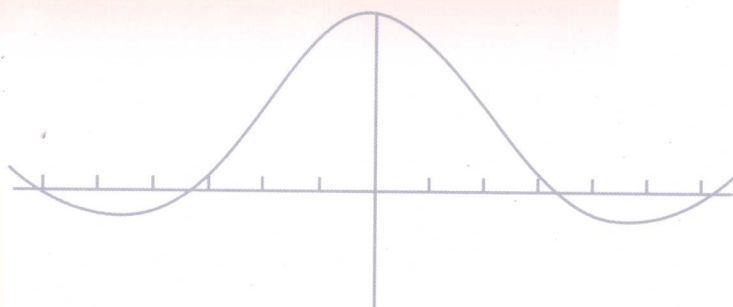


21世纪高等院校创新教材

图形计算器与 数学实验

江世宏 编著



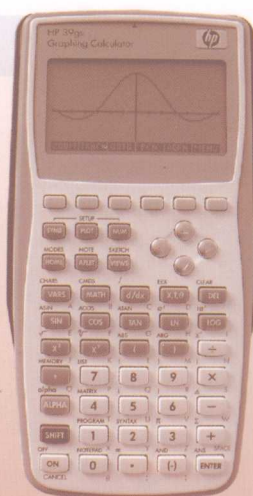
$$F1(X)=\text{SIN}(X)/X$$

$$F2(X)=$$

$$F3(X)=$$

$$F4(X)=$$

$$F5(X)=$$



科学出版社

www.sciencep.com

21 世纪高等院校创新教材

图形计算器与数学实验

江世宏 编著

科学出版社

北京

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

内 容 提 要

本书分为四篇. 第一篇介绍了应用图形计算器解决高等数学中求极限、求导数、求定积分、求级数和函数作图等问题, 可在大学一年级上学期的高等数学教学中进行讲授; 第二篇介绍了应用图形计算器解决线性代数中的一些烦琐的计算问题, 可在大学二年级上学期的线性代数教学中配合使用; 第三篇介绍了图形计算器在概率论与数理统计中的应用, 可在大学二年级下学期的概率论与数理统计教学中配合使用; 第四篇介绍了图形计算器编程语言和常见的数学结构用程序来描述的方法, 可在大学一年级的下学期讲授, 它将对高等数学和 C 程序设计的教学起到一定的辅助作用.

本书是一本专门介绍图形计算器(HP 39gs)辅助大学数学的教与学的实验教材, 也可以作为介绍图形计算器应用的一本参考书, 对于致力于现代教育技术研究和数学教学改革的研究人员也具有一定的参考价值.

图书在版编目(CIP)数据

图形计算器与数学实验/江世宏编著. —北京: 科学出版社, 2008

21 世纪高等院校创新教材

ISBN 978-7-03-023732-3

I. 图… II. 江… III. ①数学—计算机辅助教学—高等学校—教材
②电子计算器—高等学校—教材 IV. O1-42 TP323

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 200846 号

责任编辑: 张颖兵 曾 莉 / 责任校对: 梅 莹

责任印制: 彭 超 / 封面设计: 苏 波

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

湖北万隆印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 12 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2008 年 12 月第一次印刷 印张: 13 1/2

印数: 1—2 000 字数: 256 000

定价: 26.80 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

随着科技与经济的飞速发展,数学的地位发生了巨大的变化.一是把数学学科提高为数学科学,与自然科学、社会科学并列为三大基础;二是把数学同科学计算与理论研究、科学实验并列为科学研究的三大支柱,计算机是不可缺少的工具.高等学校作为培养未来科技工作者的摇篮,其人才培养的规格也应符合未来科技对人才的要求,应更加重视数学教学、科学计算方法与科学实验方法的介绍和计算机的熟练使用.

为了使高等教育适应未来科技发展对人才培养所提出的要求,许多国家对高等教育进行了改革.美国是世界上高等教育最发达的国家之一,近几十年来,信息技术的发展对美国的大学数学教育的变革产生了重大的影响,在数学教学中注重引入计算工具和可视化软件,采用多种形式营造主动学习的环境.最主要的改变有:

教材构成从单一的纸质教材形成了立体化、系统化、网络化的教材.从过去单纯讲授数学理论,改变为更注重从实际问题提炼数学概念、数学方法和数学应用技术的介绍,以及运用数学知识解决实际问题的能力培养.

在教材编写与课堂教学中,明确提出要贯彻“四规则”和“Archimedes 方法”.四规则是指每个概念都要从图形、数值、代数和语言四个方面进行描述,Archimedes 方法是指形式化的数学定义与方法要根据其实际背景的考察而得出.

作为信息技术发展的一个最直接的体现,在教材编写与课堂教学中,广泛应用图形计算器和计算机,引进了称之为“Computer Exploration”或“Applied Project”的数学实验的内容.实现高等数学、线性代数、概率论与数理统计等传统内容和计算机技术的有机结合,也使传统内容出现了新的面孔.

在教学中,鼓励学生使用图形计算器主动参与探索问题,并提出解决问题的方案,使数学的学习模式变为:问题→实验→观察→猜想→分析→验证→举例.

数学的学习,对人的创造、归纳、演绎和数学建模这四种素质的培养,可以发挥较大作用.长期以来,由于受到计算工具的制约,数学教学往往偏重归纳与演绎能力的训练,而忽视了创造与数学建模素质的培养.近年来,由于信息技术的发展,使数学已经成为一种能够普遍实施的技术,为我们在大学数学教学中实施对学生进行创造和数学建模素质的培养提供了最佳时机.

大学数学的教学学时有限,要想在大学数学的教学中,使学生掌握数学与科学计算、科学实验的基本知识,掌握计算机应用技术,培养学生创造与数学建模的素质,必须引入现代化的教育技术手段来加以辅助.

从2000年以来,我校在大学数学的教学中引入惠普图形计算器,用来辅助“高等数学”、“线性代数”、“概率论与数理统计”和“程序设计”的教学.本书是在我们教学实践的基础上,专为工科大学生而编写的一本关于图形计算器的数学实验教材.

全书共分四篇:第一篇为高等数学,第二篇为线性代数,第三篇为概率论与数理统计,第四篇为图形计算器编程.在每一篇中,介绍了如何运用 HP 39gs 的绘图、计算与编程功能做数学实验.实验分为两类,第一类是基本实验,主要用来学习和理解数学知识;第二类是综合实验,主要是运用所学过的数学知识,建立数学模型来解决实际问题,每篇还配备了一定数量的数学实验习题.

利用图形计算器辅助大学数学的教学时,教师应尽量遵照“四规则”来组织教学活动,学生应学会采用“探索研究”方法进行学习.这种新的教与学的方式,可让学生学会用数学解决实际问题的方法,学会用探索实验的方法去发现数学问题,提高自学能力与获取知识的能力.由于整个教学过程中,要借助图形计算器,这可让学生熟练地掌握图形计算器这一现代化的教育技术,对今后学习计算机应用软件和计算机编程打下一个较好的基础.

下面,我们给出两个应用图形计算器(HP 39gs)辅助数学教学方面的例子,来演示我们所倡导的教与学的方法.

【教学示例】讨论数列 $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n$ 的收敛性,若收敛,给出其极限的近似值.

第一步 用图形法观察数列的收敛性

$$u_n - u_{n-1} = \frac{1}{n} + \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

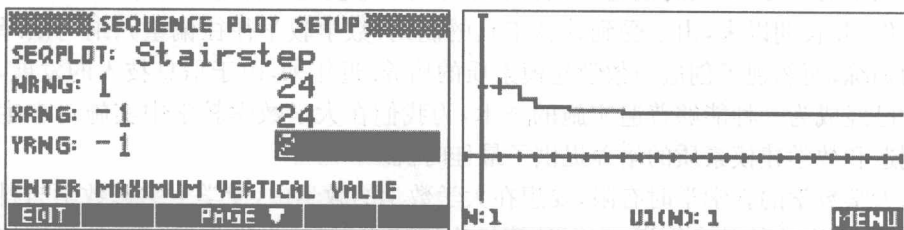
按 **[APLET]**, 选 Sequence, 按 **[START]**, 输入递归数列

$$U1(1) = 1$$

$$U1(2) = 1 + 1/2 - \ln(2)$$

$$U1(N) = 1/N + \ln(1 - 1/N) + U1(N - 1)$$

按 **[SHIFT]** **[PLOT]**, 按下图设置作图参数, 再按 **[PLOT]**, 作数列图像.



从图像可以看出, 数列呈收敛趋势.

第二步 用数值法观察数列的收敛性

按 **[SHIFT]** **[NUM]**, 按下图设置数值计算参数, 再按 **[NUM]**, 计算数列值.

SEQUENCE NUMERIC SETUP				N	U1		
NUMSTART:	1000			1000	.5777156		
NUMSTEP:	1000			2000	.5774656		
NUMTYPE:	Automatic			3000	.5773823		
NUMZOOM:	4			4000	.5773407		
				5000	.5773157		
				6000	.577299		
ENTER ZOOM FACTOR				1000			
EDIT			PLOT	ZOOM	1	END	DEFN

从数值计算的表列中可以看出, 该数列收敛, 且其极限值约为 0.577.

第三步 用代数或分析法证明数列的收敛性

对于 $x > 0$, 由微分中值定理, 有

$$\frac{1}{1+x} < \frac{\ln(1+x) - \ln 1}{x} = \frac{1}{1+\xi} < 1 \quad (0 < \xi < x)$$

即

$$\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$$

取 $x = \frac{1}{n}$, 有 $\frac{1}{n+1} < \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) < \frac{1}{n}$, 于是

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} &> \ln \frac{2}{1} + \ln \frac{3}{2} + \ln \frac{4}{3} + \cdots + \ln \frac{n+1}{n} \\ &= \ln \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdots \frac{n+1}{n} \right) = \ln(n+1) > \ln n \end{aligned}$$

故 $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n > 0$, 可见, 0 是该数列的下界.

又 $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) < 0$, 从而 $u_{n+1} < u_n$, 数列单调递减.

因此, 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ 存在.

第四步 用编程法计算数列极限的近似值

1 ► U;

1 ► N;

DO

N+1 ► N;

U+1/N+LN(1-1/N) ► V;

ABS(V-U) ► E;

V ► U:

UNTIL E<10⁻⁸ END:

DISP 4; "U="U:

FREEZE:

【学习示例】讨论方程 $\ln x = ax$ ($a > 0$) 可能的实根个数.

第一步 实验

按 [APLET], 选 Function, 按 START, 输入以下函数

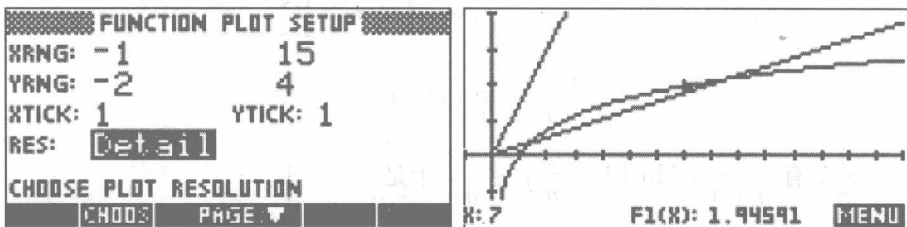
$$F1(X) = \ln(X)/(X > 0)$$

$$F2(X) = 0.25 * X / (X > 0)$$

$$F3(X) = 1.5 * X / (X > 0)$$

按 [ENTER].

按 [SHIFT] [PLOT], 按下图设置作图参数, 按 [PLOT], 作三个函数图像.



第二步 观察

从图像上可以观察到: $y = \ln x$ 与 $y = \frac{3}{2}x$ 在 $(0, +\infty)$ 上无交点, $y = \ln x$ 与 $y = \frac{1}{4}x$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个互异的交点.

第三步 猜测

存在 $x_0 > 0$, 当 $a > x_0$ 时, $y = \ln x$ 与 $y = ax$ 无交点, 即方程 $\ln x = ax$ 无根; 当 $a = x_0$ 时, $y = \ln x$ 与 $y = ax$ 有唯一交点, 即方程 $\ln x = ax$ 有唯一实根; 当 $a < x_0$ 时, $y = \ln x$ 与 $y = ax$ 有两个交点, 即方程 $\ln x = ax$ 有两个互异实根.

第四步 分析

作辅助函数 $f(x) = \ln x - ax$ ($x > 0$), 则 $f'(x) = \frac{1}{x} - a$. 当 $0 < x < \frac{1}{a}$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增; 当 $x > \frac{1}{a}$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减; 而 $f\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a - 1$.

(1) 当 $a = \frac{1}{e}$ 时, $f\left(\frac{1}{e}\right) = 0$, 即所给方程仅有唯一实根 $x = e$.

(2) 当 $0 < a < \frac{1}{e}$ 时, $f\left(\frac{1}{a}\right) > 0$, 由 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ 以及 $f(x)$ 的单调性可知, 所给方程在 $\left(0, \frac{1}{a}\right)$, $\left(\frac{1}{a}, +\infty\right)$ 内各有一个根.

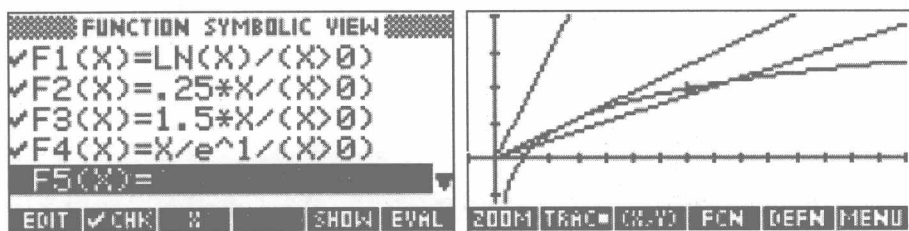
(3) 当 $a > \frac{1}{e}$ 时, $f\left(\frac{1}{a}\right) < 0$, 由 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ 以及 $f(x)$ 的单调性可知, 所给方程无实根.

第五步 验证与举例

在函数定义窗口中, 保留先前已定义的函数, 再定义新函数

$$F4(X) = X/e^{1/(X>0)}$$

仍保留原来的作图参数, 作这些函数的图像.



观察图像可以发现, 我们用分析方法所给出的结论是正确的.

编写这本教材的目的, 是为了向读者介绍 HP 39gs 图形计算器的使用方法以及如何利用它进行数学实验. 本教材的编写曾得到湖北省高等学校省级教学研究立项《应用图形计算器辅助数学教学的研究》(项目编号 2001199) 的支持, 也得到了国家级教学研究项目《现代教育技术在应用型人才培养数学教学中的应用研究》(项目编号 FIB070335 - A2 - 10) 的支持, 还得到了武汉工程大学教务处和北京博怡嘉华科贸有限公司的资助.

本书在编写过程中的主要参考资料一并在参考文献中列出, 对这些专家教授给予本书的帮助, 本人表示衷心的感谢. 本书的编写同时也得到了科学出版社的编辑和武汉工程大学数学教师的鼓励与帮助, 正是他们的鼓励与帮助, 才使笔者有信心将多年从事这方面教学的心得总结成书.

鉴于作者的水平有限, 错误与不妥之处在所难免, 恳请专家和读者批评指正.

编 者

2008 年 9 月 10 日

目 录

第一篇 高等数学

第一章 高等数学基本实验	003
实验一 单调有界准则与 e 极限	003
实验二 夹逼准则与 1 极限	006
实验三 函数连续点与间断点的判定	008
实验四 无穷小量阶数的判定	011
实验五 零点定理的几何意义与零点确定	012
实验六 切线定义的几何描述	014
实验七 符号求导	015
实验八 常用工程函数的近似效果演示	016
实验九 罗尔定理正确性的验证	016
实验十 函数的各阶泰勒公式的近似效果比较	018
实验十一 函数的单调性与极值判定	019
实验十二 函数的凹凸区间及拐点判定	020
实验十三 利用函数图像研究函数性态	021
实验十四 定积分的几何意义	022
实验十五 变上限函数求导	024
实验十六 定积分计算	025
实验十七 平面图形的面积计算	026
实验十八 旋转体的体积计算	029
实验十九 平面曲线的弧长计算	030
实验二十 向量运算	031
实验二十一 解方程组	032
实验二十二 级数的敛散性判断	034
实验二十三 求收敛级数的近似和	035
第二章 高等数学综合实验	038
综合实验一 用数值与图像方式描述数列极限	038
综合实验二 直角坐标系下的函数作图研究	040
综合实验三 参数方程的作图研究	044

综合实验四	极坐标方程的作图形究	045
综合实验五	接受能力与讲授时间的关系	047
综合实验六	还贷问题	048
综合实验七	存款问题	051
综合实验八	养老保险金问题	053
综合实验九	梯子问题	055
综合实验十	下雪时间的确定	057
高等数学实验习题		059

第二篇 线性代数

第三章	线性代数基本实验	065
实验一	逆序数计算	065
实验二	行列式计算	065
实验三	克莱姆法则	067
实验四	矩阵运算	069
实验五	求逆矩阵	070
实验六	伴随矩阵与逆矩阵	071
实验七	矩阵方程求解	072
实验八	初等行变换化阶梯形	073
实验九	矩阵求秩	074
实验十	向量组的最大无关组	075
实验十一	向量组的等价性	076
实验十二	线性方程组求解	078
实验十三	特征向量与特征值	080
实验十四	正定矩阵的判定	081
第四章	线性代数综合实验	083
综合实验一	平面上的多边形图形面积计算	083
综合实验二	象棋盘上的跳马问题	084
综合实验三	动物的繁殖问题	086
综合实验四	最小二乘问题	088
综合实验五	减肥食谱问题	091
综合实验六	图像的仿射变换问题	093
综合实验七	旋转变换问题	095
综合实验八	灌溉水网管理问题	097
线性代数实验习题		099

第三篇 概率论与数理统计

第五章 概率论与数理统计基本实验	105
实验一 古典概率计算	105
实验二 二项分布	106
实验三 超几何分布与二项分布的关系	107
实验四 泊松分布图像	108
实验五 二项分布与泊松分布的近似性	109
实验六 直方图	110
实验七 正态曲线的性态	111
实验八 服从正态分布的分布函数性态	113
实验九 服从正态分布的分布函数值的计算	114
实验十 3σ 准则	115
实验十一 中心极限定理	117
实验十二 常用统计量的计算	118
实验十三 相关性检验	119
实验十四 上尾概率计算	121
实验十五 上分位数计算	122
实验十六 单正态总体参数的置信区间估计	123
实验十七 双正态总体均值差的区间估计	127
实验十八 双正态总体方差比的区间估计	129
实验十九 单正态总体参数的假设检验	132
实验二十 双正态总体参数的假设检验	138
实验二十一 χ^2 检验法	140
实验二十二 秩和检验法	149
实验二十三 单因素试验的方差分析	154
实验二十四 线性回归与二次回归	157
实验二十五 利用线性回归方程作预测	159
实验二十六 非线性回归	162
第六章 概率论与数理统计综合实验	164
综合实验一 手机话费卡的选择问题	164
综合实验二 正态分布的检验	166
综合实验三 马尔可夫链问题	168
综合实验四 票券收集问题	171
概率论与数理统计实验习题	173

第四篇 图形计算器编程

第七章 图形计算器编程基本实验	177
实验一 输入语句	177
实验二 输出语句	180
实验三 选择语句	181
实验四 FOR 循环语句	183
实验五 WHILE 循环语句	188
实验六 DO 循环语句	190
实验七 BREAK 语句	191
实验八 STOP 语句	193
第八章 图形计算器编程综合实验	194
综合实验一 编程说明定积分中值定理的正确性	194
综合实验二 用梯形法求定积分近似值	195
综合实验三 利用幂级数展开式计算定积分近似值	197
综合实验四 多项式的求值	199
图形计算器编程实验习题	201
参考文献	203

第一篇

高等数学

高等数学是人类智慧最伟大的成就之一,它是有关运动和变化的数学.高等数学作为数学科学的一个重要组成部分,自诞生后的三百多年来,每一世纪都被证明其在阐明和解决来自数学、物理学、工程科学以及经济学、管理科学、社会学和生物科学等领域问题中具有强大的威力.正因为如此,高等数学已成为培养人才的重要内容.在全世界,高等数学已经成为理工科大学生的必修课程,而且正在成为所有专业的大学生的必修或选修课程.

像极限、连续、导数、定积分和级数这些概念,在高等数学中起着基础的作用,在实际中又有着广泛的应用.但这些概念对于大一学生来说,理解起来有一定难度.而高等数学中的求极限、求导数、求定积分、求级数和、求函数极值、求函数的泰勒展开等运算,也让大一学生感到难以掌握.

通过本篇的学习,学生可以利用图形计算器的作图与数值计算功能,直观地理解极限、连续、可导、定积分和级数等概念,掌握如何运用图形计算器求极限、求导数、求定积分、求极值、求级数和、求函数泰勒展开等运算,学习一些利用高等数学知识建立数学模型,解决实际问题的方法.

HP 39gs 这款图形计算器,其符号运算和多元函数微积分方面的功能不够强,因此,对这两方面的内容涉及得不多.

第一章 高等数学基本实验

实验一 单调有界准则与 e 极限

【例 1-1-1】说明数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 的存在性,并估计出该极限的近似值.

第一步 输入数列

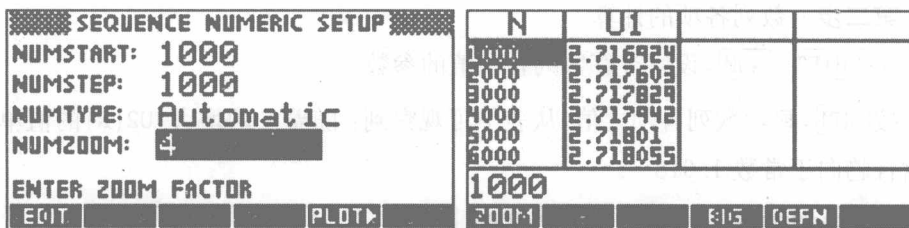
按 **APLET**,选 Sequence,按 **START**,输入数列第 1 项、第 2 项和一般项.



第二步 数列各项的计算

按 **SHIFT** **NUM**,进入数列数据设置窗口,参照下图设置数列计算的相关参数.

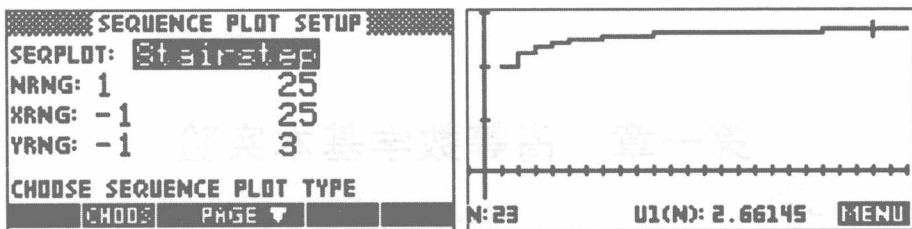
按 **NUM**,显示数列各项之值,从表中可观察到:随着 N 的增大, $U1(N)$ 的值趋向于常数 2.718...



第三步 绘制数列阶梯图

按 **SHIFT** **PLOT**,进入数列作图参数设置窗口,参照下图设置绘制数列阶梯图的相关参数.

按 **PLOT**,可画出数列阶梯图.



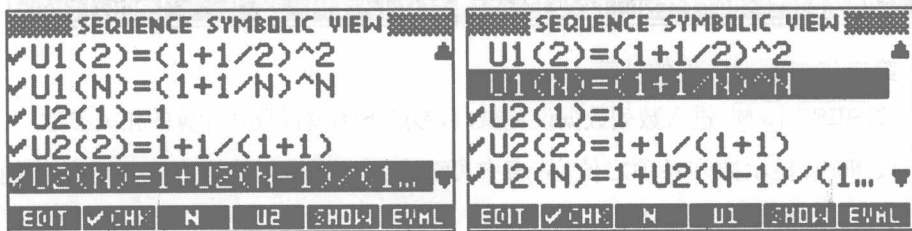
从图中可观察到,当 $N > 23$ 后,曲线的变化趋势呈水平状,这表明,数列出现了收敛的征兆.

【例 1-1-2】 利用图形计算器,说明以下数列极限的存在性,并利用单调有界数列的极限存在准则,严格地证明你的结论.

$$x_1 = 1 \quad x_n = 1 + \frac{x_{n-1}}{1 + x_{n-1}} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

第一步 输入数列

按 **[APLET]**, 选 Sequence, 按 **START**, 将这种以递推方式给出的数列, 赋给数列变量 $U_2(N)$. 按 **[▲]**, 选 $U_1(N)$, 再按 **✓CHK**, 取消对数列变量 $U_1(N)$ 的选取, 仅使 $U_2(N)$ 处于被选取的状态.



第二步 数列各项的计算

按 **[SHIFT]** **[NUM]**, 设置计算数列各项值的参数.

按 **[NUM]**, 显示数列各项之值, 从表中可观察到: 随着 N 的增大, $U_2(N)$ 的值单调递增且趋向于常数 1.618...

SEQUENCE NUMERIC SETUP			
NUMSTART:	8		
NUMSTEP:	1		
NUMTYPE:	Automatic		
NUMZOOM:	4		
ENTER STARTING VALUE FOR TABLE			
EDIT		PLT	

N	U2		
8	1.618033		
9	1.618034		
10	1.618034		
11	1.618034		
12	1.618034		
13	1.618034		
8			
ZOOM		DIS	DEFN

第三步 分析证明

显然, $x_n > 1$, $x_2 > x_1$, 而

$$x_{n+1} - x_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{(1 + x_{n-1})(1 + x_n)}$$

由归纳法, 不难推得: $x_{n+1} > x_n$, 即该数列单调递增.

由 $x_{n+1} = 1 + \frac{x_n}{1 + x_n} < 1 + \frac{x_n}{x_n} = 2$, 说明该数列以 2 为上界.

据单调有界数列的极限存在准则, 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$, 对递推表达式两边取极限, 有

$$A = 1 + \frac{A}{1 + A}$$

解之得

$$A = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618$$

【例 1-1-3】 利用图形计算器, 说明以下数列的极限存在, 并估计出极限的近似值.

$$x_1 = 2 \quad x_n = \frac{1}{2} \left(x_{n-1} + \frac{2}{x_{n-1}} \right) \quad (n = 2, 3, \dots)$$

这种由递推式给出的数列, 在数学上还有一个名称, 叫作迭代式. 利用图形计算器, 计算迭代式各项有一个更简便的方法.

第一步 输入迭代

按 **[HOME]**, 进入数值计算窗口, 在命令行中输入命令 $2 \blacktriangleright X$, 按 **[ENTER]**, 执行该命令, 将迭代初值 2 赋给 X, 即 $X = 2$.

在命令行中输入命令 $(X + 2/X)/2 \blacktriangleright X$, 按 **[ENTER]**, 执行该命令, 得到第 1 个迭代值并将它赋给 X, 则 $X = 1.5$.

第二步 迭代操作

按 **[Δ]**, 选择屏幕上的迭代式 $(X + 2/X)/2 \blacktriangleright X$, 按 **COPY**, 将迭代式复制到命令

