

动力学逆问题

梅凤翔 著

Inverse Problems
Of Dynamics



国防工业出版社

National Defense Industry Press

动力学逆问题

Inverse Problems of Dynamics

梅凤翔 著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

动力学逆问题/梅凤翔著. —北京:国防工业出版社,
2009.5

ISBN 978-7-118-06199-4

I. 动... II. 梅... III. 动力学-逆问题-研究 IV. 0313
0175

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 015349 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 850 × 1168 1/32 印张 10 $\frac{5}{8}$ 字数 260 千字

2009 年 5 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2500 册 定价 42.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。
4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革

开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金

评审委员会

国防科技图书出版基金

第六届评审委员会组成人员

主任委员 刘成海

副主任委员 宋家树 蔡镭 程洪彬

秘书长 程洪彬

副秘书长 彭华良 贺明

委员 于景元 才鸿年 马伟明 王小谟
(按姓氏笔画排序)

甘茂治 甘晓华 卢秉恒 邬江兴

刘世参 芮筱亭 李言荣 李德仁

李德毅 杨 伟 吴有生 吴宏鑫

何新贵 张信威 陈良惠 陈冀胜

周一宇 赵万生 赵凤起 崔尔杰

韩祖南 傅惠民 魏炳波

本书主审委员 崔尔杰

前 言

众所周知,应用质点运动微分方程可以求解质点动力学的两类问题。第一类问题是已知质点的运动,求作用在质点上的力;第二类问题是已知作用在质点上的力,求质点的运动。第二类问题称为动力学正问题,第一类问题称为动力学逆问题。Newton 根据行星运动的 Kepler 三定律,导出了他的万有引力定律,为 Newton 力学奠定了基础。这是最古老、最著名的动力学逆问题。在刚体动力学、变质量体动力学、分析动力学、转子动力学、结构动力学、弹性动力学中,都有各种各样的逆问题。随着科学技术的发展,动力学逆问题的提法也在不断扩充与完善,直到 20 世纪 60 年代至 70 年代,动力学逆问题才有了一般的提法。目前,动力学逆问题已成为星际航行学、火箭动力学、规划运动理论的基本问题。动力学逆问题在工程中有广泛的应用,如工程建模、结构修改、地球物理勘探、油气开发、材料无损检测和评价、设备故障诊断等。因此,研究动力学逆问题不仅有理论意义,而且有更为重要的实际价值。

动力学逆问题有以下显著特点:(1)动力学逆问题的提法和解法总是以正问题的提法和解法为基础;(2)凡有正问题,必有逆问题,因此一门动力学的建立必然伴有逆问题;(3)动力学逆问题一般来说是一个“灰箱”,往往因给定信息不充分而不能得到单一解答。这种不唯一性质恰恰为理论与实际提供了需要的余地,可以根据需要,如稳定性、优化等,提出补充要求。

本书侧重研究有限自由度动力系统动力学逆问题的基本理论与基本方法。全书共分 9 章。第 1 章介绍动力学逆问题的基本提法和解法,包括质点动力学第一类问题,六个经典动力学逆问题,动力学逆问题的提法,运动方程的建立、修改与封闭等。第 2 章研

究分析动力学中的逆问题,包括广义坐标中 Lagrange 方程的建立,正则方程的建立,Суслов 问题,按给定的一个积分确定广义力, Noether 对称性与动力学逆问题, Hamilton - Jacobi 方法与动力学逆问题, Poisson 方法与动力学逆问题等。第 3 章讨论运动控制理论中的逆问题,包括构造稳定系统问题的提法和解法,规划运动系统的构造,非完整运动规划等。第 4 章讨论刚体动力学中的逆问题,包括 Euler - Poisson 方程及三种经典可积情形,重刚体定点运动的动力学逆问题,刚体运动方程的封闭,刚体运动方程的修改,势力场中 Hess 运动的条件等。第 5 章研究变质量动力学中的逆问题,包括变质量系统动力学,变质量重质点的上升运动,变质量体的规划运动,变质量质点在规划运动中取驻值的泛函的构造,以及变质量系统 Noether 对称性与动力学逆问题等。第 6 章论述非完整动力学中的逆问题,包括非完整动力学简介,非完整系统运动方程的组建,修改与封闭问题,力场的构造,广义 Poisson 条件与非完整动力学逆问题, Bertrand 定理对非完整系统的推广,非完整系统的对称性与动力学逆问题, Szebehely 问题对非完整系统的推广,变质量非完整系统的广义 Мещерский 问题,以及二阶线性非完整动力学逆问题等。第 7 章论述 Birkhoff 系统动力学逆问题,包括 Pfaff - Birkhoff 原理与 Birkhoff 方程, Birkhoff 方程的建立问题, Birkhoff 系统的对称性与动力学逆问题,根据 Pfaff - Birkhoff - D' Alembert 原理组建运动方程,以及广义 Poisson 方法与动力学逆问题等。第 8 章论述广义 Birkhoff 系统动力学逆问题,包括广义 Pfaff - Birkhoff 原理与广义 Birkhoff 方程,根据运动性质组建广义 Birkhoff 方程,广义 Birkhoff 系统的对称性与动力学逆问题,根据微分变分原理组建运动方程,以及广义 Poisson 方法与动力学逆问题等。第 9 章简要介绍其他动力学逆问题,包括振动力学逆问题,多体动力学逆问题,转子动力学逆问题,结构动力学逆问题,弹性动力学逆问题等。

本书第 1 章 ~ 第 5 章的某些材料取自俄罗斯著名力学家 A. С. Галиуллин 1986 年的专著《动力学逆问题的解法》(俄文),

其余内容属于作者在国家自然科学基金(19072021,19272014,10272021,10572021,10772025)资助下取得的成果。在此对国家自然科学基金委员会和 Галиуллин 教授表示感谢。作者感谢崔尔杰院士、胡海岩院士、北京航空航天大学陆启韶教授和浙江理工大学罗绍凯教授的推荐意见,感谢北京理工大学理学院的领导和同事们的关心和支持,对解加芳博士、尚玫博士在书稿的精心排版和校对中的辛劳表示感谢。特别要感谢国防科技出版基金的资助。限于作者水平,书中难免有疏漏,敬请读者指正。

1		问题一类型问题	1.1
3		六个经典力学问题	1.2
3		Newton 问题	作者
6		Bernoulli 问题	2008 年秋
10		Cycloid 问题	1.2.3
12		Mandelbrot 问题	1.2.4
13		Chapman - Enskog 问题	1.2.5
15		Poincaré - Carathéodory 问题	1.2.6
16		力学问题的提法	1.3
16		力学问题的定义	1.3.1
17		力学问题的三种基本提法	1.3.2
18		用建立运动方程的方法来解力学问题	1.4
18		微分方程理论中的问题	1.4.1
19		力学问题的三种基本提法	1.4.2
20		运动方程的建立	1.5
20		运动方程的建立	1.5.1
23		行星的 Kepler 运动	1.5.2
24		运动方程的修改	1.6
24		运动方程的修改	1.6.1

目 录

第 1 章 动力学逆问题的基本提法和解法	1
1.1 质点动力学第一类问题	1
1.2 六个经典动力学逆问题	3
1.2.1 Newton 问题	3
1.2.2 Bertrand 问题	6
1.2.3 Суслов 问题	10
1.2.4 Мещерский 问题	12
1.2.5 Чаплыгин – Горячев 问题	13
1.2.6 Poincaré – Cartan 问题	15
1.3 动力学逆问题的提法	16
1.3.1 动力学逆问题的定义	16
1.3.2 动力学逆问题的三种基本提法	17
1.4 用建立运动方程的方法来解动力学逆问题	18
1.4.1 微分方程理论中的逆问题	18
1.4.2 动力学逆问题的三种基本解法	19
1.5 运动方程的建立	20
1.5.1 运动方程的建立	20
1.5.2 行星的 Kepler 运动	23
1.6 运动方程的修改	24
1.6.1 运动方程的修改	24

1.6.2	自激陀螺	25
1.7	运动方程的封闭	27
1.7.1	运动方程的封闭	27
1.7.2	微分追踪	28
	参考文献	29
第2章	分析动力学中的逆问题	31
2.1	广义坐标中 Lagrange 方程的建立	32
2.1.1	Lagrange 方程的建立	32
2.1.2	算例	33
2.2	正则方程的建立	35
2.2.1	由运动性质组建正则方程	35
2.2.2	算例	40
2.3	Суслов 问题	42
2.3.1	问题的提出	42
2.3.2	相对力函数的方程	43
2.3.3	方程组的相容性	45
2.3.4	方程组的积分	47
2.3.5	算例	50
2.4	按给定的一个积分确定广义力	52
2.4.1	Bertrand 定理	52
2.4.2	Bertrand 定理的一个推广	54
2.4.3	算例	55
2.5	Noether 对称性与动力学逆问题	56
2.5.1	Noether 定理与 Killing 方程	57
2.5.2	Noether 逆定理	60
2.5.3	与 Noether 对称性相关的逆问题	61

2.5.4	算例	62
2.6	Hamilton - Jacobi 方法与动力学逆问题	67
2.6.1	正则方程与 Hamilton - Jacobi 方法	67
2.6.2	Hamilton 函数的确定	68
2.6.3	算例	70
2.7	Poisson 方法与动力学逆问题	72
2.7.1	Poisson 方法	72
2.7.2	与 Poisson 方法相关的动力学逆问题	73
2.7.3	算例	75
	参考文献	77
第3章	运动控制理论中的逆问题	78
3.1	构造稳定系统问题的提法和解法	79
3.1.1	稳定性理论的一些结论	79
3.1.2	构造稳定系统问题的提法	91
3.1.3	构造稳定系统问题的解法	93
3.1.4	自激陀螺的永久转动	96
3.2	规划运动系统的构造	98
3.2.1	规划运动系统构造问题的提法	98
3.2.2	运动方程和规划稳定性	100
3.2.3	在规划运动中取驻值的泛函的构造	105
3.3	非完整运动规划	113
	参考文献	115
第4章	刚体动力学中的逆问题	116
4.1	Euler-Poisson 方程及三种经典可积情形	116
4.1.1	Euler-Poisson 方程	117
4.1.2	Euler-Poisson 方程的三个第一积分	117

4.1.3	Euler-Poisson 方程的三种经典可积情形	119
4.2	重刚体定点运动的动力学逆问题	120
4.2.1	问题的提出	120
4.2.2	经典积分存在的情形	123
4.2.3	线性积分的存在	125
4.2.4	刚体运动的控制	128
4.3	刚体运动方程的封闭	130
4.3.1	刚体运动方程的封闭	130
4.3.2	在轴对称力场中的规划进动	134
4.4	刚体运动方程的修改	137
4.4.1	刚体运动方程的修改问题	137
4.4.2	刚体在 Newton 力场中的动力学逆问题	141
4.5	势力场中 Hess 运动的条件	144
4.5.1	用 Euler 角及其导数表示的运动方程	144
4.5.2	Hess 运动条件	146
	参考文献	149
第5章	变质量动力学中的逆问题	150
5.1	变质量系统动力学	150
5.1.1	Мещерский 方程	150
5.1.2	D'Alembert-Lagrange 原理	151
5.1.3	运动微分方程	152
5.2	变质量重质点的上升运动	153
5.2.1	问题的提出	153
5.2.2	稳定运动的条件	154
5.3	变质量体的规划运动	157
5.3.1	变质量体运动的自然方程	157

5.3.2	变质量体在直线轨道上的稳定性	161
5.3.3	变质量体在曲线轨道上的稳定条件	163
5.4	变质量质点在规划运动中取驻值的泛函的构造	165
5.4.1	变质量质点按给定规律的运动	165
5.4.2	带给定性质的变质量质点的运动	167
5.5	变质量系统 Noether 对称性与动力学逆问题	169
5.5.1	变质量完整系统的 Noether 对称性	169
5.5.2	逆问题的提法和解法	170
5.5.3	算例	171
	参考文献	172
第 6 章	非完整动力学中的逆问题	174
6.1	非完整动力学简介	174
6.1.1	力学的变分原理	174
6.1.2	运动微分方程	175
6.1.3	积分方法	177
6.1.4	专门问题	179
6.2	非完整系统运动方程的组建	180
6.2.1	问题的提法	180
6.2.2	问题的解法	180
6.2.3	算例	181
6.3	非完整系统运动方程的修改	184
6.3.1	非完整系统运动方程的显式	184
6.3.2	逆问题的提法	185
6.3.3	逆问题的解法	185
6.3.4	算例	187
6.4	非完整系统运动方程的封闭	191

6.4.1	非完整系统运动方程的一阶形式	191
6.4.2	逆问题的提法	192
6.4.3	逆问题的解法	193
6.4.4	算例	194
6.5	力场的构造	198
6.5.1	构造	198
6.5.2	算例	199
6.6	广义 Poisson 条件与非完整动力学逆问题	202
6.6.1	非完整系统对第一积分的广义 Poisson 条件	202
6.6.2	Hamilton 函数的构造	204
6.6.3	势力场的构造	205
6.6.4	算例	205
6.7	Bertrand 定理对非完整系统的推广	208
6.7.1	非完整系统运动方程的显式	208
6.7.2	广义力的确定	209
6.7.3	算例	211
6.8	非完整系统的对称性与动力学逆问题	215
6.8.1	广义 Noether 定理与非完整动力学正 问题	215
6.8.2	广义 Noether 定理与非完整动力学逆 问题	217
6.8.3	算例	219
6.9	Szebehely 问题对非完整系统的推广	221
6.9.1	非完整系统运动方程的显式	222
6.9.2	非完整系统的 Szebehely 问题	224
6.9.3	算例	226

6.10	变质量非完整系统的广义 Мещерский 问题	228
6.10.1	变质量非完整动力学正问题	228
6.10.2	广义 Мещерский 问题的提法	230
6.10.3	广义 Мещерский 问题的解法	231
6.11	二阶线性非完整动力学逆问题	233
6.11.1	系统的运动微分方程	233
6.11.2	运动方程的组建	233
6.11.3	运动方程的修改	235
6.11.4	算例	236
	参考文献	240
第7章	Birkhoff 系统动力学逆问题	242
7.1	Pfaff - Birkhoff 原理与 Birkhoff 方程	242
7.1.1	历史与起源	242
7.1.2	Pfaff - Birkhoff 原理	243
7.1.3	Birkhoff 方程	244
7.1.4	Birkhoff 系统动力学的一些研究成果	245
7.2	Birkhoff 方程的建立问题	246
7.2.1	运动方程的组建问题	246
7.2.2	运动方程的封闭问题	251
7.3	Birkhoff 系统的对称性与动力学逆问题	255
7.3.1	Birkhoff 系统的 Noether 对称性	255
7.3.2	逆问题的第一种提法和解法	257
7.3.3	逆问题的第二种提法和解法	260
7.4	根据 Pfaff-Birkhoff-D'Alembert 原理组建运动方程	262
7.4.1	Pfaff-Birkhoff-D'Alembert 原理	262
7.4.2	逆问题的提法和解法	262

7.4.3	算例	263
7.5	广义 Poisson 方法与动力学逆问题	265
7.5.1	Birkhoff 系统的 Poisson 理论	265
7.5.2	逆问题的提法和解法	267
7.5.3	算例	267
	参考文献	269
第8章	广义 Birkhoff 系统动力学逆问题	270
8.1	广义 Pfaff-Birkhoff 原理与广义 Birkhoff 方程	270
8.1.1	Hamilton 原理对完整非保守系统的推广	270
8.1.2	Pfaff-Birkhoff 原理的推广	271
8.1.3	广义 Birkhoff 方程	271
8.2	根据运动性质组建广义 Birkhoff 方程	274
8.2.1	运动方程的组建问题	274
8.2.2	运动方程的封闭问题	279
8.3	广义 Birkhoff 系统的对称性与动力学逆问题	281
8.3.1	广义 Birkhoff 系统的 Noether 对称性	281
8.3.2	逆问题的第一种提法和解法	283
8.3.3	逆问题的第二种提法和解法	286
8.3.4	逆问题的第三种提法和解法	287
8.4	根据微分变分原理组建运动方程	289
8.4.1	微分变分原理	289
8.4.2	逆问题的提法和解法	290
8.4.3	算例	291
8.5	广义 Poisson 方法与动力学逆问题	292
8.5.1	广义 Poisson 条件	292
8.5.2	逆问题的提法和解法	292