振明

北京市政治特级教师
中央电视台主讲教师

该书有六个优势：科学性、全面性、导向性、连续性、可读性、可操作性。该书是目前唯一一本将课程标准、中学教材、高考大纲统一起来的好书，内容科学、准确、规范，形式丰富多彩、生动活泼。



李秉国

北京市历史特级教师
中央电视台主讲教师

对中学历史总复习的指导及课堂教学有极高的参考价值。



王树声

北京市地理特级教师
中央电视台主讲教师

内容丰富，题目设计立意独特、情景新颖、设问灵活。

防伪查询说明

1. 刮开书上的全国电码防伪标签，输入防伪码发送手机短信，移动用户发送短信GZA 空格 防伪码到1066950178；联通用户发送短信TP 空格 防伪码到106698832525，等待回信。如为正版图书，赠送曲一线高考网“超级会员卡”一张。
2. 查询后如果提示为非正版图书或封面无防伪标志，请及时拨打电话010-63735353进行核实登记。并将该书寄至：北京市100176信箱09分箱 邮购部（收） 邮编：100176，您将及时得到正版图书并获得意外的奖励。如提供有效的打击盗版线索，有重奖。
3. 短信防伪查询1元/条，不含基础通信费。
4. 本次活动最终解释权归曲一线所有。

>>>>> **快 速 服 务 通 道** <<<<<<

24小时
服务电话 **010-63735353** **13311185353**

>>>>>>>>> **邮 购** <<<<<<<<<<<

| | | |
|---|--------------|-----------|
| 邮购电话：010-63721441 | 010-63735353 | 邮编：100176 |
| 邮购地址：北京市100176信箱09分箱 邮购部收 | | |
| 邮购说明：全部加收10%邮资。 | | |
| 注意事项：汇款单上请务必写清详细地址、邮编和联系电话，以便图书迅速准确地送达。 | | |

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|-----------|---------|-----------|---------|
| 高考开放式作文 | 定价32.00 | 中考开放式作文 | 定价32.00 | 5年高考满分作文 | 定价19.00 | 5年中考满分作文 | 定价23.00 |
| 语言天使 | 定价15.00 | 高考英语脱口秀 | 定价29.00 | 高考英语词汇秀 | 定价29.00 | 高考英语阅读秀 | 定价12.00 |
| 高考英语语法秀 | 定价15.00 | 高考英语表达秀 | 定价18.00 | 高中文言文全解全练 | 定价25.00 | 初中文言文全解全练 | 定价25.00 |

2009A版《5年高考3年模拟》·学生用书

| | | | | | | | | | |
|--------------|---------|---------------|---------|---------------|---------|----|---------|----|---------|
| 江苏省专用 | | 语文 | 定价49.00 | 数学 | 定价49.00 | 英语 | 定价49.00 | 物理 | 定价43.00 |
| 历史 | 定价43.00 | | | | | | | | |
| 新课标版 | | 语文 | 定价49.00 | 文数 | 定价49.00 | 理数 | 定价49.00 | 英语 | 定价49.00 |
| 物理 | 定价39.00 | 化学 | 定价46.00 | 生物 | 定价43.00 | 政治 | 定价36.00 | 历史 | 定价43.00 |
| 地理 | 定价43.00 | 文科全套定价269.00元 | | 理科全套定价275.00元 | | | | | |
| 人大大纲版 | | 语文 | 定价43.00 | 文数 | 定价43.00 | 理数 | 定价43.00 | 英语 | 定价39.00 |
| 物理 | 定价39.00 | 化学 | 定价39.00 | 生物 | 定价38.00 | 政治 | 定价38.00 | 历史 | 定价38.00 |
| 地理 | 定价38.00 | 文科全套定价239.00元 | | 理科全套定价241.00元 | | | | | |

2009A版、B版《5年高考3年模拟》·教师用书

| | | | | | | | | | |
|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|
| 语文 | 定价60.00 | 文数 | 定价60.00 | 理数 | 定价60.00 | 英语 | 定价60.00 | 物理 | 定价60.00 |
| 化学 | 定价60.00 | 生物 | 定价60.00 | 政治 | 定价60.00 | 历史 | 定价60.00 | 地理 | 定价60.00 |

《5年高考3年模拟》新课标同步系列

| | | | | | | | | | |
|-------------------|---------|---------|----------|---------|----------|-------------------|----------|---------|---------|
| 新课标同步(必修5) | 语文(人教版) | 定价16.00 | 数学(人教A版) | 定价16.00 | 英语(人教版) | 定价16.00 | | | |
| 新课标同步(必修1) | 语文(人教版) | 定价13.80 | 语文(苏教版) | 定价15.80 | 数学(人教A版) | 定价14.80 | 数学(人教B版) | 定价14.80 | |
| 数学(苏教版) | 定价14.80 | 英语(人教版) | 定价14.80 | 英语(外研版) | 定价13.80 | 英语(译林版) | 定价12.80 | 物理(人教版) | 定价14.80 |
| 化学(人教版) | 定价14.80 | 化学(苏教版) | 定价14.80 | 生物(人教版) | 定价15.80 | 政治(人教版) | 定价17.80 | 历史(人教版) | 定价17.80 |
| 历史(岳麓版) | 定价15.80 | 地理(人教版) | 定价14.80 | | | | | | |
| 新课标同步(必修2) | 语文(人教版) | 定价16.00 | 语文(苏教版) | 定价19.00 | 数学(人教A版) | 定价18.00 | 数学(人教B版) | 定价18.00 | |
| 数学(苏教版) | 定价19.00 | 英语(人教版) | 定价13.00 | 英语(外研版) | 定价13.00 | 英语(译林版) | 定价9.00 | 物理(人教版) | 定价16.00 |
| 化学(人教版) | 定价15.00 | 化学(苏教版) | 定价15.00 | 生物(人教版) | 定价19.00 | 政治(人教版) | 定价18.00 | 历史(人教版) | 定价16.00 |
| 历史(岳麓版) | 定价16.00 | 地理(人教版) | 定价16.00 | | | 新课标同步(必修4) | 数学(人教A版) | 定价16.00 | |
| 新课标同步(必修3) | 语文(人教版) | 定价16.80 | 语文(苏教版) | 定价21.80 | 数学(人教A版) | 定价14.80 | 数学(人教B版) | 定价16.80 | |
| 数学(苏教版) | 定价12.80 | 英语(人教版) | 定价12.00 | 英语(外研版) | 定价15.00 | 英语(译林版) | 定价12.00 | 生物(人教版) | 定价19.80 |
| 政治(人教版) | 定价16.80 | 历史(人教版) | 定价15.00 | 历史(岳麓版) | 定价19.80 | 地理(人教版) | 定价18.80 | | |

《高中习题化知识清单》(第3次修订)

| | | | | | | | | | |
|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|-----------|---------|
| 语文 | 定价48.00 | 数学 | 定价42.00 | 英语 | 定价48.00 | 物理 | 定价48.00 | 化学 | 定价42.00 |
| 生物 | 定价30.00 | 政治 | 定价30.00 | 历史 | 定价42.00 | 地理 | 定价42.00 | 英语必考词3500 | 定价30.00 |

《5·3金卷——3年高考模拟试卷整编》

| | | | | | | | | | |
|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|
| 语文 | 定价16.00 | 文数 | 定价16.00 | 理数 | 定价16.00 | 英语 | 定价16.00 | 物理 | 定价16.00 |
| 化学 | 定价16.00 | 生物 | 定价16.00 | 政治 | 定价16.00 | 历史 | 定价16.00 | 地理 | 定价16.00 |

《5·3金卷——5年高考真题详解》

| | | | | | | | | | |
|----|---------|----|---------|----|---------|----------|---------|----|---------|
| 语文 | 定价13.80 | 文数 | 定价14.80 | 理数 | 定价16.80 | 英语(含听力) | 定价36.80 | 物理 | 定价9.80 |
| 化学 | 定价9.80 | 生物 | 定价7.80 | 政治 | 定价10.80 | 英语(不含听力) | 定价16.80 | 地理 | 定价10.80 |

《高考1号文件》

| | | | | | | | | | |
|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|
| 语文 | 定价26.00 | 文数 | 定价26.00 | 理数 | 定价26.00 | 英语 | 定价26.00 | 物理 | 定价20.00 |
| 化学 | 定价20.00 | 生物 | 定价20.00 | 政治 | 定价20.00 | 历史 | 定价20.00 | 地理 | 定价20.00 |

5.3 金典导读图示

以考点为核心 · 以训练为主线 · 以彻悟为目标 · 以探究为重点

内部结构

内容提要

使用说明

五年高考

优化整合2004~2008年最新高考试题
麻雀式解剖高考试题的最新命题技巧

破解高考试题
认识命题技术

规律方法

总结命题规律探究命题趋势
归纳复习解题记忆思维方法

掌握规律方法
以不变应万变

知识清单

全息式呈现高考所有的知识点能力点
习题化设计菜单式归类科学巧妙编排

夯实基础知识
重复巩固提高

三年模拟

淘金式精选2006~2008年优秀模拟试题
题组式优化设计大容量立体探究性测试

提升解题能力
培养敏锐题感

智力背景

全方位构建学生智力平台
创新式拓展学生知识视野

提高综合素质
培养学习兴趣

答案全解

规范解答试题 科学解析试题
点拨解题关键 警示解题误区

总结答题策略
学会规范答题

5年高考3年模拟 全面提升高考成绩

重奖举报盗版电话：010-63735353

诚聘英才作者 诚征优秀书稿

曲一线编辑部怀揣对教育事业的热爱，依靠对教育教学改革的敏锐把握，凭借经验丰富的教师团队，使《5年高考3年模拟》等书逐渐成为教辅市场的一面旗帜。为了不断进步，打造更实用更完美的图书品牌，曲一线诚邀全国高初中名师加盟，诚征高初中优秀教辅书稿。

加盟曲一线，真诚到永远！

凡加盟者可享受如下优惠：1 稿酬从优，结算及时。2 参编者一律颁发荣誉证书。3 参编者将免费获得曲一线提供的各种图书资料和培训机会。

来信请寄：北京市100176信箱09分箱 总编室收
邮编：100176 邮箱：bjexian@126.com

请在信封上注明“应聘作者”

请沿此虚线剪下寄回 

2009《5年高考3年模拟·大纲A版》读者反馈表

亲爱的读者：

您好！感谢您使用《5年高考3年模拟》系列丛书，感谢您对我们的大力支持！

为进一步提高图书质量，请您把使用过程中发现的不足和建议反馈给我们，我们将会认真对待您的每一条意见，并用心把书做得更好。作为真诚的回报，凡来信提出宝贵意见的读者，我们将赠送曲一线高考网站“超级会员卡”一张。

您的进步是我们的希望，您的成功是我们的欣慰。

来信请寄：北京市100176信箱09分箱 总编室收
邮编：100176 邮箱：bjexian@126.com

请在信封上注明“读者反馈”

| 姓名 | 电话 | 邮箱 | 科目 |
|------|----|----|----|
| 通信地址 | | | 邮编 |
| 错误记录 | | | |
| 主要不足 | | | |
| 主要优点 | | | |

轻轻地告诉你

Qingqing de gaosu ni

朋友，我正看着你呢，你也正看着我。

我不是一幅色彩缤纷、线条优美的画卷，也许不能让你感受生活的美妙、世界的神奇；

我不是一曲余音绕梁、三日不绝的仙乐，也许不能让你领悟高山的淳朴、流水的真挚。

我只是一行行前人的足迹，引领你登上书山的峰顶；

我只是一句句殷切的叮咛，提醒你拾起遗漏的点滴。

啊，朋友！

其实，我是一页页在久久期待，期待着能与你晤谈的文字。

我给予你的，是需要你辛勤劳作的土地。

我爱你，我对所有的学子充满敬意：你最辛苦，因此你也最美丽。

我爱你，你的勤奋、刻苦、拼搏、进取，将成为我永久的记忆。

我想对你说，拥抱明天，需要你学会做人、学会学习、学会生存，也需要你付出百倍努力，学会考试！

我想对你说，考试就意味着竞争，考试就意味着较量，考试就意味着选拔，考试就意味着优胜劣汰。

考试需要有健康的体魄和挺拔的心理，考试更需要有坚韧的毅力和顽强的斗志。

我想对你说，我可能有点丑陋，只是一本毫无表情的普普通通的书，但我的字里行间，流淌着无数老师的良苦，蕴蓄着无数专家学者的睿智。

五年高考 这是多少命题专家的心血啊，这是多少命题学者的汗滴。这是智慧的结晶，这是精心的设计，这是苦心的创作，这是优美的诗句。洞悉高考试题及命题规律就等于抓住了上帝的一只手，就等于揭开了上帝手中的谜底！

规律方法 这是许多应试专家的探究，这是许多一线老师的秘笈，这是每一位考生必须熟悉的最权威最准确的高考信息。达尔文说：“最有价值的知识是关于方法的知识。”掌握科学的复习方法吧，你将事半功倍，你将拥有制胜的利器！

知识清单 这是千万老教师的经验，这是无数成功者的累积。这是最系统的归纳，这是最科学的设计。将学科知识设计成习题，便于你在练习中实现对学科基本概念、基本知识的理解和记忆，实践证明，这是进行基础训练的最好方式。你要记死，不要死记。

Qingqing de gaosu ni

三年模拟 这是全国一线教师团结起来跟命题人的较量，是命题人不得不阅读的重要信息，也是命题人灵感的发源地。你要精心地去练习，探索个中就里。

智力背景 这是知识的拓展，这是能力的延伸，这是智慧的加油站，这是高考的动力臂。如果拥有这个支点，你将会拥有解决所有问题的妙计。

我想对你说，我正迫不及待地走向你。因为你拥有了我，我就拥有了你。你拥有了我，你就多了一份慰藉；我拥有了你，我就多了一份欣喜。

我想对你说，请把我介绍给所有认识你的人，你的成功，你的终生受益是我的唯一。

我想对你说，我虽不是什么“灵丹妙药”，但如果你掌握了我给你讲的应试技巧，你确能“妙手回春”。

我虽不是什么“金钥匙”，却能开启你通往理想王国的大门。

我虽不是什么“救生符”，却是你在短时间内走向成功的阶梯。

我想对你说，军号已经吹响，钢枪正需擦亮，高考正向你走来，东方已露出曙光。时间，不允许你再犹豫；空间，不允许你再逃避。

你和所有人一样都站在同一条起跑线上，既然，天才不常有，蠢材也罕见，既然，智慧就在你的脑袋里，那么，面对高考，你只有充满自信和乐观，决不能留下遗憾和叹息。

我想对你说，不再回头的，不只是那古老的辰光，也不只是那些个夜晚的群星和月亮，还有你的青春在流逝。青春，这是上帝赋予你的无限高贵的礼品，青春充满着力量、信心和希冀。

请把烦恼和无奈抛给昨天，面对挑战，无论是输是赢，你都须全身心地投入，向着既定的目标冲刺！

我想轻轻地告诉你，所有的人，都在祝福着你。

你向上看，上面写着，我永远祝福你；你向后看，后面写着，我永远祝福你。这一点毫不怀疑。

朋友，你正看着我呢，我也正看着你。

Contents

目录

| | | |
|------------|---|-------|
| 第一章 | 集合与简易逻辑 | (1) |
| | § 1.1 集合与集合运算 | (1) |
| | § 1.2 逻辑联结词与四种命题 | (5) |
| | § 1.3 充分条件与必要条件 | (10) |
| 第二章 | 函数 | (14) |
| | § 2.1 映射与函数 | (14) |
| | § 2.2 函数的解析式和定义域 | (18) |
| | § 2.3 函数的单调性 | (22) |
| | § 2.4 函数的奇偶性与周期性 | (27) |
| | § 2.5 反函数 | (32) |
| | § 2.6 二次函数 | (36) |
| | § 2.7 指数与指数函数 | (41) |
| | § 2.8 对数与对数函数 | (46) |
| | § 2.9 函数的图象 | (51) |
| | § 2.10 函数的值域与最值 | (57) |
| | § 2.11 函数的综合应用 | (62) |
| 第三章 | 数列 | (69) |
| | § 3.1 数列的概念 | (69) |
| | § 3.2 等差数列 | (74) |
| | § 3.3 等比数列 | (79) |
| | § 3.4 等差与等比数列的综合应用问题 | (84) |
| 第四章 | 三角函数 | (91) |
| | § 4.1 三角函数的概念、同角三角函数的关系、诱导公式 | (91) |
| | § 4.2 两角和与差、二倍角公式 | (97) |
| | § 4.3 三角函数的图象和性质 | (103) |
| | § 4.4 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质 | (109) |
| | § 4.5 三角函数的最值与综合应用 | (115) |
| 第五章 | 平面向量 | (122) |
| | § 5.1 向量、向量的加法与减法、实数与向量的积 | (122) |
| | § 5.2 向量的数量积及运算律 | (127) |
| | § 5.3 线段的定比分点与图形的平移 | (133) |
| | § 5.4 正弦定理、余弦定理、解斜三角形 | (138) |
| 第六章 | 不等式 | (144) |
| | § 6.1 不等式的概念和性质 | (144) |
| | § 6.2 不等式证明和均值不等式 | (149) |
| | § 6.3 不等式及不等式组的解法 | (154) |
| | § 6.4 不等式的综合应用 | (159) |

Contents

| | |
|---------------------------------|-------|
| 第七章 直线与圆 | (165) |
| § 7.1 直线方程和两直线的位置关系 | (165) |
| § 7.2 简单的线性规划 | (170) |
| § 7.3 圆的方程 | (175) |
| § 7.4 直线与圆的位置关系 | (179) |
| 第八章 圆锥曲线 | (184) |
| § 8.1 椭圆 | (184) |
| § 8.2 双曲线 | (191) |
| § 8.3 抛物线 | (197) |
| § 8.4 直线与圆锥曲线的位置关系 | (204) |
| § 8.5 轨迹方程 | (210) |
| § 8.6 圆锥曲线的综合问题 | (216) |
| 第九章 直线、平面、简单几何体 | (224) |
| § 9.1 空间两直线的位置关系 | (224) |
| § 9.2 直线与平面的位置关系 | (231) |
| § 9.3 两个平面的位置关系 | (239) |
| § 9.4 空间角 | (247) |
| § 9.5 空间距离 | (254) |
| § 9.6 球与多面体 | (262) |
| § 9.7 棱柱、棱锥综合应用 | (266) |
| § 9.8 空间向量及其应用 | (275) |
| 第十章 排列、组合、二项式定理、概率 | (283) |
| § 10.1 排列与组合 | (283) |
| § 10.2 二项式定理 | (289) |
| § 10.3 随机事件的概率 | (293) |
| § 10.4 互斥事件与相互独立事件的概率 | (298) |
| 第十一章 统计 | (305) |
| 第十二章 导数 | (312) |
| 答案全解全析 | (319) |

Contents

高考数学智力背景

| | | | |
|---------------|------|--------------|-------|
| 疯人数学家 | (1) | 实践能力 | (92) |
| 理发师悖论 | (2) | 模糊数学 | (98) |
| 数学能力 | (3) | 数学物理学 | (99) |
| 演绎推理 | (4) | 爱因斯坦的问题 | (100) |
| 思想方法和技巧 | (8) | 等周问题 | (104) |
| 系统论 | (9) | 比上帝还挑剔的人——泡利 | (105) |
| 奔跑的狗 | (10) | 有多少客人 | (107) |
| 拉姆赛理论 | (12) | 有你终生美丽 | (108) |
| 牵牛花的螺旋 | (13) | 破译密码的解剖刀 | (109) |
| 天才数学家阿贝尔 | (14) | 数学史上的一场论战 | (110) |
| 英国数学家维恩 | (15) | 希伯斯之死 | (112) |
| 归纳推理 | (16) | 移动圆盘的传说 | (113) |
| 直觉思维 | (21) | 领袖数学家 | (115) |
| 数学语言 | (27) | 数学家的缔造者 | (116) |
| 运算能力 | (29) | 创新意识 | (117) |
| 运算的合理性 | (30) | 高等代数 | (124) |
| 运算的准确性 | (34) | 数理语言学 | (125) |
| 运算的熟练性 | (37) | 小欧拉智改羊圈 | (126) |
| 运算的简捷性 | (40) | 检票问题 | (129) |
| 实变函数论 | (46) | 历史上的三次数学危机 | (131) |
| 计算数学 | (47) | 数学分支学科 | (133) |
| 华罗庚的退步解题方法 | (48) | 奈望林纳数学奖 | (134) |
| 决定泊松一生道路的数学趣题 | (49) | 外尔 | (135) |
| 三十六军官问题 | (50) | 数学思想方法 | (136) |
| 数学桥 | (51) | 函数与方程的思想 | (137) |
| 生死签 | (53) | 重要的例题和习题 | (145) |
| 上帝责怪我狂妄 | (54) | 信息论 | (146) |
| 梅森素数 | (55) | 借马分马 | (147) |
| 用于制作密码的素数 | (57) | 蜗牛爬树 | (151) |
| 消防 | (58) | 莱布尼兹 | (152) |
| 金无足赤 | (59) | 莱布尼兹的最大功绩 | (153) |
| 最瑰丽的几何图形 | (61) | 每四位点一逗号 | (154) |
| 菲尔兹奖 | (62) | 近代科学的始祖 | (155) |
| 第一位数学女教授 | (63) | 数形结合的思想 | (156) |
| 秃头悖论 | (65) | 重要的思想方法和技巧 | (162) |
| 斐波那契兔子问题 | (66) | 对策论 | (168) |
| 棋盘上的麦粒 | (67) | 数论 | (169) |
| 空间想象能力 | (68) | 巧算金字塔的高度 | (170) |
| 控制论的诞生 | (79) | 费马大定理 | (171) |
| 欧拉失明之后 | (83) | 用数学书写的人生格言 | (172) |
| 蚂蚁与橡皮绳悖论 | (85) | 德扎格 | (173) |
| 巧解“鸡兔同笼” | (86) | 怀尔斯 | (174) |
| 钉钉子 | (87) | 分类与整合的思想 | (175) |
| “虎!虎!虎!” | (88) | 重要的例题和习题 | (182) |
| 分子结构为正多面体 | (90) | 数学界的奇葩 | (183) |
| 六十进制的由来 | (91) | 欧拉趣题 | (188) |

Contents

| | | | |
|-----------------------|-------|-------------------------|-------|
| 百牛定理 | (191) | 截角正二十面体 | (260) |
| Konigsberg 七桥问题 | (192) | 组合数学 | (262) |
| 分数线的发明 | (194) | 特殊与一般的思想 | (264) |
| 有趣的素数 | (196) | 概率论 | (266) |
| 数学皇冠的明珠 | (199) | 现代系统博弈理论 | (267) |
| 蝴蝶效应 | (203) | 数学神童维纳的年龄 | (268) |
| 爱因斯坦与相对论 | (205) | 比丰投针问题 | (271) |
| 笔尖上的星球 | (206) | 维纳不识家 | (272) |
| 求职记 | (207) | 杨辉 | (273) |
| 笛卡儿的贡献 | (208) | 逻辑名题 | (274) |
| 欧几里得 | (209) | 《数书九章》 | (275) |
| 欧几里得的其他著作 | (210) | 华罗庚数学奖 | (276) |
| 欧氏几何与非欧几何 | (211) | 卡瓦列里 | (277) |
| 吴文俊 | (212) | 高斯墓碑 | (278) |
| 托勒密王与欧几里得 | (213) | 火车司机 | (279) |
| 《几何原本》的五大公设 | (214) | 逻辑学的用处 | (280) |
| 麦比乌斯带 | (215) | 美国的数学 | (281) |
| 化归与转化的思想 | (216) | 数学的三次危机 | (282) |
| 重要的思想方法和技巧 | (227) | 较晚出现的 0 | (284) |
| 拓扑学 | (229) | 21 世纪的开始应为 2001 年 | (286) |
| 图论 | (230) | 在网格里 0 分是“love” | (287) |
| 非欧几何的创立 | (231) | 为何用英语说大数不容易 | (288) |
| 数论应用于密码 | (235) | 许宝禄 | (289) |
| 突变理论 | (236) | 有限与无限的思想 | (290) |
| 计算发现了海王星 | (237) | 微分几何 | (297) |
| 百鸡问题 | (240) | 华人“菲尔兹奖”得主——丘成桐 | (298) |
| 球体填充问题 | (241) | 简单的方程 | (301) |
| 总统巧证勾股定理 | (242) | 孪生素数问题 | (302) |
| 动物中的数学“天才” | (245) | 第三者的心理障碍 | (303) |
| 逻辑名题——神奇的年龄 | (247) | 巴斯卡传奇 | (304) |
| 瑞士银行账户 | (248) | 拉普拉斯 | (305) |
| 药剂师的砝码 | (249) | 杨武之 | (306) |
| 陈省身数学奖 | (250) | 无穷大 | (307) |
| 陈建功 | (251) | 芝诺悖论——阿基里斯与乌龟 | (308) |
| 像呼吸一样研究数学 | (252) | 公鸡归纳法 | (309) |
| 《海岛算经》 | (253) | 或然与必然的思想 | (310) |
| 《孙子算经》 | (254) | 密码学 | (314) |
| 蜂巢断面为正六边形 | (255) | 对称密钥密码技术 | (315) |
| 开普勒的天体模型 | (257) | “四元数”的发现者 | (316) |
| C_{60} 的别名是足球 | (258) | 西尔维斯特问题 | (317) |
| 网格球顶 | (259) | 无穷与极限 | (318) |



第一章 集合与简易逻辑

§ 1.1 集合与集合运算

五年 高考



考题选析

[例1] (2008 上海春, 1, 4分) 已知集合 $A = \{x | x < -1$ 或 $2 \leq x < 3\}$, $B = \{x | -2 \leq x < 4\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

[答案] $\{x | x < 4\}$

[剖析] 本题考查集合的运算.

[解析] 由并集的意义结合数轴可得答案.

[例2] (2007 湖北文, 2, 5分) 如果 $U = \{x | x$ 是小于 9 的正整数 $\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 那么 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ 等于 _____.

A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{5, 6\}$ D. $\{7, 8\}$

[答案] D

[剖析] ①可以从公式 $\complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ 入手, 主要考查集合的运算.

②可以从文氏图入手解答形象直观.

[解析] 解法一: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

$\therefore (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U(A \cup B) = \{7, 8\}$. 故选 D.

解法二: 如图

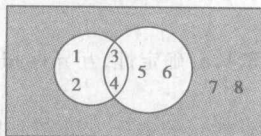


图 1.1-1

阴影部分即为 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$,

$\therefore (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{7, 8\}$.

[例3] (2006 山东, 1, 5分) 定义集合运算: $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为 _____.

A. 0 B. 6 C. 12 D. 18

[答案] D

[剖析] 计算 $A \odot B$ 的所有元素之和. 关键是理解 $A \odot B$

的定义, 抓住问题的本质, 便迎刃而解.

[解析] 由 $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$,
 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$.

当 $x=0$ 时, $z=0$;

当 $x=1, y=2$ 时, $z=2 \times 3 = 6$;

当 $x=1, y=3$ 时, $z=3 \times 4 = 12$.

$\therefore A \odot B = \{0, 6, 12\}$, 各元素之和为 18, 故选 D.

[例4] (2006 江苏, 7, 5分) 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 _____.

A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

[答案] A

[剖析] 本题主要考查集合的并集、交集运算及集合间的关系.

[解析] $\because B \subseteq (A \cup B), (B \cap C) \subseteq B$,
即 $(B \cap C) \subseteq B \subseteq (A \cup B)$, 而 $A \cup B = B \cap C$,

$\therefore A \cup B = B \cap C = B$, 于是 $A \subseteq B, B \subseteq C$.

$\therefore A \subseteq C$, 故选 A.



考题精练

一、选择题

1. (2007 全国 I, 1, 5分) 设 $S = \{x | 2x + 1 > 0\}$, $T = \{x | 3x - 5 < 0\}$, 则 $S \cap T$ 等于 _____.

A. \emptyset B. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$

C. $\left\{x \mid x > \frac{5}{3}\right\}$ D. $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{5}{3}\right\}$

2. (2007 全国 II 文, 2, 5分) 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $\complement_U(A \cup B)$ 等于 _____.

A. $\{2\}$ B. $\{3\}$ C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{1, 4\}$

3. (2005 上海, 14, 5分) 已知集合 $M = \{x | |x - 1| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$,

$P = \left\{x \mid \frac{5}{x+1} \geq 1, x \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 $M \cap P$ 等于 _____.

A. $\{x | 0 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$ B. $\{x | 0 \leq x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$

高考数学知识背景

痴人数学家 痴人数学家康托尔(1845~1918), 德国数学家, 集合论的创始人. 他引入了基数的概念, 定义了聚点、闭集、开集等概念. 他是维数理论的开拓者, 维数理论是点集理论的起源, 而点集理论又促使一般拓扑学的发展, 因此他为拓扑空间理论开辟了道路. 康托尔的老师克隆尼克、法国数学家彭加勒、德国数学家魏尔、康托尔的好友数学家施瓦兹等都强烈反对集合论, 攻击他、阻止他或同他断交, 使之在患了 34 年的精神病之后去世.



- C. $|x| - 1 \leq x \leq 0, x \in \mathbf{Z}$ D. $|x| - 1 \leq x < 0, x \in \mathbf{Z}$
4. (2005 湖北, 1, 5 分) 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P+Q = \{a+b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}, Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P+Q$ 中元素的个数是 ()
- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6
5. (2004 全国 III, 1, 5 分) 设集合 $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}, N = \{(x, y) | x^2 - y = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

6. (2006 上海, 1, 4 分) 已知集合 $A = \{-1, 3, m\}$, 集合 $B = \{3, 4\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

规律方法



考纲解读

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念;
2. 了解空集、全集的意义;
3. 掌握交集、并集、补集的有关术语和符号;
4. 理解集合、子集、真子集、空集、集合相等的概念;
5. 了解“属于”“不属于”的概念及其符号的运用;
6. 能区别“包含”“真包含”“不包含”等术语及其符号的不同涵义.



考点分布

五年高考考点分布统计

| 高考考点 | 试题分布 | 题型 | 分值 |
|------------|---------------|-----|-----|
| 集合关系 | 2006 江苏, 7 | 选择题 | 5 分 |
| | 2006 上海, 1 | 填空题 | 4 分 |
| 集合的交、并、补运算 | 2008 上海春, 1 | 填空题 | 4 分 |
| | 2007 全国 I, 1 | 选择题 | 5 分 |
| | 2007 全国 II, 2 | 选择题 | 5 分 |
| | 2007 湖北, 2 | 选择题 | 5 分 |
| | 2005 上海, 14 | 选择题 | 4 分 |
| | 2004 全国 II, 1 | 选择题 | 5 分 |
| 集合新定义运算 | 2006 山东, 1 | 选择题 | 5 分 |
| | 2007 福建, 8 | 填空题 | 4 分 |
| | 2005 湖北, 1 | 选择题 | 5 分 |



命题规律

纵观近五年的高考试题, 集合的运算是高考必考的内容,

7. (2003 上海春, 5) 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | x \geq a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
8. (2007 福建, 8, 4 分) 中学数学中存在许多关系, 比如“相等关系”、“平行关系”等等. 如果集合 A 中元素之间的一个关系“ \sim ”满足以下三个条件:
- (1) 自反性: 对于任意 $a \in A$, 都有 $a \sim a$;
 - (2) 对称性: 对于 $a, b \in A$, 若 $a \sim b$, 则有 $b \sim a$;
 - (3) 传递性: 对于 $a, b, c \in A$, 若 $a \sim b, b \sim c$, 则有 $a \sim c$.
- 则称“ \sim ”是集合 A 的一个等价关系. 例如: “数的相等”是等价关系, 而“直线的平行”不是等价关系(自反性不成立). 请你再列出两个等价关系: _____.

常以选择题和填空题的形式出现, 属于容易题. 另外以集合为背景, 定义新运算突出考查学生的能力应予以重视.



突破方法

一、学法指导

1. 集合的概念与“全体”的区别: 集合虽然也含有全体的意思, 但与通常所理解的全体是有区别的, 集合中的元素必须是确定的, 必须能判断任何一个对象是不是它的元素, 而全体则不一定能成为一个集合.
2. “ A 是 B 的子集”的理解, 意思是集合 A 中的任何一个元素都是 B 的元素, 但不能把 A 是 B 的子集解释成 A 是由 B 中部分元素组成的集合, 因为空集和 B 都是 B 的子集.
3. “且”和“或”这两个联结词的理解, “且”的意思与通常理解的“既是, 同时”是一样的, “或”的意思与通常所理解的“非此即彼”有区别, 它是两者可兼的.
4. 元素和集合的从属关系 (\in 属于, \notin 不属于); 集合与集合之间的包含关系, 如: $P \in A$ 与 $P \subseteq A$ 意义是不同的, 注意弄清 $A \subseteq B$ 与 $A \subset B, A \subseteq B$ 与 $A = B$ 的联系与区别.

二、解题指导

1. 集合中的元素具有确定性、互异性和无序性, 解题时应加以注意.
2. 对于用描述法表示的集合, 要准确把握集合中元素的属性, 认清集合中的元素表示什么, 首先看“ $\{ \}$ ”的左边元素的代表形式, 然后再看右边元素满足的性质, 这是认清集合的关键. 例如 $\{y | y = f(x)\}$ 是数集, 表示函数 $y = f(x)$ 的值域; $\{x | y = f(x)\}$ 表示数集, 表示 $y = f(x)$ 的定义域; $\{(x, y) | y = f(x)\}$ 是点集, 表示函数 $y = f(x)$ 的图象上的点集.
3. 集合问题多与函数、方程、不等式有关, 要注意各类知识的融会贯通.
4. 集合运算问题, 常常使用数形结合、韦恩图、数轴、分类整合等数学方法.

高考数学知识背景

理发师悖论 某村上的理发师声称, 他只给那些不给自己刮胡子的村上人刮胡子. 那么, 理发师给不给自己刮胡子呢? 如果他给自己刮, 按规定他不应当给自己刮; 如果他不给自己刮, 按规定他又应当给自己刮!

理发师悖论是 1901 年由罗素(B. A. W. Russell, 1872 ~ 1970) 提出的集合学悖论的通俗化翻版. 罗素悖论是一个相当深刻的难题, 它在当时的数学界掀起一场风波, 被称为“第三次数学危机”.

知识清单

常考点清单

一、集合的有关概念

1. 集合中元素的三个特性: _____、_____、_____.
2. 集合的表示方法有 _____、_____ 和图示法(即韦恩图法或文氏图法)三种.
3. 集合按元素个数可分为 _____ 集、_____ 集和空集 \emptyset . 空集是 _____ 元素的集合. 也可按元素的属性来分, 如数集、点集等.
4. 常用数集符号: \mathbf{N} 表示 _____ 集, \mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+ 表示 _____ 集, \mathbf{Z} 表示 _____ 集, \mathbf{Q} 表示 _____ 集, \mathbf{R} 表示 _____ 集.

二、元素与集合的关系

元素与集合的关系是 _____ 或 _____, 分别用符号 _____ 或 _____ 表示.

三、集合与集合的关系

1. 子集 集合 A 是集合 B 的子集, 记作: A _____ B 或 $A \subseteq B$, 其定义是: 集合 A 的 _____ 元素都是集合 B 的元素. 任何一个集合是它本身的子集.
2. 相等集合 集合 A 等于集合 B , 记作: A _____ B . 其定义是: 集合 A 的 _____ 元素都是集合 B 的元素且集合 B 的 _____ 元素都是集合 A 的元素. 即 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$. 两个相等的集合的元素完全相同.
3. 真子集 集合 A 是集合 B 的真子集, 记作: A _____ B 或 B _____ A , 其定义是: 集合 A 的任何一个元素都是集合 B

的元素, 且 _____, 即 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B \Leftrightarrow A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$).

四、集合与集合之间的运算

1. 交集 由 _____ 的元素组成的集合, 叫做集合 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B =$ _____.
2. 并集 由 _____ 的元素组成的集合, 叫做集合 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B =$ _____.
3. 补集 A 是集合 S 的一个子集, 由 _____ 的元素组成的集合叫做 A 的补集(或余集), 记作 $\complement_S A$, 即 $\complement_S A =$ _____.
4. 全集 如果集合 S 含有我们所研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可看作一个全集, 通常用 U 表示. 一切集合都是这个全集的子集.

五、常用结论

1. $A \cap A =$ _____, $A \cap \emptyset =$ _____, $A \cup A =$ _____, $A \cup \emptyset =$ _____, $A \cap \complement_U A =$ _____, $A \cup \complement_U A =$ _____, $\complement_U (\complement_U A) =$ _____.
2. $\complement_S (A \cup B) =$ _____, $\complement_S (A \cap B) =$ _____.
3. $A \cup B = A \Leftrightarrow A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A$.
4. (1) 若集合 A 中有 n ($n \in \mathbf{N}_+$) 个元素, 则 A 的子集有 _____ 个, 真子集有 _____ 个, 非空真子集有 _____ 个.
(2) 空集 \emptyset 是任何集合的 _____, 是任何非空集合的 _____. 在解题中要特别注意.

易错题清单

[例1] 设 $P = \{y | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y | y = 2 - |x|, x \in \mathbf{R}\}$, 求 $P \cap Q$.

[答案] $P \cap Q = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$

[解题思路] $\because P = \{y | y = x^2, x \in \mathbf{R}\} = [0, +\infty)$.

$Q = \{y | y = 2 - |x|, x \in \mathbf{R}\} = (-\infty, 2]$,

$\therefore P \cap Q = [0, 2]$.

[错因分析] 审题不慎引起错误.

由 $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2 - |x|, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases}$

$\therefore P \cap Q = \{(1, 1), (-1, 1)\}$.

本题常被误认为求两条曲线的交点而导致上述错误, 是由审题不慎引起的, 实际上 P, Q 均为函数的值域.

[例2] 设集合 $P = \{x - y, x + y, xy\}$, $Q = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2, 0\}$, 若 $P = Q$, 求 x, y 的值及集合 P, Q .

[答案] $\begin{cases} x = 0, \\ y = -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 0, \\ y = 1 \end{cases}$, $P = Q = \{1, -1, 0\}$.

[解题思路] $\because P = Q$ 且 $0 \in Q, \therefore 0 \in P$.

(1) 若 $x + y = 0$ 或 $x - y = 0$, 则 $x^2 - y^2 = 0$, 从而 $Q = \{x^2 +$

$y^2, 0, 0\}$ 与集合中元素互异性矛盾,

$\therefore x + y \neq 0, x - y \neq 0$.

(2) 若 $xy = 0$, 则 $x = 0$ 或 $y = 0$.

当 $y = 0$ 时, $P = \{x, x, 0\}$ 与集合中元素互异性矛盾.

$\therefore x = 0$ 时, $P = \{-y, y, 0\}, Q = \{y^2, -y^2, 0\}$.

由 $P = Q, y = 1$ 或 $y = -1$,

$\therefore \begin{cases} x = 0, \\ y = -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 0, \\ y = 1 \end{cases}$, 此时 $P = Q = \{1, -1, 0\}$.

[错因分析] 在考查集合之间的关系时, 易忽视集合中元素的性质——互异性而导致错解.

[例3] 已知两个集合 A 与 B , 集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, 集合 $B = \{x | 2a < x < a + 3\}$, 且满足 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

[答案] $a \in (-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$

[解题思路] 由已知得 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$,

又由 $A \cap B = \emptyset$,

①若 $B = \emptyset$, 则 $2a \geq a + 3$, 即 $a \geq 3$;

高考数学能力解读

数学能力

《考试大纲》的数学科部分规定, 数学科考试着重考查思维能力、运算能力、空间想象能力、实践能力和创新意识.

思维能力: 表现为会对问题或资料进行观察、比较、分析、综合、抽象与概括, 会用类比、归纳和演绎进行推理, 能合乎逻辑地、准确地进行表述. 数学是一门思维的科学, 思维能力是数学学科能力的核心. 数学思维能力是以数学知识为素材, 通过空间想象、直觉猜想、归纳抽象、符号表示、运算求解、演绎证明和模式构建等诸方面, 对客观事物中的空间形式、数量关系和数学模式进行思考和判断, 形成和发展理性思维, 构成数学能力的主体.