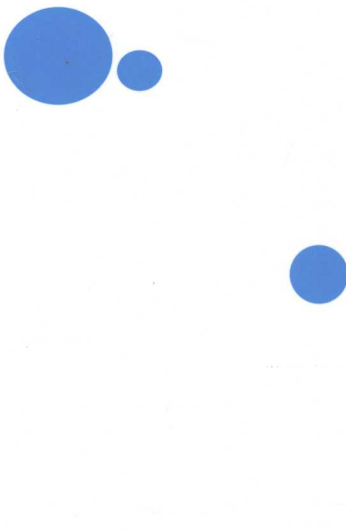




Daxue Wuli Shiyan  
**大学物理实验**

---

主 编/孙孟乐  
副主编/赵春华 马占营 陈白生



武汉理工大学出版社

WUHAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书是根据教育部《理工科大学物理实验课程教学基本要求》编写而成的。全书共分八章，主要内容包括：力学、热学、电磁学、光学、原子物理学、近代物理学、计算机在物理实验中的应用等。本书可作为理工科大学物理实验课程的教学用书，也可供从事物理实验工作的工程技术人员参考。

# 大学物理实验

主 编 孙孟乐

副主编 赵春华 马占营 陈白生

武汉理工大学出版社

## 内 容 简 介

本书的主要内容有测量误差及数据处理基础、物理实验的基本方法和物理实验的基本知识;介绍了力学、热学、电磁学、光学、近代物理实验共 24 个。实验原理清晰、简明,实验内容与要求明确、扼要。

本书可作为高职高专工科各专业物理实验教材,也可作为理科非物理专业的物理实验用书。

大学物理实验

孙孟乐 编 主

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/孙孟乐编. —武汉:武汉理工大学出版社,2005

ISBN 7-5629-2305-1

I. 大… II. 孙… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. O.86

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 098875 号

出版发行:武汉理工大学出版社(武汉市珞狮路 122 号 邮政编码:430070)

印 刷 者:湖北地矿印业有限公司

经 销 者:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16

印 张:9.25

字 数:225 千字

版 次:2005 年 8 月第 1 版

印 次:2005 年 8 月第 1 次印刷

印 数:0001—5000 册

定 价:15.00 元

(本书如有印装质量问题,请向承印厂调换)

## 前 言

物理实验是工程专科学子必修的一门重要基础实验课程。作为工程专科实践教学的基础和先导,该课程的主要任务是让学生学习掌握实验的基本理论和基本方法,使学生受到从事工程技术所必需的基本功训练,初步培养学生分析实际问题、解决实际问题的能力,为后续的实验、实习课奠定良好的基础。

本书是根据原国家教育委员会颁发的高等工程专科《物理实验课程教学基本要求》,在多年教学实践的基础上,参考并吸收了各兄弟院校物理实验的精华而编写的。

全书分7章,共24个实验。第1章为绪论,主要介绍物理实验的地位、任务以及实验的程序和要求;第2章系统地介绍了误差理论、有效数字和数据处理的基本方法等内容;第3章主要介绍了物理实验的基本方法和操作技术等,第4章至第7章选编了力学、热学、电磁学、光学、近代物理等24个实验,每章前面部分对本章所用的基本仪器和注意事项作了介绍。书末附录给出了有关的物理常数和常用数表。

在编写本书的过程中,我们力求做到:从选题、内容叙述到仪器设备的选用等,都立足于当前学校实验室的条件和学生的实际水平;在实验项目的叙述上,实验原理清晰、简明,实验内容与要求明确、扼要,贯彻了少而精的原则;在实验技能的训练上,采取循序渐进、逐步提高的方式,起点低终点高,着眼于学生基本功的掌握和动手能力的培养。

本书由孙孟乐任主编,赵春华、马占营、陈白生任副主编。编写分工为:孙孟乐第4章,第5章第9节,第6章第3节,第7章第1节、第3节;赵春华第1章,第2章,第7章第2节、第4节;马占营第6章第2节,第7章第5~7节,附录;陈白生第3章,第5章第1~5节;陈林峰第5章第6~8节;韩东峰第6章第1节、第4~5节,全书由孙孟乐统稿,白旭灿主审。

在本书的出版过程中,得到了洛阳工业高等专科学校的大力支持,同时,一些兄弟院校的教材也为本书的编写提供了很好的借鉴,对此一并表示衷心感谢。

由于编写时间仓促,编者水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,敬请读者不吝赐教。

编 者

2005年6月

# 目 录

|     |                 |      |
|-----|-----------------|------|
| 1   | 绪论              | (1)  |
| 1.1 | 物理实验课的地位和任务     | (1)  |
| 1.2 | 物理实验课的程序和要求     | (1)  |
| 2   | 测量误差及数据处理       | (4)  |
| 2.1 | 测量与误差的基本概念      | (4)  |
| 2.2 | 直接测量结果与随机误差的估计  | (7)  |
| 2.3 | 间接测量结果的表示和误差的估计 | (9)  |
| 2.4 | 有效数字及其表示        | (11) |
| 2.5 | 数据处理的基本方法       | (13) |
| 3   | 物理实验方法和操作初步     | (18) |
| 3.1 | 物理实验的基本方法       | (18) |
| 3.2 | 物理实验的基本调整与操作技术  | (21) |
| 4   | 力、热学实验          | (23) |
| 4.1 | 力、热学实验基本仪器和量具   | (23) |
| 4.2 | 固体和液体密度的测定      | (28) |
| 4.3 | 测量金属丝的杨氏弹性模量    | (30) |
| 4.4 | 气垫导轨的使用         | (33) |
| 4.5 | 用三线摆测物体的转动惯量    | (38) |
| 4.6 | 弦线上波的传播规律       | (42) |
| 4.7 | 液体表面张力系数的测定     | (45) |
| 5   | 电磁学实验           | (49) |
| 5.1 | 电磁学实验常识         | (49) |
| 5.2 | 电磁学实验操作规程       | (53) |
| 5.3 | 电桥测电阻           | (54) |
| 5.4 | 热敏电阻温度系数的测定     | (60) |
| 5.5 | 示波器的原理和使用       | (62) |
| 5.6 | 电位差计校验毫安表       | (68) |
| 5.7 | 简易万用表的组装        | (73) |
| 5.8 | 静电场的描绘          | (76) |
| 5.9 | 冲击电流计测磁感应强度     | (79) |
| 6   | 光学实验            | (85) |
| 6.1 | 光学实验常识          | (85) |

|       |                        |       |
|-------|------------------------|-------|
| 6.2   | 薄透镜焦距的测定               | (87)  |
| 6.3   | 等厚干涉                   | (90)  |
| 6.4   | 分光计的调整和使用              | (96)  |
| 6.5   | 光栅的衍射                  | (101) |
| 7     | 近代物理及综合性实验             | (106) |
| 7.1   | 迈克尔逊干涉仪的调整与使用          | (106) |
| 7.2   | 密立根油滴实验                | (111) |
| 7.3   | 光电效应与普朗克常数的测定          | (115) |
| 7.4   | 光学全息照相                 | (120) |
| 7.5   | 声速的测定                  | (123) |
| 7.6   | 太阳能电池特性的研究             | (127) |
| 7.7   | 混合法测定比热容               | (131) |
| 附录    | 常用数表及常数                | (136) |
| 附表 1  | 基本物理常数                 | (136) |
| 附表 2  | 国际单位制                  | (137) |
| 附表 3  | 在标准大气压下不同温度的水的密度       | (138) |
| 附表 4  | 在 20℃ 时常用固体和液体材料的密度    | (138) |
| 附表 5  | 在 20℃ 时与空气接触的液体的表面张力系数 | (139) |
| 附表 6  | 在不同温度下与空气接触的水的表面张力系数   | (139) |
| 附表 7  | 在 20℃ 时某些金属的弹性模量(杨氏模量) | (140) |
| 附表 8  | 某些金属或合金的电阻率及其温度系数      | (140) |
| 附表 9  | 在常温下某些物质相对于空气的光的折射率    | (141) |
| 附表 10 | 常用光源的谱线波长表             | (141) |
| 附表 11 | 不同温度时干燥空气中的声速          | (142) |
| 附表 12 | 几种物质的比热容               | (142) |

# 1 绪 论

绪论是物理实验课程的第一章，主要介绍物理实验的目的、意义、任务、方法和要求。

物理实验是科学理论的重要基础，是工程技术人员必须具备的基本技能。通过物理实验，可以加深对物理理论的理解，培养科学思维和实验能力。

## 1.1 物理实验课的地位和任务

科学实验是科学理论的源泉，是工程技术的基础。科学研究的一切成果都是理论与实验紧密结合的结晶。同时，要把科研成果应用到实际生产和生活中去造福人类，还要克服种种技术上的困难，做大量的科学实验工作。所以，我们说科学实验是人们认识自然的基本手段，是检验理论正确与否的标准及改造客观世界的有力武器。随着科学技术的发展，科学实验的内容越来越丰富，实验的范围越来越广泛，实验手段不断更新，对实验精度的要求也越来越高。为此，作为一名德、智、体全面发展的学生和未来的工程技术人员，不仅要学好本专业的理论知识，同时还要具备一定的科学实验素质及能力，才能够适应科学技术飞速发展的需要，成为国家建设的栋梁之材。

大学物理实验课是对学生进行科学实验基本训练的一门独立的实验课程，是工科学生进入大学后在实验方面受到系统训练的开端，是后继实验课程的基础，也是在大学里学习或从事科学实验的开端。同时，在培养科学工作者的良好素质及科学世界观方面，物理实验也起着潜移默化的作用，因此，学好物理实验对于高等工科学校的学生是十分重要的。

本课程的主要任务是：

在实验思想、实验方法、实验技能和数据处理方面对学生进行训练，培养学生独立研究问题和解决问题的能力。

(1) 掌握实验的物理思想及其理论依据。

(2) 掌握物理实验中的基本实验方法、操作技术及基本测量仪器的原理、调整和使用方法。

(3) 学会正确记录和处理数据，分析实验结果，并能按照要求撰写实验报告。

(4) 初步掌握、自行设计和完成不太复杂的实验任务的基本步骤及方法。

通过对实验现象的观察、物理量的测量和分析，加深对物理学基本概念、规律和理论的理解。

培养和提高学生的科学实验素质，要求学生具有理论联系实际的学习方法、实事求是的科学态度、严谨踏实的工作作风、遵守纪律和团结协作、爱护公物的优良品德。

## 1.2 物理实验课的程序和要求

物理实验是在教师指导下由学生独立进行的课程。整个实验程序可分为三个阶段：实验准备、实验过程和实验报告。

### 1.2.1 实验准备

课前必须做好预习,写出预习报告。预习时重点解决三个问题:

(1)要明确实验目的。明确该实验最终是要获得什么结果,并依此通过课前阅读实验教材及有关资料,了解达到此目的过程中应注意和掌握的关键问题。

(2)要了解实验原理。了解该实验理论和实验方法的依据、各物理量的含义及其之间的关系。

(3)要清楚实验步骤。在熟悉实验原理和方法的基础上,必须清楚如何去做。这里包括用什么仪器和方法进行测量,各仪器、仪表的规格,安装、调整和使用的关键步骤及注意事项;测量的先后次序,记录数据的表格等。

### 1.2.2 实验过程

实验时首先要清点仪器,然后按照确定的实验步骤,严肃认真地进行实验。一般来说,实验过程是按以下三个步骤进行的。

(1)仪器的调整和熟悉。使用仪器进行测量时,必须满足仪器的正常工作条件,同时要熟悉仪器的使用方法。不耐心、细致地去调整仪器和熟悉仪器,而忙于进行测量,这是初学者最易出现的问题。实际上,仪器的调整和熟悉也是学习实验的一个重要方面。

使用仪器测量时,必须按操作规程进行,在不明确操作规程及注意事项时,千万不要动用仪器。以下列举几点注意事项,实验时应参照执行:

- ① 安排仪器时,应尽量做到便于操作观察和读数。
- ② 灵敏度较高的仪器(如物理天平、灵敏检流计等)不进行测量时应使仪器处于制动状态。
- ③ 拧动仪器的旋钮或转动部分时动作要平稳,不要用力过猛。
- ④ 注意仪器的零点,使用前要进行调零或记下修正量。
- ⑤ 砝码、透镜、光学镜头、表面镀膜反射镜等器件,为了保持其测量精确度和光洁,不许用手去摸,更不允许随使用布去擦。
- ⑥ 停表、温度计、放大镜等小件仪器,在用完之后要放到规定的盒中。
- ⑦ 使用电学仪器时要注意电源及仪器的极性、额定电压、额定电流、量程等,在连接好电路后,需经教师检查,待允许后方可接通电路。
- ⑧ 不要随便动用其他实验小组的仪器或互换仪器,仪器有问题时要及时向教师报告。
- ⑨ 实验后要将仪器整理、恢复到实验前的状态。

(2)观测。在明确了实验内容、步骤,并能正确使用仪器之后,可以进行正式观测。对实验中只要求观察的内容,要进行认真、反复的观察,注意实验的条件和现象,对要求测量的实验也应先进行定性的观察,然后再开始测量。

(3)记录。实验记录是以后计算与分析问题的依据,在实际工作中则是宝贵的资料,记录应记在专用的记录本或纸上。对于记录应注意以下几个方面:

- ① 记录的内容包括日期、时间、合作者、所用仪器、必要的环境条件、简图、原始数据、有关的现象、随时发现的问题。
- ② 原始数据。它是指从仪器上直接读出的未经任何运算的数值。

③ 观测时,对随时观察到的有关现象、发现的问题及读取的数据要立即进行记录,这样可以减少差错。

④ 除有明确理由,肯定某一数据有错误而不予记录外,其他数据(包括有疑问的)一律记录。对有疑问的数据可作上标记,但对任何已记录的数据,无论是否“错误”一律不得涂改(因为当时认为可能是“错误”的数据有时经过比较后竟是对的)。出现异常数据时,应增加测量次数。

⑤ 在作完全部记录后,自己应先认真检查一遍记录结果,如发现问题,应重做有关内容(这对培养自己严肃、认真、负责的工作作风是很有益处的)。然后,经教师检查合格,签字后方可整理仪器,结束实验。

### 1.2.3 实验报告

实验课后应及时处理实验数据,根据要求写出实验报告。实验报告是学生实验成果的文字总结,要用简单明了的形式将实验结果完整而又真实地表达出来。写报告时要求内容简明扼要,字迹清楚,文字通顺,图表规范,数据完备和结论明确。

其内容应包括:

① 实验名称。

② 实验目的。

③ 使用仪器。

④ 实验原理。简述有关物理内容(包括电路图、光路图)及测量中依据的主要公式,式中各量的物理含义及单位,公式成立所应满足的实验条件等。

⑤ 实验步骤。根据实际的实验过程写明实验步骤和有关注意事项。

⑥ 数据表格与数据处理。记录中应有仪器编号、规格及完整的实验数据。写出数据处理的主要过程、图线及最后结果与误差分析。

⑦ 讨论和思考(包括回答复习思考题)。内容不限,可以是实验中现象的分析,对实验关键问题的研究体会,实验的收获和建议,对实验结论及误差原因的分析等等。

此外,在撰写实验报告时还应注意如下原则:

① 实验报告是通过实验所取得成果的正规文字报告,应体现出实验者的工作、收获和体会。

② 实验报告的内容自始至终要统一完整,特别是目的、原理和结论要前呼后应、和谐一致,即原理是为实现实验目的提供理论根据,而结论则是说明目的达到的程度。

实验报告的内容自始至终要统一完整,特别是目的、原理和结论要前呼后应、和谐一致,即原理是为实现实验目的提供理论根据,而结论则是说明目的达到的程度。实验报告的内容自始至终要统一完整,特别是目的、原理和结论要前呼后应、和谐一致,即原理是为实现实验目的提供理论根据,而结论则是说明目的达到的程度。

## 2 测量误差及数据处理

本章主要介绍测量误差估计、实验数据处理和实验结果表示等方面的初步知识,作为进入实验前的准备。这些知识不仅在每一个物理实验中都要用到,而且是今后从事科学实验必须了解和掌握的。但是,由于这部分内容涉及面很广,深入地讨论它已超出了本课程的范围。所以,本章只对一些必须用到的概念、公式、结论作初步的介绍,以满足后面教学的需要。

### 2.1 测量与误差的基本概念

#### 2.1.1 测量

进行物理实验时,不仅要定性地观察物理现象变化的过程,而且要用物理的方法定量地研究各种物理规律,因此就要定量地测量出有关物理量的大小。为了进行测量,必须规定一些标准的测量单位:如规定质量的单位为“千克”;长度的单位为“米”;时间的单位为“秒”;电流强度的单位为“安培”等。一般来讲,测量是人们通过特定的工具和方法从客观事物中获取数量概念的认识过程。具体地说:测量就是借助于量具和仪器将被测量与选作为标准测量单位的物理量进行比较的过程。

实验中测量分为两类:一类是用计量仪器和待测量直接进行比较就可获得测量结果的测量,称为直接测量,相应的物理量称为直接测得量。另一类是需依据待测量和几个直接测得量的函数关系求出待测量的测量,称为间接测量,相应的物理量称为间接测得量。

需要注意的是:一个物理量到底是直接测得量还是间接测得量,要由具体的实验过程来确定,而不是一成不变的。

#### 2.1.2 真值与误差

任何物质自身具有各种各样的特性,反映这些特性的物理量是客观存在的。在一定条件下,具有不以人的意志为转移的客观真实数值。我们把一个待测物理量客观上所具有的真实数值称为真值。

测量的目的是要获得待测量的真值。但是,通过有限的实验手段能否获得真值呢?实践证明:测量结果都有误差,并且自始至终存在于一切科学实验和测量过程中。因为任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力等,都不能做到绝对严密,所以待测量的测量值和待测量的真值也不能完全相同,它们之间总会存在或多或少的差异,被测量的测量值  $N$  与真值  $N_0$  之差值称为测量误差,又称绝对误差,用  $\Delta N$  表示,即

$$\Delta N = N - N_0 \quad (2.1)$$

绝对误差不同于误差的绝对值,它可正可负。当为正时,称为正误差,反之则为负误差。绝对误差不仅反映了测量值偏离真值的大小,也反映了偏离的方向。绝对误差的大小与测

量所依据的方法、理论及经历的时间有关。一般来说,测量所依据的理论、方法越繁琐,所用的仪器装置越复杂,经历的时间越长,引入测量误差的机会和可能就越多。绝对误差与测量值有相同的单位。

绝对误差与真值之比称为相对误差,相对误差  $E$  常用百分数表示,即

$$E = \frac{\Delta N}{N_0} \times 100\% \quad (2.2)$$

显然,相对误差是没有单位的。

注意:被测量的真值  $N_0$  是一个理想的值,一般来说是无法知道的。因此,绝对误差和相对误差一般不能准确求得。在实际测量中,常用理论值、国际计量大会通过的公认值或高一级的“标准”仪器的测量值来代替真值。

在测量误差必然存在的情况下,测量的任务是:

- (1) 设法将测量值中的误差减至所要求的范围之内。
- (2) 求出同一测量条件下,多次测量得到的待测量的最近真值(最佳值)。
- (3) 估计最近真值的标准偏差及测量结果的可信程度。

因此,为了得到较满意的实验结果,我们必须研究误差的性质和来源,并有针对性地采取适当的措施。

### 2.1.3 误差的种类

根据误差的性质、来源以及对测量结果的影响,误差可分为系统误差和随机误差两类,在测量结果中这两类误差是混杂在一起出现的,但必须分别讨论其规律,从而设法减小误差。

#### 2.1.3.1 系统误差

在相同条件下,对同一物理量进行多次测量,误差的大小和符号始终保持恒定或按一定的规律变化,这类误差称为系统误差。它是由于偏离测量条件或测量方法不完善等因素引入的按某种确定规律出现的测量误差。

产生系统误差有以下几个方面的原因:

(1) 仪器误差。由于所用仪器、量具本身构造上的不完善或没有规定的条件下使用而引起的误差。例如:天平两臂不等长、仪器的刻度不准确、仪器的零点没有校准等。

(2) 方法误差。由于实验方法不完善或这种方法所依据的理论本身具有近似性等原因所引入的误差。例如:用天平称质量时忽略了空气浮力的影响;测电阻时未考虑电表内阻的影响;用单摆周期公式  $T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}}$  测重力加速度时,摆角没有趋于零等。

(3) 环境误差。由于外界环境条件变化所引入的误差。如温度、压力、电磁场等没有达到预计的情况或发生变化等。环境性质的变化不仅会影响仪器的工作条件和各测量量之间的关系,甚至会影响被测量量本身。

(4) 人为误差。由于观测者本身生理和心理特点及个人的习惯偏向而造成的误差。例如,由于个人分辨能力的高低,固有习惯使读数始终偏大或偏小,由于个人反应速度的不同使测量某一物理量时的操作总是有超前或滞后的趋势。

系统误差的出现一般都有较明确的原因和确定的规律,发现和减小实验中的系统误差

是一个艰难的任务,需要对整个实验所依据的原理、方法、测量步骤、所用仪器等可能引入误差的因素——进行分析。对测量条件和过程的分析是发现系统误差的基本方法。在分析和加以确定的基础上,可以通过对仪器的准确校准、改进实验装置和实验方法,或对测量结果进行理论上的修正,使系统误差加以消除或减小。一个实验结果是否正确,往往在于系统误差是否已被发现并予以消除。因此,对系统误差不能轻易放过。

### 2.1.3.2 随机误差

随机误差是在对同一被测量量的多次测量过程中,绝对值与符号以不可预知的方式变化着的测量误差。

这种误差是实验中各种因素的随机微小变动性所引起的。如实验装置和测量机构在每次调整操作上的变动性、测量仪器的指示数值的变动性及观测者本人在判断和估读上的变动性等,这些因素的共同影响均能使测量值围绕着测量的平均值发生涨落变化,这些变化就是各次测量的随机误差。随机误差的出现,就某一观测值来说是没有规律的,其大小和方向都是不能预知的,但对一个物理量进行多次测量时,只要测量次数足够多,随机误差的出现将服从一定的统计规律,即:

- (1) 比真值大或比真值小的测量值出现的机会相等。
- (2) 误差较小的测量值比误差较大的测量值出现的机会多。
- (3) 绝对值很大的误差出现的几率近于零。

这一规律在测量次数越多时表现得越明显,这就是最典型的统计分布规律——正态分布规律。

由此可知,通过增加测量次数,以各次测量的算术平均值作为测量结果时可以减小随机误差。但应该注意的是,测量次数的增加虽然对提高算术平均值的可靠性是有利的,但不是测量次数越多越好。因为测量次数太多必定要延长测量时间,这给保持稳定的测量条件增加了困难,反而会引起较大的误差。另外,增加测量次数只能对降低随机误差有利,而与系统误差的减小无关,所以实际测量次数不必过多。一般科学研究中取 10~20 次,而在物理实验中取 5~10 次。

应该指出,在实际测量中,由于测量是用仪器和量具进行的,而仪器或量具本身也不是理想的,使用时也会带来测量误差。除存在系统误差和随机误差外,还存在仪器误差。仪器误差是指在正确使用仪器的条件下,测量所得结果的最大误差限。任何仪器都存在误差,通常说仪器的精确度高,是指使用该仪器进行测量时测量值的误差较小,而仪器的灵敏度高是指由于测量量的微小变化将引起示值的较大变化。二者之间存在着内在的联系。

仪器误差也包含系统误差和随机误差两个部分,究竟哪个因素为主,要具体分析。一般级别较高的仪器主要是随机误差,级别较低的仪器或工业仪表则主要是系统误差。

物理实验中所遇到的多数仪器都是由厂家或计量机构参照国家标准给出了精确等级或允许误差范围。一般可直接查出或根据仪表级别、量程等算出。为简化处理,我们约定,在本书中,仪器误差一般取仪表、器具的示值误差限或基本误差限。

### 2.1.4 测量结果的评价

在对测量结果进行评价时常常用到精密度、正确度和准确度三个概念,它们的含义分别为:

**精密度。**是指在对被测量进行重复测量时所得结果之间的相互接近程度,反映了测量结果中的随机误差的大小。测量结果精密度高说明其测量数据比较集中,随机误差小。

**正确度。**是指测量结果接近真值的程度,反映了测量结果中的系统误差的大小,测量结果的正确度高说明其测量数据的平均值偏离真值较小,系统误差小。

**准确度。**是综合反映测量结果中系统误差与随机误差的大小程度,若测量结果既精密又正确,则说明其随机误差与系统误差都小,测量结果的准确度高。

在图 2.1 中我们以射击打靶的结果与测量结果进行类比,说明三者的意义和区别。

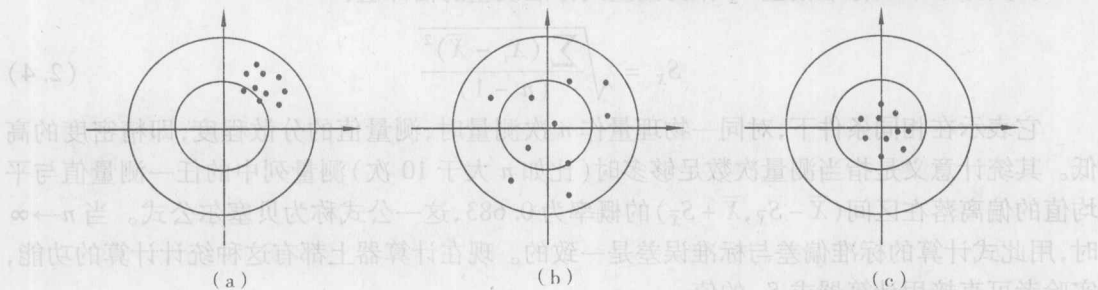


图 2.1 测量结果与打靶结果的类比

(a) 精密度高; (b) 正确度高; (c) 准确度高

## 2.2 直接测量结果与随机误差的估计

在测量过程中,一般系统误差和随机误差是共同存在的,但由上面的介绍可知,系统误差可以通过采取措施加以减小或消除。因此,在以下讨论中,我们假定没有系统误差存在,只存在随机误差。

### 2.2.1 以多次测量值的平均值代表测量结果

由于测量中误差总是存在的,因而真值只是一个理想化的概念,而且对于某一待测量进行多次测量的测量数值也不会完全一样。那么怎样最好地表示测量结果,使它最合理地代表真值呢?常用的方法是在测量条件不变的情况下,以多次测量结果的算术平均值作为测量的结果。计算公式为

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.3)$$

其中  $n$  为多次测量的次数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为各次测量值。

根据误差的统计理论,在没有系统误差的前提下,对于  $n$  次测量的数据,测量值的算术平均值最接近真值,尤其是当  $n \rightarrow \infty$  时,  $\bar{X}$  将无限接近真值。我们把它称为最近真值或最佳值,作为多次测量的结果。

### 2.2.2 多次测量结果的随机误差估计

由于真值不能确定,所以测量结果的误差也只能估计。对随机误差作估计的方法有很多种,科学实验中常用标准偏差来估计测量结果的随机误差。

### 2.2.2.1 残差

若以多次测量的平均值表示测量结果,则每一个测量值  $X_i$  与平均值之差称为残差。即

$$\Delta X_i = X_i - \bar{X}$$

显然,残差有正、有负、有大、有小,常用“方均根”法对它们进行统计,得到的结果就是多次测量的标准偏差。

### 2.2.2.2 测量列的标准偏差

在实际中常以标准偏差  $S_x$  作为测量列标准误差的估计值:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}} \quad (2.4)$$

它表示在相同条件下,对同一物理量作  $n$  次测量时,测量值的分散程度,即精密度的高低。其统计意义是指当测量次数足够多时(比如  $n$  大于 10 次)测量列中的任一测量值与平均值的偏离落在区间  $(\bar{X} - S_x, \bar{X} + S_x)$  的概率为 0.683,这一公式称为贝塞尔公式。当  $n \rightarrow \infty$  时,用此式计算的标准偏差与标准误差是一致的。现在计算器上都有这种统计计算的功能,实验者可直接用计算器求  $S_x$  的值。

### 2.2.2.3 算术平均值的标准偏差

在实际中常以平均值的标准偏差来作为平均值的标准误差的估计值。算术平均值的标准偏差为

$$S_{\bar{X}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}} \quad (2.5)$$

其统计意义为:待测物理量落在区间  $(\bar{X} - S_{\bar{X}}, \bar{X} + S_{\bar{X}})$  的概率为 0.683;落在区间  $(\bar{X} - 2S_{\bar{X}}, \bar{X} + 2S_{\bar{X}})$  的概率为 0.954;落在区间  $(\bar{X} - 3S_{\bar{X}}, \bar{X} + 3S_{\bar{X}})$  的概率为 0.997。

## 2.2.3 直接测量结果的误差表示

### 2.2.3.1 单次直接测量结果的误差表示

在某些物理实验中,由于实验条件的限制只对被测量进行一次测量,此时的测量结果可以表示为

$$X = X_0 \pm \delta \quad (2.6)$$

式 2.6 中,  $X_0$  是对已经确定系统误差分量(即绝对值和符号都确定的已可估算出来的误差分量)进行修正后的单次测量值,为根据实际情况合理估计出的最大(极限)误差。在一般情况下,可按仪器说明书或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的最大误差  $\delta$ 。

### 2.2.3.2 多次直接测量结果的误差表示

对待测物理量进行多次直接测量时,其测量结果可表示为

$$X = X_0 \pm \delta_{\bar{X}} \quad (2.7)$$

式 2.7 中,  $X_0$  是对已经确定系统误差分量(即绝对值和符号都确定的已可估算出来的误差分量)进行修正后的多次直接测量结果的平均值;  $S_{\bar{X}}$  表示多次直接测量结果的算术平均值的标准偏差。

### 2.2.3.3 测量结果的完整表示

数据处理中,一个完整的测量结果必须表示成下列形式

$$X = X_0 \pm \delta_{\bar{X}} (\text{或 } \delta)$$

$$E = \frac{S_{\bar{X}} (\text{或 } \delta)}{X_0} \times 100\% \quad (2.8)$$

## 2.3 间接测量结果的表示和误差的估计

多数物理实验要求获得间接测量结果,而间接测量结果是由若干个直接测量值按照一定的函数关系(测量公式)计算出来的。由于每一个直接测量量都存在误差,所以间接测量结果也必然存在误差,通常称之为误差传递。

### 2.3.1 间接测量量的最佳值

设间接测量值  $N$  与若干个相互独立的直接测量量  $X, Y, Z, \dots$  之间有函数关系

$$N = f(X, Y, Z, \dots) \quad (2.9)$$

则间接测量量的最佳值  $\bar{N}$  为

$$\bar{N} = f(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}, \dots) \quad (2.10)$$

式 2.10 中  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}, \dots$  为各直接测量量的最佳值。若某一直接测量为单次测量,则以单次直接测量值代入计算。

由于间接测量结果是由各相互独立的直接测量结果按式(2.10)计算出来的,所以各直接测量的标准偏差最后必然影响到间接测量结果,使其也具有相应的标准偏差  $S_{\bar{N}}$ 。

### 2.3.2 间接测量结果的误差表示

设式(2.10)中各相互独立的直接测量量的算术平均值的标准偏差分别为  $S_{\bar{X}}, S_{\bar{Y}}, S_{\bar{Z}}, \dots$ , 则间接测量结果的算术平均值的标准偏差可按以下两式来简化计算。

$$S_{\bar{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_{\bar{X}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 S_{\bar{Y}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 S_{\bar{Z}}^2 + \dots} \quad (2.11)$$

$$\frac{S_{\bar{N}}}{\bar{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 S_{\bar{X}}^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 S_{\bar{Y}}^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 S_{\bar{Z}}^2 + \dots} \quad (2.12)$$

式(2.11)适用于和差形式的函数,式(2.12)适用于积商形式的函数。

可以看出,算术平均值的标准偏差计算公式与数学中的全微分公式基本相同,不同之处是要用标准偏差  $S_{\bar{X}}$  代替微分  $dx$  等,以及要考虑到标准偏差的统计性质。

在一些简单的测量问题中,对于初学者也可以采用绝对值合成的方法,即:

$$S_{\bar{N}} = \left| \frac{\partial f}{\partial x} S_{\bar{X}} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} S_{\bar{Y}} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial z} S_{\bar{Z}} \right| + \dots \quad (2.13)$$

$$\frac{S_{\bar{N}}}{\bar{N}} = \left| \frac{\partial \ln f}{\partial x} S_{\bar{X}} \right| + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial y} S_{\bar{Y}} \right| + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial z} S_{\bar{Z}} \right| + \dots \quad (2.14)$$

这种合成方法所得的结果一般偏大,与实际的合成情况可能有较大出入,是一种较简单、粗略的处理方法,适合初学者或进行误差估算时使用。在科学实验中一般都采用方和根合成的方法来估算间接测量结果的标准偏差。

例:已知一圆柱体的质量  $M = 26.04 \pm 0.01\text{g}$ , 高度  $H = 7.385 \pm 0.005\text{cm}$ , 用千分尺测得

直径  $D$  的数据如表 2.1, 求圆柱体的密度  $\rho$  及  $S_{\bar{\rho}}$ 。

表 2.1

| 次数 $i$         | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $D(\text{cm})$ | 0.7322 | 0.7328 | 0.7323 | 0.7320 | 0.7329 | 0.7326 |

解: (1) 计算直径  $D$  的测量结果

求直径  $D$  的算术平均值

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i = 0.73246 \cdots (\text{cm})$$

求算术平均值的标准偏差

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{(n-1)}} = 0.0003559 \cdots (\text{cm})$$

(直接按计算器统计功能中的  $S$  键可得到  $S_D$ )

$$S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{n}} = 0.0001453 \cdots (\text{cm})$$

因标准偏差只取一位, 且采用进位法, 故  $S_{\bar{D}}$  取成  $0.0002 \text{cm}$ 。测量结果为

$$D = \bar{D} \pm S_{\bar{D}} = 0.7325 \pm 0.0002 (\text{cm})$$

(2) 求圆柱体的密度

$$\bar{\rho} = \frac{4\bar{M}}{\pi \bar{D}^2 \bar{H}} = \frac{4 \times 26.04}{\pi \times 0.7325^2 \times 7.385} = 8.3673 \cdots (\text{g/cm}^3)$$

(3) 求密度的相对误差

由于其函数关系为积商形式, 所以先算  $S_{\bar{\rho}}/\bar{\rho}$  较方便。

$$\ln \rho = \ln \frac{4}{\pi} + \ln M - 2 \ln D - \ln H$$

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial M} = \frac{1}{M}, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial D} = -\frac{2}{D}, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial H} = -\frac{1}{H}$$

所以, 由式(2.12)有

$$\begin{aligned} E = \frac{S_{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial M}\right)^2 S_M^2 + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial D}\right)^2 S_D^2 + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial H}\right)^2 S_H^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{S_M}{M}\right)^2 + \left(2 \frac{S_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{S_H}{H}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.01}{26.04}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.0002}{0.7325}\right)^2 + \left(\frac{0.005}{7.385}\right)^2} = 0.00095 \end{aligned}$$

因相对误差取两位数, 且采用进位法, 故  $E$  取成  $0.1\%$ 。

$$S_{\bar{\rho}} = \bar{\rho} \cdot \frac{S_{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} = 8.3673 \cdots \times 0.0009508 \cdots = 0.007956 \cdots (\text{g/cm}^3)$$

因标准偏差只取一位, 且采用进位法, 故  $S_{\bar{\rho}}$  取成  $0.008 \text{g/cm}^3$ 。

(4) 测量结果为

$$\rho = \bar{\rho} \pm S_{\bar{\rho}} = 8.367 \pm 0.008 (\text{g/cm}^3)$$

$$E = 0.1\%$$

若采用式(2.14)合成有:

$$\begin{aligned} E &= \frac{S_{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} = \left| \frac{S_{\bar{M}}}{\bar{M}} \right| + \left| 2 \frac{S_{\bar{D}}}{\bar{D}} \right| + \left| \frac{S_{\bar{H}}}{\bar{H}} \right| \\ &= \left| \frac{0.01}{26.4} \right| + \left| \frac{2 \times 0.0002}{0.7325} \right| + \left| \frac{0.005}{7.385} \right| \\ &= 0.001607 \cdots \\ S_{\bar{\rho}} &= \bar{\rho} \cdot \frac{S_{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} = 8.3673 \times 0.001607 = 0.013446 \cdots (\text{g/cm}^3) \end{aligned}$$

按要求将测量结果表示为:

$$\begin{aligned} \rho &= \bar{\rho} \pm S_{\bar{\rho}} = 8.37 \pm 0.02 (\text{g/cm}^3) \\ E &= 0.17\% \end{aligned}$$

## 2.4 有效数字及其表示

有效数字及其表示方法是在数字取舍、数字读取、数字运算及表示过程中用到的一种方法和工具。熟练地掌握有效数字及其运算规则是普通实验课程的基本要求之一,也为将来科学实验的数据处理打下必要的基础。

### 2.4.1 测量结果的有效数字

任何一个物理量的测量结果都有误差,那么一个被测物理量的数值就不能随意取位书写,而应根据仪器误差或实验结果的标准偏差来确定,使其能够正确地反映出被测量值的准确度。

例1:用300mm长的毫米分度的钢尺(仪器误差为 $\delta_{\text{仪}}=0.3\text{mm}$ )测量某物体的长度,正确的读法是:除确切地读出钢尺上有刻度线的位数之外,还应估读出仪器误差所在位,即读到0.1mm,比如测出该物体的长度为12.4mm,这表明12是准确数字,而最后的4是估读数字(存疑数字)。如以该尺测出物体的长度正好是12mm整,则应该记作12.0mm,而不能记作12mm。

例2:如根据长度和直径的测量值由计算器算出圆柱体体积为 $6158.3201\text{mm}^3$ ;  $S_{\bar{V}}=4\text{mm}^3$ 。由于平均值的标准偏差为 $4\text{mm}^3$ ,可以看出,第四位数字8已是不准确的,它后面的四位数3201没有意义。所以圆柱体体积的间接测量值应记作 $6158 \pm 4\text{mm}^3$ ,6158四位数字的前三位数字是准确数字,后面一位是存疑数字。

由以上两例可知,有效数字由准确数字和一位存疑数字构成。上面两例中,12.4为三位有效数字,6158为四位有效数字。

### 2.4.2 关于有效数字的几点说明

(1)有效数字的位数可直接反映实验测量的准确度,测量的准确度越高,测量结果的有效数字位数越多,相对误差的数量级越小。

例:用不同精度的量具测同一物体的厚度 $d$ 时:

用钢尺测量: $d=6.2\text{mm}$ ,仪器误差 $\delta_{\text{仪}}=0.3\text{mm}$ , $E=4.8\%$ 。