

新概念奥林匹克数学丛书

www.juren.com
JUREN™ 巨人教育

数学思维训练 导引

徐鸣皋 主编

四年级

“华罗庚金杯”少年数学邀请赛推荐教材
小学数学奥林匹克推荐教材

 华东师范大学出版社



数学思维训练导引

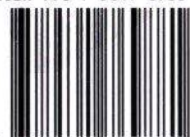
兴趣篇 主要面向在学校学有余力的学生，希望能激发学生进一步学习数学的兴趣，因此对知识的范围和难度有所控制。

拓展篇 包含了竞赛数学的完整知识体系，目的是让数学能力突出的学生接受系统化的训练，其难度上符合大多数竞赛的要求。

超越篇 定位于已接受过系统化训练，且具有较深厚竞赛数学功底的学生，这里给学生提出了更高的要求，更大的挑战，激励学生进一步探索和思考。



ISBN 978-7-5617-6988-1



9 787561 769881 >

定价：22.00元

www.ecupress.com.cn

新概念奥林匹克数学丛书

JUREN 巨人教育

数学思维训练 导引

徐鸣皋 主编

智泉数学工作室 编著

四年级

图书在版编目 (CIP) 数据

数学思维训练导引. 四年级 / 徐鸣皋主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2009

(新概念奥林匹克数学丛书)

ISBN 978-7-5617-6988-1

I. 数… II. 徐… III. 数学课—小学—教学参考资料
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 038603 号

新概念奥林匹克数学丛书

数学思维训练导引 (四年级)

主 编 徐鸣皋

项目编辑 倪 明 孔令志

审读编辑 徐 金

装帧设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社

社 址 上海市中山北路 3663 号 邮 编 200062

电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105

客服电话 021-62865537 (兼传真)

门市 (邮购) 电话 021-62869887

门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口

网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 华东师范大学印刷厂

开 本 787 × 1092 16 开

印 张 13.5

字 数 235 千字

版 次 2009 年 4 月第 1 版

印 次 2009 年 6 月第 2 次

印 数 22 001 - 33 000

书 号 ISBN 978 - 7 - 5617 - 6988 - 1 / G · 3920

定 价 22.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)

《数学思维训练导引》

顾问 裘宗沪 吴建平 陶晓永

主编 徐鸣皋

副主编 须信成 姚健钢

执行主编 李川 邹瑾 杨笑山

策划 尹雄

编著 智泉数学工作室

李川	邹瑾	杨笑山	汪岩	胡晓君	王坤
冷福生	刘喆	葛颢	贺淳	屈旻	宋坤
胡佳亮	饶海波	郭建任	杨诗武	王彬	符文君
路亨	杨功荣	须信成	姚健钢	唐晓苗	周俊
杨琦	池恒	胡迪	吕飞	战景林	孙树涛
方巨	林大伟	任立杰	资坤	郝挺	欧觉钧
张鹏	王先道	杜潘攀	周欣	曹文雯	王立强
刘倩	王松林	潘小双			

賀新概念奧林匹克數學叢書出版

快樂數學

歲次戊子年冬月於京華愛斯普蘭書畫院書



序

《新概念奥林匹克数学丛书》从酝酿到具体组织力量编写，经过不断斟酌修改，最后定稿，为时长达六年之久。《丛书》由《数学思维训练导引》和《数学思维训练课本》两个部分组成。我们之所以称之为“新概念”，不是花样翻新的时尚追逐，也不是以谋求一时的耸动效应。《丛书》凝聚了我和我的同事们对中国超常儿童数学教育、思维训练的严肃思考和积极探索，也是我们多年来从事这项工作的经验和成果的结晶。

《丛书》属于少年儿童数学超常教育教材范畴。读者群体主要定位于小学三年级至初中一年级智力超常的学生，旨在帮助他们在课余数学培训活动中达到更好的学习效果；同时为数学超常教育工作者提供训练少年儿童思维的手段、方法和内容；对于校内学习绰有余力、对数学有浓厚兴趣、渴望竞赛挑战的尖子学生而言，《丛书》也是竞赛数学指导性教材，是为他们搭建的通往竞赛数学的桥梁。《丛书》将趣味性、知识性以及教育性有机地融为一体，充分利用数学的学科优势，为广大少年儿童综合素质的培养、思维能力的提高，提供一个优质平台。

我本人从事超常儿童数学教育工作二十余年，起初是教育自己的孩子，后来执教华罗庚数学学校小学部，最后又创建巨人学校小学数学尖子班，从超常儿童教学的一线讲台到组织管理、挑选培训师资，使我对超常儿童教育获得全方位的理解，积累大量宝贵的经验，也引起许多深刻的反思。作为一名长期在这个领域辛勤耕耘的工作者，我觉得有责任和义务重新编撰一套适合新形势的超常儿童数学思维训练教材，将我和同事们这些年的新思考、新理念、新经验体现出来。

《丛书》始终贯彻一个基本理念，即数学教育不仅仅是知识的传授、技能的培养，更是一种文化和精神的传递。





《丛书》突出数学学习“好玩”的特点，使学生领会到数学就在我们身边，使他们愿意尝试数学来满足自己的好奇心，检验自己的才能。而在内容设计上，我们力求使学生发展其思维联想，来感受数学之美、数学之妙，从而产生强烈的成就感，将数学学习训练视为一种刺激和享受。

《丛书》由智泉数学工作室团队编著，他们都是从超常儿童成长起来的佼佼者，有些甚至是国际数学奥林匹克的金牌得主。他们关心并投身于超常儿童的教育事业，已形成一个薪火相传的优秀团队。《丛书》的许多新内容、新思想，就是他们根据自己的经验并吸收国际数学教育的最新趋向而赋予的。《丛书》不仅知识全面、新颖，趣味盎然，而且具有更新的数学理念和极高的专业性，这应当归功于《丛书》的编撰集体。

特别感谢裘宗沪、吴建平、陶晓永等中国数学奥林匹克顶级专家的大力支持，他们对《丛书》的编撰予以热情指导及严格审定，是《丛书》高质量的坚实保证。

《丛书》的编写和出版得到了“华杯赛”组委会办公室的积极支持，“华杯赛”主试委员会的专家参与了对《丛书》的指导和审查。该书被“华杯赛”组委会办公室列为推荐教材。对此，我表示深深的谢意。

我希望所有志同道合的朋友共同努力，为具有中国特色的超常儿童教育探索出一条广阔的发展之路。

徐鸣皋

2008年12月



前言

2001年，北京市仁华学校从事超常教育的一批优秀数学教师，依托北京市巨人学校这一强大的社会办学平台，创建了巨人学校小学数学尖子班（简称“尖子班”），开创了国内超常教育向体制外拓展的先河。在8年的办学实践过程中，尖子班不仅在教学规模、教师队伍建设以及教学管理等方面取得了长足发展，而且其出色的教学质量和极富魅力的课堂氛围也获得了家长和学员的一致好评。在办学思想及教学理念方面，尖子班始终坚持：充分利用数学的学科优势，选拔尖子学生，实施超常教育，培养综合素质，提高思维能力。8年来的实践证明，尖子班对超常儿童的培养方略是可取和有效的。

我们团队的每一位成员都在学生时代取得过非常优异的数学竞赛成绩，十分了解超常儿童的思维方式和发展历程，这也确保了本套丛书具有较高的针对性和实用性。

在编写本套丛书时，我们通过大量调研，在比较各类教材以及历年来的各种比赛试题的基础上，结合尖子班和仁华学校的教学实践经验，总结出了一套完善的知识体系，形成横向和纵向的二维架构。横向分为7个专题，分别是计算、数字谜、应用题、几何、计数、数论和组合；纵向按照学生的接受能力分配到三、四、五、六年级中，每年级24讲，共96讲。其中有两讲内容比较特殊，不属于任何一个专题，分别是“数学万花筒”和“数学家的故事”，旨在提高学生对数学的兴趣和热情。

依据这样的知识体系，本套丛书分为“思维训练导引”（简称“导引”）和“课本”两部分。

“导引”是整套丛书的“纲领”，它按章节编排了合适的例题，由此展现出丛书中最精华的内容。“导引”分为小学三、四、五、六年级各一册，每册24讲。每讲的开头有一段内容概述，阐述本讲知识的重难点，随后是30道例题。依据所面对学生群体的不同，例题





还被划分为兴趣篇、拓展篇和超越篇三个部分，其中的题量依次为10道、12道和8道。

兴趣篇主要面向在学校学有余力的学生，希望能激发他们进一步学习数学的兴趣，因此对知识的范围和难度有所控制；拓展篇则包含了竞赛数学的完整知识体系，目的是让数学能力突出的学生接受系统化的训练，其难度上符合大多数竞赛的要求；超越篇的读者群体则定位于有数学天赋，已接受过系统化训练，且具有较深厚竞赛数学功底的学生，这里给他们提出了更高的要求，更大的挑战，激励他们进一步探索和思考。

所以，超越篇应该以拓展篇为铺垫，但拓展篇的学习并非一定要以兴趣篇为铺垫，因为两者都是从零起步，只是拓展篇包含更完整的知识体系，具有更大的难度而已，究竟从哪一篇学起则取决于学生的具体情况。

学习数学，参加竞赛活动，不应当有明确的功利目的。作为家长，要鼓励小孩多去“闯”，而不是一味地去“学”。孩子天性喜欢探索，善于探索，越是聪明的孩子越是如此。多启发和引导孩子，使其不停留于“应该是怎样，应该怎么做”的模仿式学习，要使他们逐渐形成“为什么是这样，怎样能更好”的自主性思考。

家长和老师要学会“偷懒”。孩子如果有疑问，家长和老师的帮助也应该是“点到为止”，把思考的机会留给他们。

要注意避免拔苗助长。超常教育面对的学生群体普遍智力水平较高，因此学习内容也有一定的难度，这时更应注意不要盲目追求难度。通过渐进式的练习来不断提高自身对问题的理解，等到理解水平上升到一定高度后，做出相应的难题就是水到渠成的事情。

要多鼓励孩子。超常教育不同于常规教育，这里面没有所谓的及格线，遇到难题不用怕，作对一题就是一个成功，只要把学生的积极性充分调动起来，使他通过努力做到了自己所能达到的程度，发挥出了潜能，那就是成功的教育。

在本套丛书的编写和修订过程中，我们一直本着精益求精和认真负责的态度开展工作，主观上尽了最大努力，但由于水平和经验有限，难免出现一些不足和疏漏。因此我们竭诚欢迎并殷切期盼读者对本书提出批评和建设性意见。来信请发至电子邮箱 siweidaoyin@juren.com，本套丛书的勘误表将在 aoshu.juren.com 中发布并即时更新。

李川 邹瑾 杨笑山

2009年2月



目 录

第 1 讲	整数计算综合	
	(计算问题第 6 讲)	(1)
第 2 讲	和差倍问题三	
	(应用题第 10 讲)	(6)
第 3 讲	还原问题与年龄问题	
	(应用题第 11 讲)	(11)
第 4 讲	数阵图初步	
	(数字谜问题第 4 讲)	(16)
第 5 讲	竖式问题	
	(数字谜问题第 5 讲)	(24)
第 6 讲	行程问题一	
	(应用题第 12 讲)	(31)
第 7 讲	直线形计算一	
	(几何问题第 3 讲)	(36)
第 8 讲	抽屉原理一	
	(组合问题第 3 讲)	(44)
第 9 讲	多位数与小数	
	(计算问题第 7 讲)	(49)
第 10 讲	平均数问题	
	(应用题第 13 讲)	(53)
第 11 讲	几何图形剪拼	
	(几何问题第 4 讲)	(58)





第 12 讲	复杂竖式	
	(数字谜问题第 6 讲)	(66)
第 13 讲	横式问题	
	(数字谜问题第 7 讲)	(75)
第 14 讲	行程问题二	
	(应用题第 14 讲)	(80)
第 15 讲	加法原理与乘法原理	
	(计数问题第 3 讲)	(86)
第 16 讲	统筹与对策	
	(组合问题第 4 讲)	(93)
第 17 讲	数列与数表	
	(计算问题第 8 讲)	(101)
第 18 讲	行程问题三	
	(应用题第 15 讲)	(111)
第 19 讲	格点与割补	
	(几何问题第 5 讲)	(117)
第 20 讲	幻方与数阵图扩展	
	(数字谜问题第 8 讲)	(126)
第 21 讲	排列组合	
	(计数问题第 4 讲)	(136)
第 22 讲	计数综合一	
	(计数问题第 5 讲)	(141)
第 23 讲	最值问题一	
	(组合问题第 5 讲)	(146)
第 24 讲	逻辑推理一	
	(组合问题第 6 讲)	(151)
	难度星级与答案	(160)



第1讲 整数计算综合

内容概述

熟练运用已学的各种方法解决复杂的整数四则运算问题；学会利用加减抵消、分组计算等方法处理各种数列的计算问题。学会处理“定义新运算”的问题，初步体会用字母表示数。



典型问题



兴趣篇

1. 计算：(1) $121 \times 32 \div 8$ ；(2) $4 \times (250 \div 8)$ ；(3) $25 \times 83 \times 32 \times 125$.
2. 计算：(1) $56 \times 22 + 56 \times 33 + 56 \times 44$ ；(2) $222 \times 33 + 889 \times 66$.
3. 计算：(1) $37 \times 47 + 36 \times 53$ ；(2) $123 \times 76 - 124 \times 75$.
4. 计算： $100 - 99 + 98 - 97 + 96 - 95 + \cdots + 12 - 11 + 10$.
5. 计算： $50 + 49 - 48 - 47 + 46 + 45 - 44 - 43 + \cdots - 4 - 3 + 2 + 1$.
6. 计算： $(1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 199 + 201) - (2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 198 + 200)$.
7. 计算： $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 48 + 49 + 50 + 49 + 48 + \cdots + 4 + 3 + 2 + 1$.





8. 下面是一个叫做“七上八下”的数字游戏. 游戏规则是: 对一个给定的数, 按照由若干个7和8组成的口令进行一连串的变换. 口令“7”是指在这个数中插入一个数字, 使得新生成的数尽量大; 口令“8”是指将这个数中的一个数字去掉, 也要使新生成的数尽量大. 例如: 给出的数是1995, 口令是“8→7”, 在第一个口令“8”发出后变成995, 在第二个口令“7”发出后变成9995.

如果给出数“6595”以及口令“8→7→8→7→8→8”, 问: 变换后依次得到的6个数的和是多少?

9. 规定运算“ ∇ ”为: $a \nabla b = (a+1) \times (b-1)$, 请计算: (1) $8 \nabla 10$; (2) $10 \nabla 8$.

10. 规定运算“ $\odot$ ”为: $a \odot b = a \times b - (a+b)$, 请计算:

(1) $5 \odot 8$; (2) $8 \odot 5$; (3) $(6 \odot 5) \odot 4$; (4) $6 \odot (5 \odot 4)$.



拓展篇

1. 计算: (1) $72 \times 27 \times 88 \div (9 \times 11 \times 12)$; (2) $31 \times 121 - 88 \times 125 \div (1000 \div 121)$.

2. 计算: (1) $555 \times 445 - 556 \times 444$; (2) $42 \times 137 - 80 \div 15 + 58 \times 138 - 70 \div 15$.

3. 计算: $20092009 \times 2009 - 20092008 \times 2008 - 20092008$.

4. 计算: $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \cdots + 97 + 98 - 99$.

5. 计算: $100 \times 99 - 99 \times 98 + 98 \times 97 - 97 \times 96 + 96 \times 95 - 95 \times 94 + \cdots + 4 \times 3 - 3 \times 2 + 2 \times 1$.

6. 在不大于1000的自然数中, A 为所有个位数字为8的数之和, B 为所有个位数字为3的数之和. A 与 B 的差是多少?





7. 求图 1-1 中所有数的和.

1	3	5	7	9	11	13	15	17
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	5	7	9	11	13	15	17	19
4	6	8	10	12	14	16	18	20
5	7	9	11	13	15	17	19	21

图 1-1

8. 已知平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$, 计算:

$$20^2 - 19^2 + 18^2 - 17^2 + 16^2 - 15^2 + \cdots + 2^2 - 1^2.$$

9. 计算: $951 \times 949 - 52 \times 48$.

10. 规定运算“ Θ ”为: $a \Theta b = a + 2b - 2$, 计算: (1) $(8 \Theta 7) \Theta 6$; (2) $8 \Theta (7 \Theta 6)$.

11. 规定运算“ $\circ$ ”为: $a \circ b = (a+1) \times (b-2)$. 如果 $6 \circ (\square \circ 5) = 91$, 那么方格内应该填入什么数?

12. 规定: 符号“ Δ ”为选择两数中较大的数的运算, “ ∇ ”为选择两数中较小的数的运算, 例如: $3 \Delta 5 = 5$, $3 \nabla 5 = 3$. 请计算: $1 \Delta 2 \Delta 3 \nabla 4 \Delta 5 \Delta 6 \nabla 7 \Delta \cdots \nabla 100$. (运算的顺序是从左至右)



超越篇

1. 观察下面算式的规律:

$2000 + 1994 - 1988 - 1982 + 1976 + 1970 - 1964 - 1958 + 1952 + 1946 - 1940 - 1934 + \cdots$,
一直这样写下去, 那么最后 4 个自然数分别是哪 4 个? 符号分别是加还是减? 算式最终的结果为多少?





2. 从1, 2, ..., 9, 10中任意选取一个奇数和一个偶数, 并将两数相乘, 可以得到一个乘积. 把所有这样的乘积全部加起来, 总和是多少?

3. 计算: $1 - 3 + 6 - 10 + 15 - 21 + 28 - \cdots + 4950$.

4. 已知平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$, 计算:

$$100^2 + 99^2 - 98^2 - 97^2 + 96^2 + 95^2 - 94^2 - 93^2 + \cdots + 4^2 + 3^2 - 2^2 - 1^2.$$

5. $a \Theta b$ 表示从 a 开始依次增加的 b 个连续自然数的和, 例如: $4 \Theta 3 = 4 + 5 + 6 = 15$, $5 \Theta 4 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26$, 请计算:

(1) $4 \Theta 15$;

(2) 在算式 $(\square \Theta 7) \Theta 11 = 1056$ 中, 方框里的数应该是多少?

6. 定义两种新运算: $a \Omega b = a - b + 1$, $a \forall b = a \times b + 1$. 用“ Ω ”、“ $\forall$ ”和括号填入下面的式子, 使得等式成立 (不能用别的计算符号):

$$7 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 2.$$

7. 现定义四种操作的规则如下:

①“一分为二”: 如果一个自然数是偶数, 就把它除以2; 如果是奇数, 就先加上1, 然后除以2. 例如从16可以得到8, 从27可以得到14.

②“丢三落四”: 如果一个自然数中包含数字“3”或“4”, 就将其划掉. 例如从5304可以得到50, 从408可以得到8. (不含数字3和4的自然数不能进行“丢三落四”操作)

③“七上八下”: 如果一个自然数中包含数字“7”, 就将所有“7”移到最左边; 如果一个自然数中包含数字“8”, 就将所有“8”移到最右边. 例如从98707可以得到77908, 从802可以得到28. (不含数字7和8的自然数不能进行“七上八下”操作)

④“十全十美”: 将一个自然数的个位数字换成0. 例如从111可以得到110, 从905可以得到900. (个位是0的自然数不能进行“十全十美”操作)

(1) 请写出对4176依次进行③、①、③、②、④操作后的结果;

(2) 从655687开始, 最少经过几次操作以后可以得到0?



(3) 一个三位数除了“丢三落四”外，其他三个操作各进行一次之后得到的结果是8，求有多少个这样的三位数。

8. 图 1-2 是同学们都很熟悉的九九乘法口诀表, 表中所有乘积的总和是多少?

一一得一									
一二得二	二二得四								
一三得三	二三得六	三三得九							
一四得四	二四得八	三四十二	四四十六						
一五得五	二五一十	三五十五	四五二十	五五二十五					
一六得六	二六十二	三六十八	四六二十四	五六三十	六六三十六				
一七得七	二七十四	三七二十一	四七二十八	五七三十五	六七四十二	七七四十九			
一八得八	二八十六	三八二十四	四八三十二	五八四十	六八四十八	七八五十六	八九六十四		
一九得九	二九十八	三九二十七	四九三十六	五九四十五	六九五十四	七九六十三	八九七十二	九九八十一	

图 1-2