



2010 知识树考研

全国硕士研究生入学统一考试

考研数学

数学三

10年真题点评

✧ 文登培训学校策划 ✧

陈文灯 / 主 编

陈启浩 / 副主编

立足真题 把握规律

名师亲笔 点评独到

附赠真题线路图 考点一目了然



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



2010 知识树考研

全国硕士研究生入学统一考试

考研数学

数学三

10年真题点评

陈文灯 / 主 编
陈启浩 / 副主编



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

数学 10 年真题点评. 3/陈文灯主编. —2 版. —北京:
北京理工大学出版社, 2009. 3 重印
(知识树考研)
ISBN 978 - 7 - 5640 - 0713 - 3

I. 数... II. 陈... III. 高等数学 - 研究生 - 入学
考试 - 自学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 024488 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京国马印刷厂

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 12

字 数 / 290 千字

版 次 / 2008 年 3 月第 2 版 2009 年 3 月第 10 次印刷

定 价 / 19.80 元

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

一年一度的硕士研究生入学统一考试已经举行了十几届,积累了近百份数学试卷,这既是众多命题专家智慧和劳动的结晶,也是广大考研学子的宝贵财富。

历届的考研真题,除其内容外,还包含诸多有价值的信息,例如试题的形式、涵盖面、难度及试题所蕴涵的规律性。为了使考生在考研真题中汲取更多知识、掌握更多解题方法,我们将 2000—2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学试题作了精心的解析,编写成《考研数学·10 年真题点评》系列丛书,奉献给广大考研朋友,书中对每道真题通过“分析”、“详解”和“评注”三部分进行点评。在“分析”中用简明的语言给出解题思路;在“详解”中用简捷、新颖的方法给出详细解答;在“评注”中强调与真题有关的知识点及题解中使用的技巧。

我们希望读者在使用本书时,不要輕易地翻阅真题的解答,只有当百思不得其解时才查阅解答;而且每做完一道真题,应回过头来仔细阅读书中有关这道真题的分析、详解和评注,进行比对和总结。如果能如此下功夫做完最近十年的数学考研真题,读完全书,我们深信读者在考研数学的基本概念和基本理论的理解上,在计算方法和计算技巧的掌握上都将获得一个飞跃,而且在解题能力和应考水平上也将有一个较大幅度的提高,从而更加从容地面对研究生入学考试。

这套系列丛书自去年问世以来,深得广大考研学子的喜爱。今年在此基础上,作了认真的修订,增加了新的内容(如增加了考题路线图),使得它更适合广大考研朋友复习时使用。

由于成书时间仓促,书中疏漏之处在所难免,恳请广大读者和同仁指正。

编 者

2009 年 2 月

近 10 年考题路线图

(2000 年—2009 年)

注:一(1),2003 表示 2003 年第一大题第 1 小题,其中一() ,二() 为客观题,其他为解答题。此外,本表中删除了大纲中不要求的内容。

第一部分 微积分

(10 年考题总数:122 题,总分值:688 分。占三部分题量之比重:50%;占三部分分值之比重:52%)

第一章 函数、极限、连续

(10 年考题总数:27 题,总分值:128 分。占第一部分题量之比重:22%;占第一部分分值之比重:19%)

题型 1 求 1^∞ 型极限(一(1),2002)

题型 2 求 $0/0$ 型极限(三,2002;二(9),2009)

题型 3 求 $0 \cdot \infty$ 有界量型极限(二(11),2007)

题型 4 求 $\infty - \infty$ 型极限(三(15),2004;三(15),2005)

题型 5 求 $\infty \cdot 0$ 型极限(一(1),2005;三(15),2008)

题型 6 函数性质(奇偶性,周期性,单调性,有界性)的判定(二(2),2001;二(7),2004;二(11),2005)

题型 7 无穷小的比较或确定无穷小的阶(一(1),2007;一(2),2009)

题型 8 数列极限存在的判定或证明或求解(一(1),2006)

题型 9 函数极限存在的判定或证明或求解(二(1),2000;三(15),2006)

题型 10 函数连续性的讨论或证明或逆问题(一(1),2003;三,2003;二(8),2004;二(9),2008)

题型 11 函数间断点的判定或证明(二(1),2003;一(1),2008;一(1),2009)

题型 12 极限中常数的确定(四,2001;一(1),2004;二(8),2006)

题型 13 与极限的定理(介值定理,保号性,单调有界等)相关的命题(二(11),2004)

第二章 一元函数微分学

(10 年考题总数:28 题,总分值:163 分。占第一部分题量之比重:23%;占第一部分分值之比重:24%)

题型 1 与导数或微分的概念和性质相关的命题(二(7),2006;一(2),2007)

- 题型 2 函数(含分段函数)在某点可导或不可导的判定(二(2),2000)
- 题型 3 求复合函数的导数或微分(一(2),2006)
- 题型 4 函数极值或最值的判定或求解(六(2),2003;二(10),2005)
- 题型 5 函数拐点或凹凸性的判定或求解(三(17),2007)
- 题型 6 求一元函数的高阶导数(二(12),2007)
- 题型 7 函数在某一区间至少存在一点或两点使某一式子成立的判定或证明(八,2000;七,2001;二(1),2002;八,2002;八,2003;三(19),2007;三(18),2009)
- 题型 8 函数不等式或文字不等式的证明(三(19),2005;三(17),2006)
- 题型 9 求一元函数在一点的切线方程或法线方程(一(2),2003;三(18(I)),2006)
- 题型 10 微分学在经济中的应用题(一(1),2001;三(18),2004;一(5),2007;二(12),2009)
- 题型 11 求曲线的渐近线(一(6),2007)
- 题型 12 与函数图形(单调区间,极值,拐点,渐近线等)相关的命题(六,2000;二(1),2001;二(9),2004)
- 题型 13 方程的根的判定或证明(二(7),2005)

第三章 一元函数积分学

(10年考题总数:15题,总分值:83分。占第一部分题量之比重:12%;占第一部分分值之比重:12%)

- 题型 1 求不定积分或原函数(五,2002;三(16),2009)
- 题型 2 已知函数图形,判定原函数图形(一(4),2009)
- 题型 3 定积分的计算(一(3),2004;二(10),2008)
- 题型 4 定积分的比较(一(3),2007)
- 题型 5 定积分等式或不等式的判定或证明(三(17),2004;一(5),2005;三(18),2008;一(3),2009)
- 题型 6 求反常积分(一(2),2000)
- 题型 7 求平面图形的面积(六,2001;三(18(II)),2006;一(2),2008)
- 题型 8 求平面图形绕坐标轴的旋转体的体积(六,2002)

第四章 多元函数微积分学

(10年考题总数:29题,总分值:176分。占第一部分题量之比重:24%;占第一部分分值之比重:26%)

- 题型 1 多元函数在一点偏导存在的判定(一(3),2008)
- 题型 2 求多元复合函数的偏导,全导或全微分(一(1),2000;三,2001;四,2002;四,2003;一(2),2004;一(3),2005;三(16),2005;一(3),2006;二(13),2007;一(4),2008;三(16),2008;二(10),2009)
- 题型 3 多元函数极值的判定或求解或应用(五,2000;二(2),2003;二(11),2006;三(15),2009)
- 题型 4 二重积分的计算(四,2000;五,2001;一(3),2003;五,2003;三(16),2004;三(17),2006;三(18),2007;二(11),2008;三(17),2008;三(17),2009)
- 题型 5 二重积分更换积分次序(一(2),2002;一(4),2007)

第五章 无穷级数

(10年考题总数:13题,总分值:78分。占第一部分题量之比重:11%;占第一部分分值之比重:11%)

- 题型1 无穷级数敛散性的判定(二(3),2003;二(10),2004;二(9),2005;二(9),2006)
- 题型2 求无穷级数的和(七,2000;八,2001;六(1),2003)
- 题型3 求函数的幂级数展开,求幂级数的收敛域或收敛半径或和函数(二(2),2002;三(18),2005;三(19),2006;三(20),2007;二(11),2009)
- 题型4 无穷级数在经济中的应用(三(19),2008)

第六章 常微分方程与差分方程

(10年考题总数:10题,总分值:60分。占第一部分题量之比重:8%;占第一部分分值之比重:9%)

- 题型1 与线性微分方程解的性质和结构相关的命题(二(10),2006)
- 题型2 求一阶齐次或可化为齐次微分方程的通解或特解(二(14),2007)
- 题型3 求一阶线性微分方程的通解或特解(七,2003;三(19),2004;一(2),2005;二(12),2008)
- 题型4 求二阶齐次线性微分方程的通解或特解(三,2000;七,2002)
- 题型5 求一阶差分方程的通解(一(2),2001)
- 题型6 通过求导建立微分方程求解函数表达式或曲线方程(三(19),2009)

第二部分 线性代数

(10年考题总数:59题,总分值:327分。占三部分题量之比重:25%;占三部分分值之比重:25%)

第一章 行列式

(10年考题总数:3题,总分值:11分。占第二部分题量之比重:5%;占第二部分分值之比重:3%)

- 题型 求矩阵的行列式(一(3),2000;一(4),2006;二(13),2008)

第二章 矩阵

(10年考题总数:15题,总分值:62分。占第二部分题量之比重:25%;占第二部分分值之比重:19%)

- 题型1 与矩阵的逆相关的计算、判定或证明(一(4),2003;一(5),2008)
- 题型2 矩阵的运算(三(21(I)),2005;三(21(II)),2008)
- 题型3 矩阵的幂的计算(三(21(III)),2006)
- 题型4 与伴随矩阵相关的计算或证明(二(4),2003;二(12),2005;一(5),2009)
- 题型5 与矩阵的秩相关的计算、判定或证明(一(3),2001,二(15),2007)

题型 6 与初等矩阵或初等变换相关的命题(二(3), 2001; 二(13), 2006; 一(6), 2009)

题型 7 两个矩阵关系(等价、相似或合同等)的判定(二(12), 2004; 一(8), 2007)

第三章 向量

(10 年考题总数: 11 题, 总分值: 67 分。占第二部分题量之比重: 19%; 占第二部分分值之比重: 20%)

题型 1 向量组线性相关性的判断或证明(二(5), 2003; 二(12), 2006; 一(7), 2007; 三(21(I)), 2008; 三(20(II)), 2009)

题型 2 根据向量的线性相关性求参数(一(3), 2001; 一(4), 2005; 二(13), 2005)

题型 3 讨论含参变量的向量的线性表出(九, 2000; 三(20), 2004; 三(20), 2006)

第四章 线性方程组

(10 年考题总数: 12 题, 总分值: 82 分。占第二部分题量之比重: 20%; 占第二部分分值之比重: 25%)

题型 1 与解的判定、性质和结构相关的命题的判定或证明(二(4), 2000; 二(4), 2001; 九(1), 2001; 二(4), 2002; 二(13), 2004)

题型 2 线性方程组的通解的计算或判定(二(4), 2000; 三(20(I)), 2009)

题型 3 讨论含参数的线性方程组的解(九, 2002; 九, 2003; 三(20), 2005; 三(21), 2007; 三(20), 2008)

第五章 矩阵的特征值和特征向量

(10 年考题总数: 9 题, 总分值: 52 分。占第二部分题量之比重: 15%; 占第二部分分值之比重: 16%)

题型 1 求矩阵的特征值或特征向量(十(1), 2002; 三(21(I)), 2004; 三(21(I)), 2006; 三(22), 2007; 三(21(I)), 2009)

题型 2 利用矩阵的特征值或特征向量, 反求矩阵的表达式()

题型 3 矩阵对角化的判定或证明或对角阵的求解(九(2), 2001; 三(21(II)), 2004; 三(21(II)), 2006)

题型 4 相似矩阵的判定或逆问题(二(13), 2009)

第六章 二次型

(10 年考题总数: 9 题, 总分值: 53 分。占第二部分题量之比重: 15%; 占第二部分分值之比重: 16%)

题型 1 求化实二次型为标准二次型的正交变换或正交矩阵(十(2), 2003)

题型 2 已知一二次型的特征值, 求二次型中的参数(十(1), 2003)

题型 3 求二次型的秩(一(4), 2004)

题型 4 矩阵正定的判定或证明(十, 2000; 十(2), 2002; 三(21(II)), 2005)

题型 5 与二次型规范型相关的命题(十, 2001; 三(21(II)), 2009)

题型 6 矩阵合同的判定或求解(一(6), 2008)

第三部分 概率论与数理统计

(10年考题总数:59题,总分值:313分。占三部分题量之比重:25%;占三部分分值之比重:23%)

第一章 随机事件和概率

(10年考题总数:5题,总分值:19分。占第三部分题量之比重:8%;占第三部分分值之比重:6%)

题型1 求随机事件的概率(一(5),2004;一(5),2005;一(9),2007)

题型2 随机事件的关系运算(二(5),2000;一(7),2009)

第二章 随机变量及其分布

(10年考题总数:6题,总分值:37分。占第三部分题量之比重:10%;占第三部分分值之比重:12%)

题型1 求一维随机变量函数的分布(十二,2002;十一,2003;三(22(I)),2006)

题型2 与一维随机变量概念、性质相关的命题(一(4),2000;二(14),2006)

题型3 已知分布,求概率(二(14),2008)

第三章 二维随机变量及其分布

(10年考题总数:23题,总分值:126分。占第三部分题量之比重:39%;占第三部分分值之比重:40%)

题型1 求二维离散型随机变量的联合分布律或分布函数或边缘概率分布(十一(1),2002;三(22(I)),2004;一(6),2005;三(23(II)),2009)

题型2 求二维连续型随机变量的分布或分布密度或边缘密度函数(三(22(I)),2005)

题型3 两个或多个随机变量的独立性或相关性的判定或证明(十二,2000;二(6),2003)

题型4 求二维随机变量的条件概率或条件密度函数(一(10),2007;三(22(I)),2008;三(22),2009;三(23(I)),2009)

题型5 求两个随机变量的函数的概率分布或概率密度或在某一区域的概率(十二,2001;十二,2003;三(22(III)),2004;一(5),2006;三(22(III)),2006;二(16),2007;三(23),2007;一(7),2008;三(22(II)),2008;一(8),2009)

第四章 随机变量的数字特征

(10年考题总数:8题,总分值:29分。占第三部分题量之比重:14%;占第三部分分值之比重:9%)

题型1 求一维随机变量函数的数字特征(一(5),2000)

题型2 求二维随机变量或函数的数字特征(十一(2),2002)

题型3 求两个随机变量的协方差或相关系数(二(5),2001;一(4),2002;一(5),2003;三(22(II)),2004;三(22(II)),2006;一(8),2008)

第五章 大数定律和中心极限定理

(10 年考题总数:3 题,总分值:15 分。占第三部分题量之比重:5%;占第三部分分值之比重:5%)

题型 1 估计概率的值(一(4),2001)

题型 2 与中心极限定理相关的命题(十一,2001;一(6),2003)

第六章 数理统计

(10 年考题总数:14 题,总分值:87 分。占第三部分题量之比重:24%;占第三部分分值之比重:28%)

题型 1 分位数的求解(二(14),2004)

题型 2 求参数的矩估计或最大似然估计(一(5),2002;三(23),2004;三(23),2006;三(24(I)),2007)

题型 3 统计量的分布的求解或判定或证明(一(5),2001;二(5),2002;二(14),2005)

题型 4 求统计量的数字特征(十一(1),2000;一(6),2004;三(23),2005;一(6),2006;三(23),2008;二(14),2009)

目 录

近 10 年考题路线图(2000—2009 年)	I
--------------------------------	---

近 10 年真题集

2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	1
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	5
2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	8
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	11
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	14
2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	17
2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	21
2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	24
2001 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	27
2000 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	30

近 10 年真题分析、详解及评注

2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	33
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	46
2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	57
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	73
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	86
2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	101
2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	115
2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	127
2001 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	139
2000 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题分析、详解及评注	151
附 录 研究生入学考试中常见问题解析	164

2009 年全国硕士研究生入学统一考试 数学三试题

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 函数 $f(x) = \frac{x-x^3}{\sin \pi x}$ 的可去间断点的个数为

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 无穷多个.

【 】

(2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1 - bx)$ 为等价无穷小, 则

- (A) $a = 1, b = -\frac{1}{6}$. (B) $a = 1, b = \frac{1}{6}$.
(C) $a = -1, b = -\frac{1}{6}$. (D) $a = -1, b = \frac{1}{6}$.

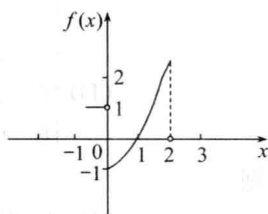
【 】

(3) 使不等式 $\int_1^x \frac{\sin t}{t} dt > \ln x$ 成立的 x 的范围是

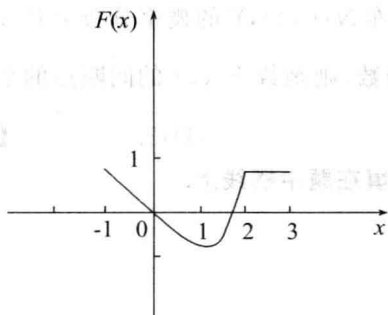
- (A) $(0, 1)$. (B) $(1, \frac{\pi}{2})$. (C) $(\frac{\pi}{2}, \pi)$. (D) $(\pi, +\infty)$.

【 】

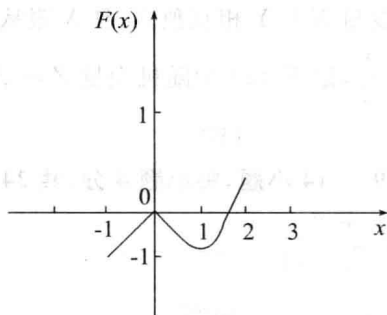
(4) 设函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的图形为



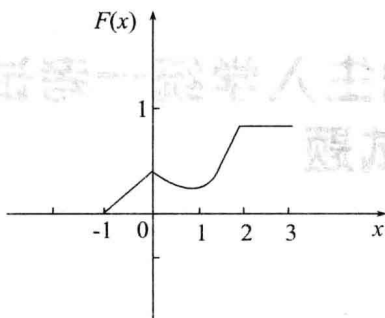
则 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 的图形为



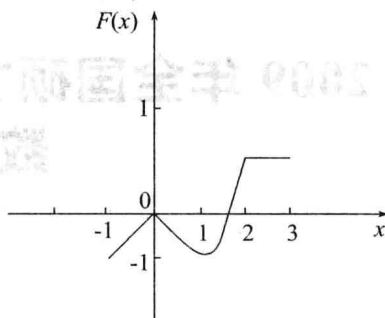
(A)



(B)



(C)



(D)

【 】
(5) 设 A, B 均为 2 阶矩阵, A^*, B^* 分别为 A, B 的伴随矩阵, 若 $|A| = 2, |B| = 3$, 则分块矩阵 $\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵为

(A) $\begin{pmatrix} O & 3B^* \\ 2A^* & O \end{pmatrix}$.

(B) $\begin{pmatrix} O & 2B^* \\ 3A^* & O \end{pmatrix}$.

(C) $\begin{pmatrix} O & 3A^* \\ 2B^* & O \end{pmatrix}$.

(D) $\begin{pmatrix} O & 2A^* \\ 3B^* & O \end{pmatrix}$.

【 】
(6) 设 A, P 均为 3 阶矩阵, P^T 为 P 的转置矩阵, 且 $P^T A P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. 若 $P = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), Q = (\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2, \alpha_3)$, 则 $Q^T A Q$ 为

(A) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(C) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(7) 设事件 A 与事件 B 互不相容, 则

(A) $P(\overline{A} \overline{B}) = 0$.

(B) $P(AB) = P(A)P(B)$.

(C) $P(A) = 1 - P(B)$.

(D) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1$.

【 】
(8) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 X 服从标准正态分布 $N(0, 1)$, Y 的概率分布为 $P\{Y = 0\} = P\{Y = 1\} = \frac{1}{2}$, 记 $F_Z(z)$ 为随机变量 $Z = XY$ 的分布函数, 则函数 $F_Z(z)$ 的间断点的个数为

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - e^{\cos x}}{\sqrt[3]{1+x^2} - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(10) 设 $z = (x + e^y)^x$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,0)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(11) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n - (-1)^n}{n^2} x^n$ 的收敛半径为 _____.

(12) 设某产品的需求函数为 $Q = Q(p)$, 其对价格 p 的弹性 $\epsilon_p = 0.2$, 则当需求量为 10 000 件时, 价格增加一元会使产品收益增加 _____ 元.

(13) 设 $\alpha = (1, 1, 1)^T$, $\beta = (1, 0, k)^T$. 若矩阵 $\alpha\beta^T$ 相似于 $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $k =$ _____.

(14) 设 $X_1, X_2, \dots, X_m$ 为来自二项分布总体 $B(n, p)$ 的简单随机样本, $\bar{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差. 设 $T = \bar{X} - S^2$, 则 $ET =$ _____.

三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 9 分)

求二元函数 $f(x, y) = x^2(2 + y^2) + y \ln y$ 的极值.

(16) (本题满分 10 分)

计算不定积分 $\int \ln\left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{x}}\right) dx \ (x > 0)$.

(17) (本题满分 10 分)

计算二重积分 $\iint_D (x - y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2, y \geq x\}$.

(18) (本题满分 11 分)

(I) 证明拉格朗日中值定理: 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$;

(II) 证明: 若函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 在 $(0, \delta)$ ($\delta > 0$) 内可导, 且

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = A$, 则 $f'_+(0)$ 存在, 且 $f'_+(0) = A$.

(19) (本题满分 10 分)

设曲线 $y = f(x)$, 其中 $f(x)$ 是可导函数, 且 $f(x) > 0$. 已知曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = 0, x = 1$ 及 $x = t$ ($t > 1$) 所围成的曲边梯形绕 x 轴旋转一周所得的立体体积值是该曲边梯形面积值的 πt 倍, 求该曲线的方程.

(20) (本题满分 11 分)

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 \end{bmatrix}$, $\xi_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$,

(I) 求满足 $A\xi_2 = \xi_1$, $A^2\xi_3 = \xi_1$ 的所有向量 ξ_2, ξ_3 ;

(II) 对 (I) 中的任意向量 ξ_2, ξ_3 证明 ξ_1, ξ_2, ξ_3 无关.

(21) (本题满分 11 分)

设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = ax_1^2 + ax_2^2 + (a - 1)x_3^2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$,

(I) 求二次型 f 的矩阵的所有特征值;

(II) 若二次型 f 的规范型为 $y_1^2 + y_2^2$, 求 a 的值.

(22) (本题满分 11 分)

设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 < y < x \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

(I) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$;

(II) 求条件概率 $P\{X \leq 1 | Y \leq 1\}$.

(23) (本题满分 11 分)

袋中有 1 个红球, 2 个黑球与 3 个白球, 现有放回地从袋中取两次, 每次取一个球. 以 X, Y, Z 分别表示两次取球所取得的红球、黑球与白球的个数.

(I) 求 $P\{X=1 | Z=0\}$;

(II) 求二维随机变量 (X, Y) 的概率分布.

2008 年全国硕士研究生入学统一考试 数学三试题

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内。

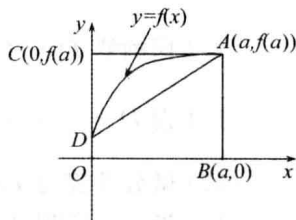
(1) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上连续,则 $x = 0$ 是函数 $g(x) = \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$ 的

- (A) 跳跃间断点. (B) 可去间断点.
(C) 无穷间断点. (D) 振荡间断点.

【 】

(2) 如图,曲线段的方程为 $y = f(x)$,函数 $f(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上有连续的导数,则定积分 $\int_0^a x f'(x) dx$ 等于

- (A) 曲边梯形 $ABOD$ 的面积. (B) 梯形 $ABOD$ 的面积.
(C) 曲边三角形 ACD 的面积. (D) 三角形 ACD 的面积.



【 】

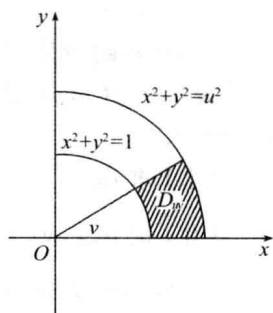
(3) 已知 $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2+y^4}}$, 则函数在原点偏导数存在的情况是

- (A) $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$ 都存在. (B) $f'_x(0, 0)$ 不存在, $f'_y(0, 0)$ 存在.
(C) $f'_x(0, 0)$ 存在, $f'_y(0, 0)$ 不存在. (D) $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$ 都不存在.

【 】

(4) 设函数 f 连续,若 $F(u, v) = \iint_{D_{uv}} \frac{f(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$, 其中区域 D_{uv} 为图中阴影部分,则 $\frac{\partial F}{\partial u} =$

- (A) $vf(u^2)$. (B) $vf(u)$.
(C) $\frac{v}{u}f(u^2)$. (D) $\frac{v}{u}f(u)$.



【 】

(5) 设 A 为 n 阶非零矩阵, E 为 n 阶单位矩阵,若 $A^3 = O$, 则

- (A) $E - A$ 不可逆, $E + A$ 不可逆. (B) $E - A$ 不可逆, $E + A$ 可逆.
(C) $E - A$ 可逆, $E + A$ 可逆. (D) $E - A$ 可逆, $E + A$ 不可逆.

【 】

(6) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, 则实数域上与 A 合同的矩阵是

- (A) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

5