

裂力学

力容器上的应用

1977

人民邮电出版社

编辑说明

为了总结交流各单位在断裂力学应用研究工作方面的初步成果和经验，推广断裂力学技术在压力容器上的应用，更进一步推动断裂力学研究工作的开展，根据一九七五年六月全国化工与炼油机械行业技术情报会议上各成员单位的要求，合肥通用机械研究所受一机部重型通用机械局的委托，在合肥工业大学的大力协助下，于一九七六年六月至七月十日在合肥举办了一次断裂力学在压力容器上的应用短期学习班。学员对象主要是全国化工与炼油机械行业技术情报网成员单位的工人和技术员，部份大专院校的老师以及二机部、五机部、六机部、七机部、解放军、冶金部等有关部门从事于断裂力学研究工作的同志。短期学习班邀请了浙江大学、西南交通大学、哈尔滨工业大学、中国科学技术大学、合肥工业大学、安徽大学、北京航空学院的老师和钢铁研究院、沈阳金属研究所、北京力学所、合肥通用机械研究所等单位的同志，比较系统地介绍了断裂力学的基础理论和实验部份。此外，还进行了各种专题报告等。

短期学习班因举办仓促，讲稿临时油印或刻印、错误较多；有的讲稿份数不足，未能人手一册，有的讲稿还未能印出。我们根据大家的希望，请参加讲课的同志对讲稿做了修改校订，鉴于篇幅所限，我们仅选择了部份讲稿，编成这本《断裂力学》专辑，以应有关同志们的需要。

关于声发射技术的讲稿，因有关单位将出版专辑，故本辑未再收入。

由于我们水平有限，编辑时间又比较仓促，错误之处在所难免，希读者批评指正。

一九七七年六月

目 录

一	线弹性断裂力学	西南交通大学	孙训方 (1)
二	压力容器断裂力学	浙江大学	王仁东 (40)
三	断裂力学应用于压力容器的试验研究与计算	合肥通用机械研究所	李泽震 (83)
四	论塑性应变区中裂纹的扩展	北京钢铁研究院	蔡其巩 (131)
五	J 积分基本原理及其测试技术	北京钢铁研究院	邓枝生 (153)
六	平面应变断裂韧度 K_{Ic} 的测试方法及其原理	北京钢铁研究院	姚 衡 (175)
七	COD 测试技术的初步探讨	合肥通用机械研究所断裂韧性课题组	(192)
八	COD 测试技术中一些问题的进一步探讨	合肥通用机械研究所断裂韧性课题组	(205)
九	裂缝张开位移(COD)试验方法	合肥通用机械研究所译	(214)
十	金属材料平面应变断裂韧性标准试验方法	北京钢铁研究院断裂韧性组译自 ASTM E 399-72	(228)
十一	按脆断破坏观点建议的缺陷验收标准	合肥通用机械研究所译	(241)
十二	断裂力学应用手册	西南交通大学	孙训方 (254)

线 弹 性 断 裂 力 学

西南交通大学 孙训方

一、线弹性断裂力学的基本概念

按常规强度计算方法所设计的结构或部件,有时并不能保证其安全使用,在低于设计应力条件下发生脆断的事故也屡有所见。这种低应力脆断事故暴露了常规强度计算方法中的不足之处。在生产实践中与低应力脆断事故作斗争的大量经验积累,近二十多年来发展了强度计算中的一个新分支——断裂力学。开始时由于所研究的侧面是高强度低韧性钢,这种材料在发生低应力脆断时几乎没有明显的塑性变形,因此,是按线性弹性理论进行分析的,所以,称为线弹性断裂力学。

线弹性断裂力学对所研究的结构或部件都看作是理想的线性弹性体,这是和常规的强度计算共同之处。其不同点则在于线弹性断裂力学是从结构或部件具有初始缺陷这一实际情况出发的,而在常规的强度计算中则完全忽略了这类初始缺陷,而将材料看作是均匀、连续的理想固体。正是由于在一定的外部条件下,上述初始缺陷可能迅速扩展而引起低应力脆断并造成灾难性的恶性事故。所以,按常规强度计算方法将初始缺陷忽略不计,有时候就可能犯严重的错误。当然,这并不是说常规强度计算方法就完全不适用了,因为,低应力脆断事故只在特定的条件下才会发生。所以,在一般情况下仍可按常规强度计算方法进行强度设计。

关于材料在低应力下发生脆断的现象,人们在生活中还是经常碰到的。最常见的是象玻璃、陶瓷一类的制品,当它们稍有裂纹时往往在很小的外力作用下就会断裂。裁玻璃时也正是利用了这一特点,用钻石刀在玻璃表面上划一条很浅的尖锐刻痕,稍加外力,玻璃就会沿刻痕线整齐地分成两块;如果没有划痕,一块玻璃是能承受大得多的外力作用的。这个事实就充分说明了初始缺陷在如玻璃、陶瓷这样的脆性材料中存在时,不能忽视它将严重削弱材料强度的这一因素。有人用玻璃制成的试件,在其上预制深浅程度不等的裂纹,通过试验发现玻璃试件,被拉断的应力 σ (即其名义强度) 与裂纹深度 a 的平方根成反比 (见图 I-1-1)。这个试验结果明显地表明了随着裂纹深度的增大,产生断裂的应力逐渐降低,这就说明了造成低应力脆断的主要原因在于初始缺陷 (裂纹) 的存在。

以上所介绍的现象在高强度钢和大断面的中、低强度钢构件中也程度不同地有所反映,即随着初始缺陷 (特别是裂纹) 深度的增加,使构件断裂的应力逐步降低。下面将可看到,对于具有初始缺陷 (裂纹) 的材料,其断裂应力 σ 与裂纹深度 a 的平方根之乘积为一常量,即

$$\sigma \sqrt{a} = \text{常量} \dots\dots\dots [\text{I-1-1}]$$

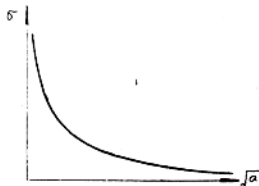


图 I-1-1

在一定条件下, 该常量为材料固有的力学性能, 材料的断裂韧性值就与该常量成正比。

公式 I-1-1 就是线弹性断裂力学中用以估计具有初始缺陷 (裂纹) 的部件或结构发生脆断时的临界应力 σ_c 、或用以估计在工作应力下发生脆断时初始缺陷 (裂纹) 的临界尺寸 a_c 的基本公式。以上所介绍的只是以实验结果为依据的经验公式, 下面还将进一步从理论上加以阐述。

以上所讨论的是沿垂直于裂纹线方向有拉应力作用的情况, 此时, 裂纹将因受拉而张开, 通常称之为第 I 型或张开型的断裂问题 (见图 I-1-2a)。此外, 还有第 II 型或错开型及第 III 型或撕开型的断裂问题 (见图 I-1-2b 及 c), 它们分别受与裂纹面平行的面内剪应力和出平面剪应力的作用而发生错开或撕开的变形。由于张开型断裂最危险, 通常多研究这种类型的低应力脆断问题。

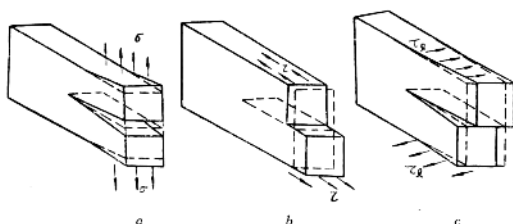


图 I-1-2

二、线弹性断裂力学中的应力场强度因子 K

在钢及其他金属材料中实际存在的缺陷多是夹杂物、空穴、切口等, 其尖端处的曲率半径并不等于零。但在计算中则常将其简化为裂纹, 即认为其尖端处的曲率半径等于零, 这种简化是偏于安全一面的。

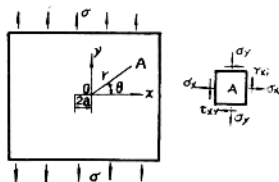


图 I-2-1

首先研究最简单的情况: 在很大的一块平板中有一个长度为 $2a$ 的贯穿板厚的裂纹, 由于裂纹长度远较平板的面内尺寸为小, 所以可将该平板看作是“无限大”板。假设作用在板边上的均匀分布拉应力 σ 的方向垂直于裂纹线 (第 I 型或张开型问题), 参看图 I-2-1。

将座标原点取在裂纹的右尖端处。在裂纹尖端附近的 A 点处 (其极坐标为 r, θ) 单元体上的应力分量 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \dots \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \dots \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (I-2-1)$$

上式中所略去的诸项是包含 $\sqrt{r}$ 及其高次幂的项, 在靠近裂纹尖端处, r 值很小, 因此, 只

有包含 $\frac{1}{\sqrt{r}}$ 的第一项占主要地位。其余各项与其相比均可忽略不计。由于判断一个裂纹是否会扩展，主要是取决于裂纹尖端附近处的应力、应变或其某种组合（例如应变能）的大小，所以，在表示裂纹尖端附近 A 点处的应力分量的 I-2-1 式中，只需取包含 $\frac{1}{\sqrt{r}}$ 的第一项就够了。

由 I-2-1 式可见，在裂纹尖端处， $r=0$ ，诸应力分量 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 均趋于无限大，这是因为我们将缺陷假设为裂纹（即假设其尖端处的曲率半径等于零）所得到的必然结果。这时，就无法再根据裂纹尖端处某一应力、应变分量来判断裂纹是否会扩展。但由 I-2-1 式可以看到，裂纹尖端附近处的诸应力分量其强弱程度均由同一参数 K_I 来表示， K_I 值的大小就反映了裂纹尖端附近处整个应力场（由诸应力分量来表示）的强弱程度。所以，通常称其为裂纹尖端附近处的应力场强度因子，有时也将其简称为应力强度因子，用 K_I 表示。I-2-1 式中的 K_I ，用下标 I 来表示第 I 型问题的应力强度因子。既然应力强度因子是用来表明裂纹尖端附近处应力场强弱程度的唯一参数（在 I-2-1 式中的其余项只能表明各应力分量随极坐标 r 、 θ 的变化规律，而不能反映各应力分量的强弱程度），所以，很自然地会想到，决定裂纹是否会扩展的因素就是裂纹尖端附近处的应力强度因子 K 。

线弹性理论证明了：不但裂纹尖端附近处的诸应力分量均用 K 来表明其强弱程度，而且，该处的位移分量 u 、 v 也同样是用 K 来表明其强弱程度的，即：

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{K_I(1+\nu)}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \dots \\ v &= \frac{K_I(1+\nu)}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \dots \end{aligned} \right\} \quad \text{[I-2-2]}$$

其中： $k=3-4\nu$ [平面应变情况下，即 $\dot{U}'=0$ 时]
 $k=\frac{3-\nu}{1+\nu}$ [平面应力情况下，即 $\sigma_z=0$ 时]

由以上结果可见，裂纹尖端附近处的应力、应变以及位移的诸分量均可用单一的参数 K_I 来表示其强弱程度。如何确定 K_I 的表达式呢？可以按线性弹性理论的方法，根据所研究对象的受力状态、几何特性、边界条件等来确定其应力表达式，然后，由 I-2-1 式得到沿裂纹线上（即 X 轴上）的 $\sigma_y|_{\theta=0}$ 与 K_I 间的关系式：

$$\sigma_y|_{\theta=0} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \dots \dots \quad \text{[I-2-3]}$$

于是，裂纹尖端处的应力强度因子表达式就可按下式求出：

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y|_{\theta=0} \sqrt{2\pi r} \dots \dots \quad \text{[I-2-4]}$$

注意：上式中的 $\sigma_y|_{\theta=0}$ 是按线性弹性理论的方法所确定的裂纹线上 σ_y 表达式。此外，也可利用线性弹性理论的方法求得裂纹表面上（即负的 X 轴上）的位移解 $V|_{\theta=\pi}$ ，然后，利用 I-2-2 式得到位移 $V|_{\theta=\pi}$ 与 K_I 间的关系式：

$$V|_{\theta=\pi} = -\frac{K_I(1+\nu)(k+1)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \dots \dots \quad \text{[I-2-5]}$$

只需将线弹性理论的位移解 $V|_{\theta=\pi}$ 代入上式并取极限，同样得裂纹尖端处的 K_I 表达式：

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} V|_{\theta=0} = \frac{E}{(1+\nu)(k+1)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \dots\dots \quad \text{〔I-2-6〕}$$

在平面应变情况下, $k=3-4\nu$, 因此, 上式可改写为:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} V|_{\theta=0} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \dots\dots \quad \text{〔I-2-7〕}$$

显然, 此式中的 $V|_{\theta=0}$ 应该是线弹性理论中平面应变情况下的位移解。

对于某些简单的受力和几何情况及边界条件, 可以得到裂纹尖端处应力强度因子 K_I 的解析表达式。而在较复杂的情况下, 往往难以得到 K_I 的解析解, 在这种情况下, 可以先按数值解的方法 (例如有限元法) 求出裂纹尖端附近处的应力、位移诸分量的数值解, 然后, 按 I-2-3 式或 I-2-5 式, 根据 $\sigma|_{\theta=0}$ 或 $V|_{\theta=0}$ 的数值解, 求得应力强度因子 K_I 的数值解。

对于图 I-2-1 中所示的“无限大”平板中有一长度为 $2a$ 的贯穿板厚的裂纹, 并在板边上受垂直于裂纹线方向的均匀分布拉应力 σ 作用时, 在裂纹尖端处的应力强度因子 K_I 的解析表达式为:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{〔I-2-8〕}$$

由此式可见, K_I 的量纲为“〔力〕·〔长度〕^{-3/2}”, 其常用的工程单位为 $\text{kg} \cdot \text{mm}^{-3/2}$ 。

以上所讨论的为第 I 型或张开型断裂问题中最简单情况下应力强度因子 K_I 的解析解。下面再介绍最简单情况下第 II 型或错开型与第 III 型或撕开型断裂问题的解。

在图 I-2-2 内所示“无限大”平板中有一长度为 $2a$ 的贯穿板厚的裂纹, 作用在板边上的是均匀分布的面内剪应力 τ 。在裂纹尖端 O 附近的 A 点处, 单元体上诸应力分量 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 的表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \dots\dots \\ \sigma_y &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots\dots \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \dots\dots \end{aligned} \right\} \quad \text{〔I-2-9〕}$$

该点处的诸位移分量 u, v 的表达式为:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1+\nu)K_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \dots\dots \\ v &= -\frac{(1+\nu)K_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \dots\dots \end{aligned} \right\} \quad \text{〔I-2-10〕}$$

式中的 K 与 ν 间的关系可参看 I-2-2 式。

由于图 I-2-2 所示的是第 II 型断裂问题, 因此, 其裂纹尖端处的应力强度因子用 K_{II} 来表示。对于这种最简单的第 II 型断裂问题, 其 K_{II} 的解析解为:

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} \quad \text{〔I-2-11〕}$$

在图 I-2-3 内所示“无限大”平板中有一贯穿板厚长为 $2a$ 的裂纹, 作用于板边上的是均匀分布的面外剪应力 τ_e 。在裂纹尖端 O 附近的 A 点处, 单元体上仅有面外剪应力分量 τ_{xz}, τ_{yz} , 其表达式为:

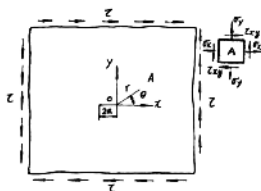


图 I-2-2

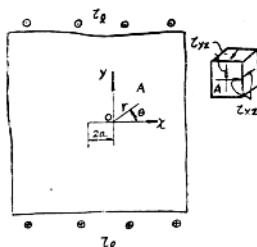


图 I-2-3

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} + \dots \\ \tau_{yz} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} + \dots \end{aligned} \right\} \quad \text{〔I-2-12〕}$$

该点处的位移分量仅 W 一项，其表达式为：

$$W = \frac{2(1+\nu)K_{II}}{E} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} + \dots \quad \text{〔I-2-13〕}$$

图 I-2-3 所示为第Ⅲ型断裂问题，所以其裂纹尖端处的应力强度因子用 K_{III} 来表示。对于图 I-2-3 所示第Ⅲ型断裂问题，其 K_{III} 的解析解为：

$$K_{III} = \tau_e \sqrt{\pi a} \quad \text{〔I-2-14〕}$$

上面结合最简单的“无限大”平板中有贯穿板厚的裂纹这一情况，介绍了三种型式断裂问题的线弹性断裂力学解。对于其中最危险的第Ⅰ型或张开型问题，其应力强度因子 K_I 的表达式为：

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{〔I-2-8〕}$$

按线弹性断裂力学的观点，既然裂纹尖端附近处的应力、应变及位移均由单一的参数 K_I 来反映它们的强弱程度，所以可认为发生脆断的条件，或称脆断判据，为：

$$K_I = K_{IC} \quad \text{〔I-2-15〕}$$

其中， K_{IC} 是材料在平面应变条件下，裂纹发生临界扩展时 K_I 的临界值，通常称其为材料的“平面应变断裂韧性”值。大量的实验结果证实了：材料的 K_{IC} 值是材料固有的力学性能，它与试件的几何、受力型式等因素无关。关于如何通过实验方法来测定材料的“平面应变断裂韧性” K_{IC} 值，将另作详细介绍。

将 I-2-8 式中的 K_I 表达式代入脆断判据 I-2-15 式，经简化后可得：

$$\sigma \sqrt{a} = K_{IC} / \sqrt{\pi} \quad \text{〔I-2-16〕}$$

注意到该式右端的 K_{IC} 为材料固有的力学性能， $\sqrt{\pi}$ 是个常数，因此，右端为一常量。于是就由 I-2-16 式得到 I-1-1 式，这就从理论上对以实验结果为依据的经验公式 I-1-1 作了阐明。应该指出，I-2-8 式只是最简单的“无限大”板中有贯穿板厚裂纹的 K_I 表达式，对于在较复杂的受力、几何、边界条件下，第Ⅰ型断裂问题中裂纹尖端处的应力强度因子 K_I^T 的表达式可参看表 I-1，其统一的表达形式可写作：

$$K_I = a \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{〔I-2-17〕}$$

其中： α 可看作是随受力、几何、边界条件而变化的修正系数，在一般情况下 $\alpha > 1$ ，但也有时 $\alpha < 1$ 。采用考虑了修正系数 α 后的 K_I 表达式(I-2-17式)，I-2-16式又可改写为：

$$\sigma\sqrt{a} = K_{IC}/\alpha\sqrt{\pi} \quad [I-2-18]$$

这可以看作是经验公式I-1-1在更普遍的受力、几何、边界条件下的表达式，它就是线弹性断裂力学中脆断判据的普遍形式。对于第II、III型断裂问题本来也可以仿照I-2-18的形式建立起相应的脆断判据，但目前并没有沿这个思路通过实验方法测定材料的 K_{IIC} 、 K_{IIIC} 值，以建立第II、III型断裂问题的脆断判据。而仍是以 K_{IC} 为依据，通过对复合受力条件下的脆断判据（见本章第四节的简介）来解决这些型式的断裂问题的。

下面再结合第I型断裂问题来说明平板的边界条件对 K_I 表达式的影响。首先研究一块尺寸远较裂纹长度 a 为大的平板，在一个边缘上具有一贯穿板厚长度为 a 的裂纹这一情况（图I-2-4a）。这块平板可看成是个“半无限大”板，因为它可看作是图I-2-4b中所示“无限大”平板沿对称轴 AB 一切为二的右半块平板。由于图I-2-4a中的平板，其边缘 AB 是个自由边缘，在自由边缘上的边界条件是垂直于自由边缘方向的正应力 $\sigma = 0$ ，而位移 u 则因不受任何约束，故不等于零。与图I-2-4b中的平板对称轴 AB 相比较，可以看到两者恰相反，因为在对称轴 AB 上，由对称条件可知位移 $u = 0$ （即左半块平板约束了右半块平板使其沿对称轴上各点的位移 $u = 0$ ），而在沿

对称轴上各点处垂直于自由边缘方向的正应力 $\sigma \neq 0$ 。由此可见，图I-2-4a所示“半无限大”平板在自由边缘上贯穿板厚的裂纹尖端处应力强度因子 K_I ，与“无限大”平板中贯穿板厚的裂纹（长度为 $2a$ ）尖端处 K_I 表达式I-2-8式有所区别。这是因为“半无限大”平板在自由边缘处放松了对位移 u 的约束，从而使裂纹尖端处的应力场强弱程度受到自由边缘放松约束的影响而有所增大。理论分析的结果指出，在图I-2-4a中所示平板自由边缘上贯穿板厚长度为 a 的裂纹尖端处，应力强度因子 K_I 的表达式为：

$$K_I = 1.1215\sigma\sqrt{\pi a} \quad [I-2-19]$$

这就是说，自由边缘的边界条件（放松了对位移的约束）使得裂纹尖端应力场的强弱程度增大了12%多，这相当于修正系数 $\alpha = 1.1215$ 或近似地 $\alpha = 1.12$ 。注意这个修正系数 $\alpha = 1.12$ 不但适用于“半无限大”平板，也近似地适用于“半无限体”（参看附表I-1）。

根据以上的分析可知，“无限大”平板中的裂纹尖端应力场强弱程度由于不受边界条件的影响，其值是偏低的。对于有限宽度平板而言，由于放松了自由边缘对位移 u 的约束，使得裂纹尖端的应力场强弱程度有所增大，因此，需以“无限大”平板中的 K_I 表达式为基础，乘以一个大于1的修正系数 α 。对于“半无限大”平板，如上所述，此修正系数 $\alpha = 1.1215$ 。对于有限宽度平板具有中心贯穿裂纹的情况（见图I-2-5），两自由表面均对裂纹尖端处应力场强弱程度有影响，而且，随着裂纹长度 $2a$ 与板宽 W 间比值的增大，即两自由表面到裂纹尖端的距离减小，这种影响也逐渐增大。表I-2-1给出了修正系数 α 的理论解，可供参考。

对于有限宽度平板在一个自由边缘上具有长度为 a 的贯穿裂纹这一情况（见图I-2-6），

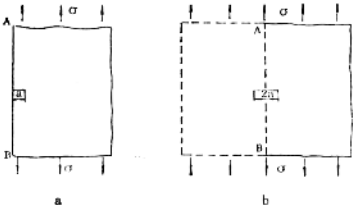


图 I-2-4

不但裂纹所在自由边缘, 而且另一自由边缘都对裂纹尖端应力场强弱程度有影响。用数值法(边界配位法)求解并用幂多项式来逼近所得的数值解, 则修正系数 α 可写作如下的幂多项式:

表 1 修 正 系 数 α

$\frac{2a}{W}$	α	$\frac{2a}{W}$	α
0.074	1.00	0.410	1.13
0.207	1.03	0.466	1.18
0.275	1.05	0.535	1.25
0.337	1.09	0.592	1.33

裂纹尖端处应力强度因子: $K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a}$

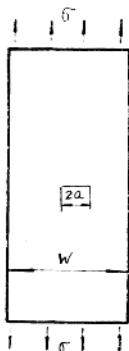


图 I-2-5

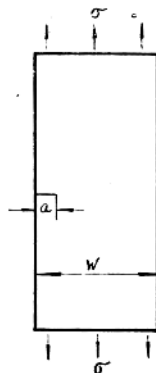


图 I-2-6

$$\alpha = \left[1.1215 - 0.231 \left(\frac{a}{W} \right) + 10.55 \left(\frac{a}{W} \right)^2 - 21.70 \left(\frac{a}{W} \right)^3 + 30.35 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right] \quad (\text{I-2-20})$$

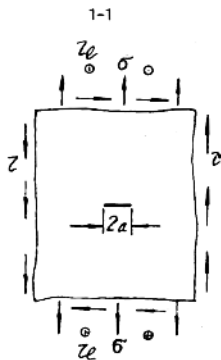
当 $\frac{a}{W}$ 甚小时, 例如 $\frac{a}{W} < \frac{1}{100}$ 时, 包括 $\left(\frac{a}{W} \right)$ 及其高次幂的诸项, 其值甚小, 可忽略不计, 于是, $\alpha = 1.1215$, 即“半无限大”平板的修正系数(见 I-2-19 式)。而在 $\frac{a}{W} = \frac{1}{10}$ 时, 包括 $\left(\frac{a}{W} \right)$ 及其高次幂诸项之和仅为 +0.064, 此时, $\alpha = 1.186$, 这个修正系数包括了两自由边缘对裂纹尖端应力场强弱程度的影响, 在这个 $\frac{a}{W}$ 的比值下, 无裂纹自由边缘的影响显然是很微小的, 但随着 $\frac{a}{W}$ 的增大, 即无裂纹自由边缘逐步靠近裂纹尖端时, 修正系数 α 将显

著增大，这是由于在无裂纹自由边缘上对位移 u 的约束解除后，这一边界条件对裂纹尖端应力场强弱程度的影响逐步增大的结果。

以上是以第 I 型断裂问题为例，介绍了按边界条件对裂纹尖端处应力场强弱程度的影响来理解修正系数的物理实质。同样，对附表 I-1 中的多个裂纹相互影响使应力强度因子修正系数 α 有所增大或减小，也应按照邻近裂纹的存在对所研究裂纹在其尖端处应力场强弱程度的影响来理解。为便于应用线弹性断裂力学来解决一些工程上常遇到的带有初始缺陷的结构物或构件对于脆断倾向的安全度计算，在附表 I-1 中给出了一些基本受力、几何及边界条件下的应力强度因子 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 的表达式、修正系数图线备查。建议在使用该附表时，首先要对该系数的物理实质有明确的概念，切忌不问条件地盲目照搬公式图表。

附表 I-1 常用的应力强度因子表达式

第 1 组 “无限大”平板中有单个的贯穿板厚裂纹，在平板边缘上有均匀分布应力作用。
〔所谓“无限大”平板指的是“平板的长与宽比板中裂纹尺寸大一个数量级以上，在此情况下，平板的边界条件对裂纹尖端处应力场的影响可忽略不计。〕



由于 σ ：

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

由于 τ ：

$$K_{III} = \tau \sqrt{\pi a}$$

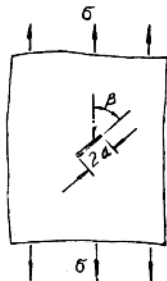
$$K_I = K_{II} = 0$$

由于 τ_e ：

$$K_{III} = \tau_e \sqrt{\pi a}$$

$$K_I = K_{II} = 0$$

1-2



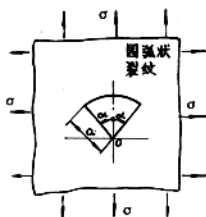
由于 σ ：

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \sin^2 \beta$$

$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta$$

$$K_{III} = 0$$

1-3



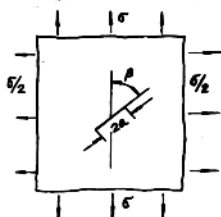
在均匀拉伸应力场中:

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi a \sin \alpha}}{1 + \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \sqrt{\frac{1}{2} (1 + \cos \alpha)}$$

$$K_{II} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a \sin \alpha}}{1 + \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \sqrt{\frac{1}{2} (1 - \cos \alpha)}$$

$$K_{III} = 0$$

1-4 薄壁圆筒受内压作用时在筒壁上的贯穿裂纹

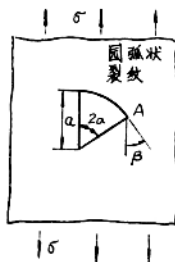


$$K_I = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{\pi a} (1 + \sin^2 \beta)$$

$$K_{II} = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta$$

$$K_{III} = 0$$

1-5



在裂纹尖端 A 处:

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi a \sin \alpha}}{2 \left(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right)} \left\{ \cos \frac{\alpha}{2} \cos \left(2\beta + \frac{5}{2}\alpha \right) \left[\sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] - \cos \left(2\beta + \frac{3}{2}\alpha \right) \right.$$

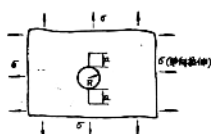
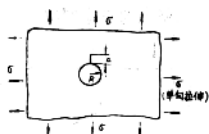
$$\left[\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^4 \frac{\alpha}{2} \right] - \sin \left(2\beta + \frac{3}{2}\alpha \right) \left[\sin \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] \left. \right\}$$

$$K_{II} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a \sin \alpha}}{2 \left(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right)} \left\{ \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \left(2\beta + \frac{5}{2}\alpha \right) \left[\sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] + \sin \left(2\beta + \frac{3}{2}\alpha \right) \right.$$

$$\left[\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^4 \frac{\alpha}{2} \right] - \cos \left(2\beta + \frac{3}{2}\alpha \right) \left[\sin \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] \left. \right\}$$

$$K_{III} = 0$$

1-6 从圆孔边缘发展出的单侧（或双侧）裂纹



[a 为裂纹长度, R 为圆孔半径]

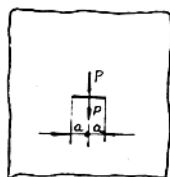
$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F(a/R)$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

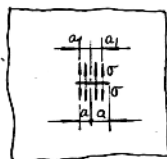
表 2

a/R	$F(a/R)$ 单侧裂纹		$F(a/R)$ 双侧裂纹	
	单向拉伸	双向拉伸	单向拉伸	双向拉伸
0.00	3.39	2.26	3.39	2.26
0.10	2.73	1.98	2.73	1.98
0.20	2.30	1.82	2.41	1.83
0.30	2.04	1.67	2.15	1.70
0.40	1.86	1.58	1.96	1.61
0.50	1.73	1.49	1.83	1.57
0.60	1.64	1.42	1.71	1.52
0.80	1.47	1.32	1.58	1.43
1.00	1.37	1.22	1.45	1.38
1.50	1.18	1.06	1.29	1.26
2.00	1.06	1.01	1.21	1.20
3.00	0.94	0.93	1.14	1.13
5.00	0.81	0.81	1.07	1.06
10.00	0.75	0.75	1.03	1.03
∞	0.707	0.707	1.00	1.00

1-7 裂纹上下两表面中点处
受劈开力 P



1-8 裂纹上下两表面中部受
均匀分布劈开应力 σ



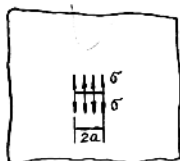
$$K_I = \frac{p}{\sqrt{\pi a}}$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi a} \sin^{-1} \left(\frac{a_1}{a} \right)$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

1-9 裂纹上下表面受均匀分布劈开应力 σ

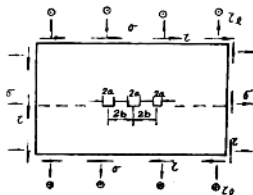


$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

第2组 “无限大”平板中有多个贯穿板厚裂纹在平板边缘上有均匀分布应力作用。

2-1 在“无限大”平板中有“无限多”的等间距等长度(2a)共线裂纹。



(1) 由于板边均匀拉应力 σ :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left[\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{2b} \right]^{1/2}$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

(2) 由于板边均匀面内剪应力 τ :

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} \left[\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{2b} \right]^{1/2}$$

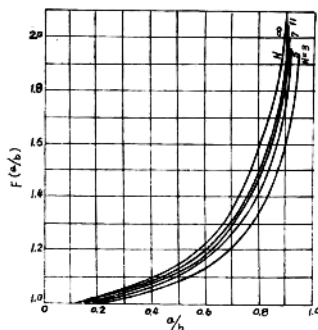
$$K_I = K_{III} = 0$$

(3) 由于板的上下边缘均匀面外剪应力 τ_e :

$$K_{III} = \tau_e \sqrt{\pi a} \left[\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{2b} \right]^{1/2}$$

$$K_I = K_{II} = 0$$

2-2 在“无限大”平板中有若干个等间距、等长度的共线裂纹
(参看2-1中的图)。N = 共线裂纹个数



(1) 由于板边均匀拉应力 σ :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F(a/b)$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

(2) 由于板边均匀面内剪应力 τ :

$$K_I = \tau \sqrt{\pi a} \cdot F(a/b)$$

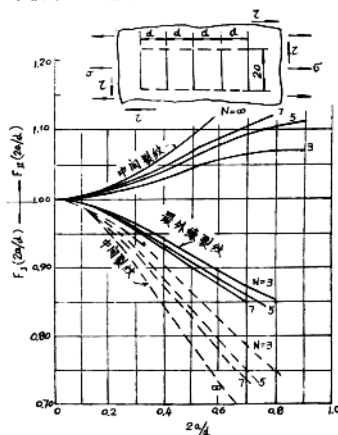
$$K_{II} = K_{III} = 0$$

(3) 由于板边均匀面外剪应力 τ_e :

$$K_{II} = \tau_e \sqrt{\pi a} \cdot F(a/b)$$

$$K_I = K_{III} = 0$$

2-3 在“无限大”平板中有一排平行的等长度裂纹受均匀拉应力或剪应力



受均匀拉应力 σ 时:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F_I (2a/d)$$

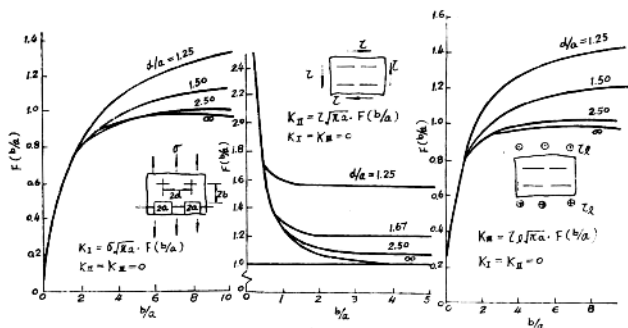
$$K_{II} = K_{III} = 0$$

受均匀剪应力 τ 时:

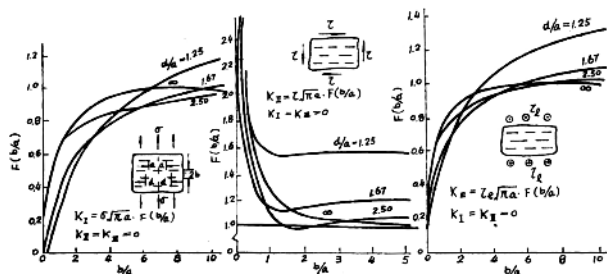
$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} \cdot F_{II} (2a/d)$$

$$K_I = K_{III} = 0$$

2-4 在“无限大”平板中有行共线裂纹



2-5 在“无限大”平板中有行共线交错裂纹

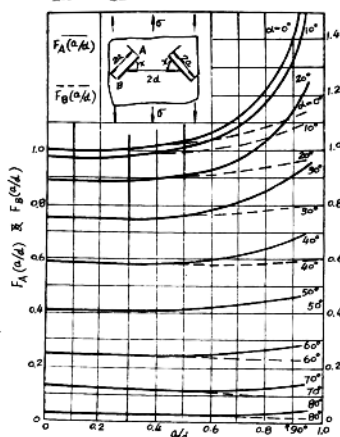


2-6 在“无限大”平板中有两个互相倾斜的等长裂纹

$$K_{IA} = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F_A(a/d)$$

$$K_{IB} = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F_B(a/d)$$

$$K_{IIA} = K_{IIB} = 0$$



2-7 在“无限大”平板中有两个等长度的平行裂纹，在裂纹尖端A点处的应力强度因子
(1) 受均匀拉应力 σ ;

$$K_{IA} = \sigma \sqrt{\pi u} \cdot F(2a/d)$$

$$K_{IIA} = K_{IIIA} = 0$$

