普通高等教育"十一五"国家级规划教材配套参考书

祝之光　编

物理学

（第三版）

习题分析与解答

祝之光　主编

PHYSICS

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

物理学

（第三版）

习题分析与解答

祝之光　主编

李佐周　易正湘　编

高等教育出版社

内容简介

本书是“十一五”国家级规划教材——祝之光编《物理学》(第三版)的配套教学用书。书中对主教材内所有的习题和讨论题都作了详细解答。书中还给出七篇自测题,并给出相应的解答。在解题过程中,十分注意结合物理知识及背景介绍各部分和各种类型题目(包括选择题和填空题)的解题思路和解题方法,具有通用性。

本书可作为使用祝之光编《物理学》(第三版)的师生的教学参考书,也可供使用其他理工科大学物理教材的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

物理学(第三版)习题分析与解答/祝之光主编. —北京:高等教育出版社,2008.12

ISBN 978-7-04-024870-8

Ⅰ.物… Ⅱ.祝… Ⅲ.物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 176660 号

策划编辑 陶 铮 **责任编辑** 王文颖 **封面设计** 张 志 **责任绘图** 黄建英
版式设计 余 杨 **责任校对** 杨雪莲 **责任印制** 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010—58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	**免费咨询**	800—810—0598
邮政编码	100120	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010—58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京市鑫霸印务有限公司	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	**版　　次**	2008 年 12 月第 1 版
印　　张	19.5	**印　　次**	2008 年 12 月第 1 次印刷
字　　数	360 000	**定　　价**	24.60 元

物料号　24870—00

前言

祝之光编《物理学》(第三版)是普通高等教育"十一五"国家级规划教材。本书是与其相配套的系列教学参考书之一。

本书对祝之光编《物理学》(第三版)中的全部习题、讨论题都作了详细的解答,供使用该教材的师生参考。为帮助学生检验自己的学习,还增加了一些自测题和相应的答案。祝之光编《物理学》(第三版)的习题和讨论题都具有较好的典型性和代表性;本书提供的解答十分注意结合物理知识介绍各部分、各种类型的题目的解答思路和解题方法,即使对选择题和自测题也是如此。因此,本书具有一定的通用性,可以供使用其他大学物理教材的师生参考。希望同学们在使用本书时,先不要看解答,自己独立完成练习后,再行核对。为帮助学生更深入地领会教学要求,理解教材内容,并掌握每章的基本题型和基本解题方法,编者还另外编写了学习辅导书作为与教材配套的系列参考书,建议同学们在学习中与本书配合使用。

本书第一、第二、第三、第六、第七、第八章由广东工业大学李佐周教授编写;第四、第五、第九、第十、第十一、第十二章由武汉理工大学易正湘教授编写。由于水平有限,难免出现错漏,恳请读者批评指正。

编者

2007年12月

目　录

第一章

质点运动 时间 空间

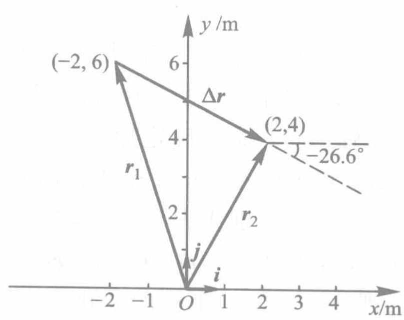
1-1 一质点在平面上作曲线运动，t_1时刻的位置矢量为 $\boldsymbol{r}=(-2\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j})$，$t_2$时刻的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2=(2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})$. 求：(1) 在 $\Delta t=t_2-t_1$时间内位移的矢量式；(2) 该段时间内位移的大小和方向；(3) 在坐标图上画出 $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$及 $\Delta\boldsymbol{r}$.（题中 r 以 m 为单位，t 以 s 为单位.）

解：(1) $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})-(-2\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j})=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$

(2) $|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=\sqrt{4^2+(-2)^2}\ \text{m}=\sqrt{20}\ \text{m}=4.47\ \text{m}$

$$\tan\angle(\Delta\boldsymbol{r},\boldsymbol{i})=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-2}{4}=-0.5,\quad \angle(\Delta\boldsymbol{r},\boldsymbol{i})=-26.6^\circ$$

(3) $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$和 $\Delta\boldsymbol{r}$ 坐标图如题 1-1 解图所示.



题 1-1 解图

1-2 一质点作直线运动，其运动方程为 $x=1+4t-t^2$，其中 x 以 m 为单位，t 以 s 为单位. 求：(1) 第 3 s 末质点的位置；(2) 前 3 s 内的位移大小；(3) 前 3 s 内经过的路程.（注意质点在何时速度方向发生变化）；(4) 通过以上计算，试比较位置、位移、路程三个概念的差别.

解：(1) 将 $t=3$ s 代入运动方程 $x=1+4t-t^2$ 得

$$x_3=1\ \text{m}+4\times3\ \text{m}-3^2\ \text{m}=4\ \text{m}$$

(2) $\Delta x_{0\sim3}=x_3-x_0=4\ \text{m}-1\ \text{m}=3\ \text{m}$ 方向沿 x 轴正向

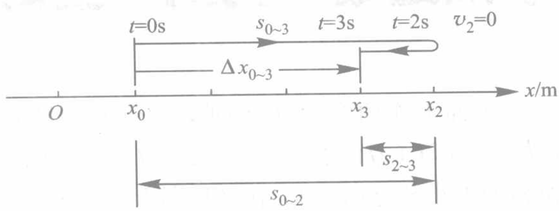
(3) 由 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-2t=0$ 知 $t=2$ s 时,质点运动反向,0 ~ 2 s 和 2 ~ 3 s 内质点的路程分别是

$$s_{0\sim2}=x_2-x_0=(1+4\times2-2^2)\text{m}-1\ \text{m}=4\ \text{m}$$

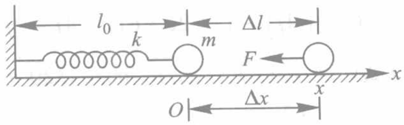
$$s_{2\sim3}=x_2-x_3=5\ \text{m}-4\ \text{m}=1\ \text{m}$$

所以
$$s_{0\sim3}=s_{0\sim2}+s_{2\sim3}=4\ \text{m}+1\ \text{m}=5\ \text{m}$$

(4) x_3、$\Delta x_{0\sim3}$ 和 $s_{0\sim3}$ 如题 1-2 解图(a)所示比较如下:



(a)



(b)

题 1-2 解图

位置 质点某时刻所在空间点的位置,用从原点引向此点的矢量 $\boldsymbol{r}$(位矢)或此点的三个空间坐标(x,y,z)决定,运动中 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 即运动方程. 直线运动中,取运动轨迹(直线)为坐标轴(如 x 轴),确定原点后,矢量的方向可用正、负表示. 如位置坐标 $x>0$,表示位置由原点指向 x 轴正方向侧;$x<0$ 表示位置由原点指向 x 轴负方向侧. 图中 x_0、x_2、x_3 分别代表 $t=0$, $t=2$s 和 $t=3$ s 时质点的位置.

位移 某段时间内位置的变化 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$,是矢量. 直线运动中取轨迹为坐标轴(如 x 轴),则简化为位置坐标的变化 Δx. 矢量性也由正、负表示,$\Delta x>0$,表示位移方向沿 x 轴正向;$\Delta x<0$ 表示位移方向沿 x 轴负向. 图中 $\Delta x_{0\sim3}=x_3-x_0>0$,表示位移沿 x 轴正向. 一般来说,位置坐标 x 和位移 Δx 是不同的. 但若原点选取恰当,使 $t=0$ 时质点位于原点,则在从 $t=0$ 起的任意时段内,质点的位移和该时段末的位置相等,即 $x=\Delta x$. 以无阻尼水平弹簧振子为例. 如题 1-2 解图(b)所示,原长为 l_0,劲度系数为 k 的弹簧一端固定,另端系一质量为 m 的振子,置于光滑的水平面上. 取振子 m 的平衡位置(此时弹簧无形变)为坐标原点 O,则当振子的坐标为 x 时,其位移 $\Delta x=x$,此时弹簧形变量 $\Delta l=\Delta x=x$,则由胡克定律,振子所受弹簧弹性力可表达为 $\boldsymbol{F}=-kx$(式中负号代表弹性力方向与

位移方向相反，始终指向平衡位置 O).

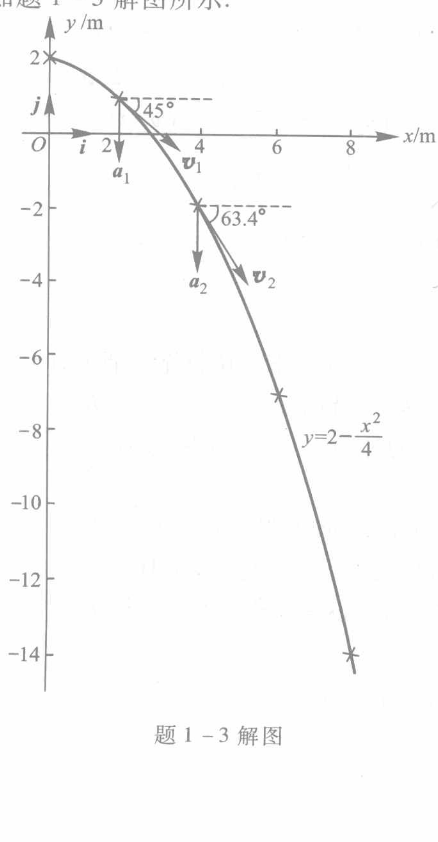
路程 某段时间内沿质点运动轨迹量度累计所得总长度，为标量，恒取正值. 路程与位移的大小一般不相等，只有当质点作单方向的直线运动，或在$\Delta t \to 0$（趋于零）的极限情况下，路程与位移的大小才相等. 本题质点作减速直线运动，$t=2$ s时，速度减小至零，以后质点作反向运动. 前 3 s 内质点的路程应为0 ~ 2 s和 2 ~ 3 s 内两段路程累计之和为 5 m，而质点在前 3 s 内的位移为 3 m，第 3 s 的位置为 4 m，三者大小都不相同.

1 – 3 已知一质点的运动方程为 $x=2t, y=2-t^2$，式中 t 以 s 为单位，x 和 y 以 m 为单位.（1）计算并图示质点的运动轨迹；（2）求出 $t=1$ s 到 $t=2$ s 这段时间质点的平均速度；（3）计算 1 s 末和 2 s 末质点的速度；（4）计算 1 s 末和 2 s 末质点的加速度.

解：（1）由 $x=2t$ 得 $t=\frac{x}{2}$，代入 $y=2-t^2$ 得

$$y=2-\frac{x^2}{4},$$

轨迹为抛物线，如题 1 – 3 解图所示.



题 1 – 3 解图

t/s	0	1	2	3	4	…
x/m	0	2	4	6	8	…
y/m	2	1	−2	−7	−14	…

(2) $t=1\ \text{s}\to 2\ \text{s}$, $\Delta t=(2-1)\ \text{s}=1\ \text{s}$

$$\Delta x=4\ \text{m}-2\ \text{m}=2\ \text{m},\quad \Delta y=-2\ \text{m}-1\ \text{m}=-3\ \text{m}$$

由$\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}$,得$\bar{\boldsymbol{v}}_{1\ \text{s}-2\ \text{s}}=(2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

(3) $v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $v_y=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-2t\ (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$

由$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}$得

$$\boldsymbol{v}_1=(2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$
$$\boldsymbol{v}_2=(2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

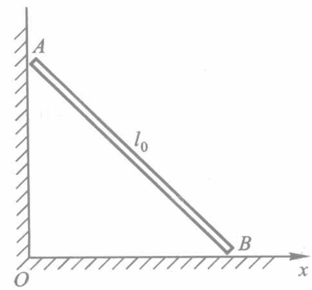
且由 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$, $\tan\angle(\boldsymbol{v},\boldsymbol{i})=\dfrac{v_y}{v_x}$得

$$v_1=\sqrt{2^2+(-2)^2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}=2\sqrt{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$
$$\tan\angle(\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{i})=-1,\quad \angle(\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{i})=-45^\circ$$
$$v_2=\sqrt{2^2+(-4)^2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}=2\sqrt{5}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$
$$\tan\angle(\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{i})=-2,\quad \angle(\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{i})=-63.4^\circ$$

(4) $a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0$, $a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=-2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

由$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}=-2\boldsymbol{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,得$\boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{a}_2=-2\boldsymbol{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,且$a_1=a_2=2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2$都沿$y$轴负向.

1－4 如图所示,长为l_0的木梯AB斜靠在墙上,$t=0$时梯的A端到地面的高度为h.当A端以匀速v_0沿墙面下滑时,求梯B端的运动方程及t时刻的速度v.题中各量均为SI单位.



题1－4图

解:任意时刻t,A端沿墙面下滑距离v_0t.由题意知,此时A端距地面高度$OA=h-v_0t$.设t时刻B端的坐标为x,由图中的几何关系(称约束)可得B端的运动方程:

$$x=\sqrt{l_0^2-(h-v_0t)^2}$$

B端速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0(h-v_0t)}{\sqrt{l_0^2-(h-v_0t)^2}}$$

***1－5**　将物体以初速 v_0 竖直上抛. 取 y 轴原点为抛出点，正方向向上. 小球加速度的大小 g 为常量. 试用积分法导出物体在任一时刻 t 的速度 v 和位移 y 的表达式. 题中各量均为 SI 单位.

解：题设 y 轴正方向向上，而物体加速度方向向下，则 $a=-g$.

由 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-g$，有 $\mathrm{d}v=-g\mathrm{d}t$，两边取积分

$$\int \mathrm{d}v=\int -g\mathrm{d}t$$

$$v=-gt+C_1$$

因为 $t=0$ 时，$v=v_0$，代入上式得 $C_1=v_0$. 故

$$v=v_0-gt$$

又 $v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，有 $\mathrm{d}y=v\mathrm{d}t=(v_0-gt)\mathrm{d}t$，两边取积分

$$\int \mathrm{d}y=\int (v_0-gt)\mathrm{d}t$$

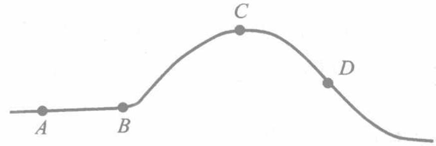
$$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2+C_2$$

由题设抛出点为 y 轴原点，即 $t=0$ 时，$y=0$，代入上式得 $C_2=0$. 故

$$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

物体沿 y 轴作直线运动，初始时刻位于原点，则任一时刻的位置（y 坐标）与其位移一致. 因此，上式即为上抛物体位移的表达式.

1－6　球无摩擦地沿如图所示的坡路上加速滑动，试分别讨论在 A 点（平地上）、B 点（上坡起点）、C 点（坡的最高点）和 D 点（下坡路中的一点），关系式 $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 是否成立？为什么？$\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}>0\right)$



题 1－6 图

答:因为$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}$是总加速度，$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$代表总加速度的大小;而$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a_{\mathrm{t}}$，当$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}>0$时代表切向加速度的大小. 总加速度的大小$a=\sqrt{a_{\mathrm{t}}^2+a_{\mathrm{n}}^2}$. 在曲线运动中,$a_{\mathrm{n}}\neq0$,$a\neq a_{\mathrm{t}}$;直线运动中$a_{\mathrm{n}}=0$,$a=a_{\mathrm{t}}$. 因此,$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}>0$时关系式$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$在$A$点成立;在$B$点和$C$点不成立;若下坡段平直,则在$D$点也成立.

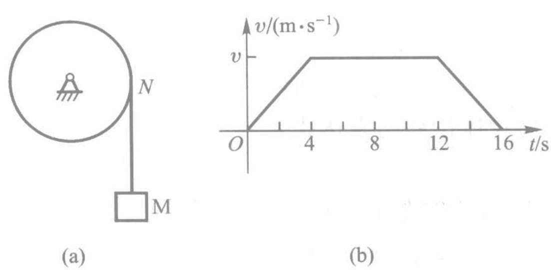
1－7　一质点作圆周运动的运动方程为$\theta=2t-4t^2$(θ以 rad 为单位,t以 s 为单位),在$t=0$时开始逆时针转动. 问:(1) $t=0.5$ s 时,质点以什么方向转动;(2) 质点转动方向改变的瞬间,它的角位置θ等于多少?

解:(1) $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=2-8t$

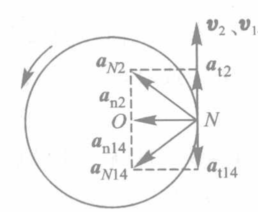
当$t=0.5$ s 时,$\omega=2\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}-8\times0.5\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}=-2\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}<0$. 此时刻质点沿顺时针方向转动.

(2) 令$\omega=2-8t=0$,得$t=0.25$ s 时质点开始转向. 此刻$\theta=(2\times0.25-4\times0.25^2)\ \mathrm{rad}=0.25\ \mathrm{rad}$.

1－8　如图所示,图(a)为矿井提升机示意图,绞筒的半径$r=0.5$ m. 图(b)为料斗 M 工作时的$v-t$图线,图中$v=4\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. 试求$t=2$ s,8 s,14 s 时绞筒的角速度、角加速度和绞筒边缘上一点N的加速度.



题 1－8 图



题 1－8 解图

解:设绳在绞筒上不打滑,则绞筒边缘上任一点的速度、切向加速度a_{t}与料斗 M 的速度,加速度相同,它们的变化也相同. 由$v=r\omega$,$a_{\mathrm{t}}=r\alpha$,$a_{\mathrm{n}}=r\omega^2$和$a_N=\sqrt{a_{\mathrm{t}}^2+a_{\mathrm{n}}^2}$及　$\tan\angle(\boldsymbol{a}_N,\boldsymbol{v})=\frac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}$　得

$$\omega_2=\frac{v_2}{r}=\frac{2}{0.5}\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}=4\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1},\quad 逆时针$$

$$a_{t2}=a_{0\sim4}=\frac{v_4-v_0}{t_4-t_0}=\frac{4}{4}\mathrm{m\cdot s^{-2}}=1\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}，向上$$

$$\alpha_2=\frac{a_{t2}}{r}=\frac{a_{0\sim4}}{r}=\frac{1}{0.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}=2\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}，逆时针$$

$$a_{n2}=r\omega_2^2=0.5\times4^2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$a_{N2}=\sqrt{a_{t2}^2+a_{n2}^2}=\sqrt{1^2+8^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8.06\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\angle(\boldsymbol{a}_{N2},\boldsymbol{v}_2)=\arctan\frac{a_{n2}}{a_{t2}}=\arctan\frac{8}{1}=82.9°$$

$\boldsymbol{a}_{N2}$方向如题 1－8 解图所示.

$$\omega_8=\frac{v_8}{r}=\frac{4}{0.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}=8\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}，\quad 逆时针$$

$$a_{t8}=a_{4\sim12}=0$$

$$\alpha_8=\frac{a_{t8}}{r}=\frac{a_{4\sim12}}{r}=0$$

$$a_{N8}=a_{n8}=r\omega_8^2=0.5\times8^2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=32\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}，方向由\ N\to O$$

$$\omega_{14}=\frac{v_{14}}{r}=\frac{2}{0.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}=4\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}，\quad 逆时针$$

$$a_{t14}=a_{12\sim14}=-1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}，\quad 向下$$

$$\alpha_{14}=\frac{a_{t14}}{r}=\frac{a_{12\sim16}}{r}=-\frac{1}{0.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}=-2\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}，\quad 顺时针$$

$$a_{n14}=r\omega_{14}^2=0.5\times4^2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$a_{N14}=\sqrt{a_{t14}^2+a_{n14}^2}=\sqrt{(-1)^2+8^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8.06\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\angle(\boldsymbol{a}_{N14},\boldsymbol{v}_{14})=180°-\arctan\frac{a_{n14}}{a_{t14}}=180°-\arctan\frac{8}{1}$$
$$=180°-82.9°=97.1°$$

$\boldsymbol{a}_{N14}$方向如题 1－8 解图所示.

1－9 质点从静止出发沿半径 $R=3$ m 的圆周作匀变速运动，切向加速度 $a_t=3\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. 问：(1) 经过多少时间后质点的总加速度恰好与半径成 45°角？(2) 在上述时间内，质点所经历的角位移和路程各为多少？

解：(1) 当$\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{e}_n)=45°$时， $a_n=a_t=3\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

而 $a_n=R\omega^2$，$a_t=R\alpha$. 又 $v_0=0$，则 $\omega_0=0$，$a_t=$常量，则 $\alpha=$常量. 有 $\omega=\omega_0+\alpha\Delta t=\frac{a_t}{R}\Delta t$.

由于 $a_n=R\left(\frac{a_t}{R}\Delta t\right)^2=3$， $\frac{a_t^2}{R}\Delta t^2=3$， $\Delta t^2=1\ \mathrm{s^2}$故得

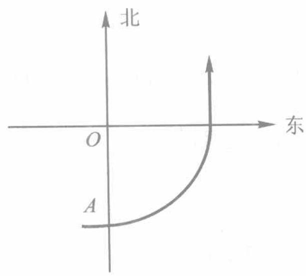
$$\Delta t = 1\ \mathrm{s}$$

(2) $\Delta\theta = \omega_0 \Delta t + \dfrac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 = \dfrac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$

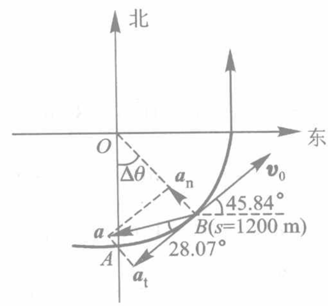
$$= \frac{1}{2}\ \frac{a_t}{R}(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}\times\frac{3}{3}\times 1^2\ \mathrm{rad} = 0.5\ \mathrm{rad}$$

$$s = R\Delta\theta = 3\times 0.5\ \mathrm{m} = 1.5\ \mathrm{m}$$

1－10　列车沿圆弧轨道行驶如图,方向由西向东逐渐变为向北,其运动规律 $s=80t-t^2$(s 以 m 为单位,t 以 s 为单位).当 $t=0$ 时,列车在 A 点,此圆弧轨道的半径为1 500 m.若把列车视为质点,求列车从 A 点行驶到 $s=1\ 200$ m 处的速率和加速度.



题 1－10 图



题 1－10 解图

解:列车反向运动前,$s=s(t)$是列车的运行路程,速率 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$,切向加速度 $a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t}$,法向加速度 $a_n=\dfrac{v^2}{R}$.

由 $s=80t-t^2=1\ 200$,可求出 $s=1\ 200$ m 对应的时刻 $t_1=20$ s,$t_2=60$ s.

由 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=80-2t$,当 $t=20$ s 时,$v=40\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

当 $t=60$ s 时,$v=-40\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,代表列车反向运动,不合题意,应舍去.

$t=20$ s 时,质点角位移(以 OA 为起始线)

$$\Delta\theta = \theta-\theta_0 = \theta = \frac{s}{R} = \frac{1\ 200}{1\ 500}\ \mathrm{rad} = 0.8\ \mathrm{rad} = 45.84^\circ$$

由题 1－10 解图 $\angle AOB=\Delta\theta$,$\boldsymbol{v}\perp OB$,所以 $s=1\ 200$ m 处 $v=40\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,方向为东偏北 45.84°,或表示为

$$\boldsymbol{v} = 40(\cos 45.8^\circ\boldsymbol{i} + \sin 45.8^\circ\boldsymbol{j})$$

由 $a_t=\dfrac{dv}{dt}=-2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$，$a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{40^2}{1\ 500}\mathrm{m\cdot s^{-2}}=\dfrac{16}{15}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$，得

$$\boldsymbol{a}=a_t\boldsymbol{e}_t+a_n\boldsymbol{e}_n=-2\boldsymbol{e}_t+\frac{16}{15}\boldsymbol{e}_n$$

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{2^2+\left(\frac{16}{15}\right)^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=2.27\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}_t)=\arctan\frac{a_n}{|a_t|}=\arctan\frac{16/15}{2}=28.07^\circ$$

1－11　从伽利略坐标变换式(1－14)导出伽利略速度变换式和加速度变换式.

解：伽利略坐标变换式

$$\begin{cases}x'=x-ut\\y'=y\\z'=z\\t'=t\end{cases}$$

由

$$\begin{cases}dx'=dx-udt\\dy'=dy\\dz'=dz\\dt'=dt\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}\dfrac{dx'}{dt'}=\dfrac{dx}{dt}-u\\[2mm]\dfrac{dy'}{dt'}=\dfrac{dy}{dt}\\[2mm]\dfrac{dz'}{dt'}=\dfrac{dz}{dt}\end{cases}$$

可得伽利略速度变换式

$$\begin{cases}v'_x=v_x-u\\v'_y=v_y\\v'_z=v_z\end{cases}$$

又由

$$\begin{cases}dv'_x=dv_x\\dv'_y=dv_y\\dv'_z=dv_z\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}\dfrac{dv'_x}{dt'}=\dfrac{dv_x}{dt}\\[2mm]\dfrac{dv'_y}{dt'}=\dfrac{dv_y}{dt}\\[2mm]\dfrac{dv'_z}{dt'}=\dfrac{dv_z}{dt}\end{cases}$$

可得伽利略加速度变换式

$$\begin{cases}a'_x=a_x\\a'_y=a_y\\a'_z=a_z\end{cases}，即\quad \boldsymbol{a}'=\boldsymbol{a}$$

1 - 12 计算对应如下速度 u 的 β 的数值和 γ 的数值:

$u/(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$	$\beta=u/c$	$\gamma=1\Big/\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}$
50		
1×10^3		
3×10^5		
2.5×10^8		

解:由 $\beta=\dfrac{u}{c}$,$\gamma=\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 经计算,将结果列表如下:

$u/(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$	$\beta=u/c$	$\gamma=1\Big/\sqrt{1-\beta^2}$
50	1.67×10^{-7}	≈1
1×10^3	3.3×10^{-6}	≈1
3×10^5	1×10^{-3}	1.000 000 5
2.5×10^8	0.833	1.81

1 - 13 回答下列问题:

(1) 两事件,在惯性系 K 发生在同一时刻和不同地点,它们在任何其他惯性系中是否也同时发生?两事件的空间间隔是否相同?

(2) 把两条相同的棒,分别放在两列朝相反方向运动的火车上,两车相对地球的速率相同. 问在下述的两种情况中,地面上的观察者观察到的两棒是否一样长?

(a) 两棒互相平行放置;

(b) 两棒互相垂直放置,其中一条与运动方向平行.

(3) 有一宇宙火箭相对于地球飞行. 在地球上的观察者观测到火箭上的物体长度缩短,且时钟变慢. 有人根据这一点作出结论:火箭上的观测者观测到地球上的物体比火箭上同类的物体更长,时钟更快. 这个结论对吗?

(4) 两艘飞船朝相反方向飞离地球,相对于地球的速率都等于 $0.9c$,这两艘飞船彼此的相对速度是不是 $1.8c$?

答:(1) 由 $\Delta t'=\gamma\left(\Delta t-\dfrac{u}{c^2}\Delta x\right)$和 $\Delta x'=\gamma(\Delta x-u\Delta t)$知若 $\Delta t=0$ 而 $\Delta x\neq0$ 时 $\Delta t'=-\gamma\dfrac{u}{c^2}\Delta x\neq0$,且 $\Delta x'=\gamma\Delta x$. 即在惯性系 K 中发生于同一时刻而不同地点

的两事件，在其他惯性系中将不再同时发生，并且两事件发生地点之间的空间间隔也不相同.

（2）长度收缩发生在运动方向上，与运动垂直的方向上不会发生长度收缩．并且运动物体在运动方向上的长度缩短为固有长度的 γ 分之一．因此：

（a）因为两棒相对地面的运动速率 u 相同，则 $\gamma = 1\Big/\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}$ 相同．当两棒平行放置时，地面上的观测者，测得两棒沿相对运动方向的长度按相同比率 γ 收缩，而沿垂直运动方向的长度都不收缩，所以测得两棒的长度相同.

（b）两棒中与运动方向平行者将发生长度收缩，而与运动方向垂直者没有长度收缩，因此测得两棒的长度不同.

（3）不对．由狭义相对论的相对性原理：所有惯性系对一切物理定律都是等价的．因此，对于描述运动的一切规律也是等价的．火箭上的观测者观测到地球上同类物体也是缩短，时钟也是变慢.

（4）不是．$1.8c$ 是按伽利略变换得到的．当物体的运动速度接近光速时，伽利略变换不再适用，而应该运用洛伦兹变换，从洛伦兹坐标变换导出洛伦兹速度变换，可算得两飞船的相对速度 $u=\dfrac{1.8}{1.81}c<c$．推导如下：

由洛伦兹时空坐标变换 $x'=\gamma(x-ut)$，$t'=\gamma\left(t-\dfrac{u}{c^2}x\right)$

得
$$\mathrm{d}x'=\gamma(\mathrm{d}x-u\mathrm{d}t),\quad \mathrm{d}t'=\gamma\left(\mathrm{d}t-\frac{u}{c^2}\mathrm{d}x\right)$$

故
$$v'_x=\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'}=\frac{\mathrm{d}x-u\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t-\dfrac{u}{c^2}\mathrm{d}x}=\frac{v_x-u}{1-\dfrac{u}{c^2}v_x}\qquad\left(\text{注意},v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)$$

设两飞船沿 x 轴反向飞行，$v_x=0.9c$，$v'_x=-0.9c$ 代入上式得
$$-0.9c=\frac{0.9c-u}{1-\dfrac{u}{c^2}\times 0.9c}.$$

解之得
$$u=\frac{1.8}{1.81}c$$

（不要求学生推导.）

1－14　设有两个惯性参考系 K 和 K′，它们的原点在 $t=0$ 和 $t'=0$ 时重合在一起．若有一事件，在 K′系中发生在 $t'=8.0\times10^{-8}$ s，$x'=60$ m，$y'=0$，$z'=0$ 处．若 K′系相对 K 系以速率 $u=\dfrac{3}{5}c$ 沿 xx' 轴运动．问该事件在 K 系中的时空坐