

主编 / 屈思敏

经济应用数学



New Concept
Financial and Economic
Textbook

0



中国审计出版社

经济应用数学

屈思敏 主编
梁树春 黄小青 编

中国审计出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学/屈思敏主编. —北京:中国审计出版社,
2001.9

成人高等教育财经新概念教材

ISBN 7 - 80169 - 078 - 8

I 经... II 屈... III. 经济数学—成人教育:高等教育—教材 IV .F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 059197 号

经济应用数学

屈思敏 主编

出版 中国审计出版社

地址 北京市东城区东四十条 24 号青蓝大厦 11 层

邮编 100007

电话 (010)88361317 传真 (010)64066026

发行经销 新华书店总店北京发行所发行 各地新华书店经销

印刷 中国地质科学院 562 印刷厂 印张 6.875

开本 850 × 1168 1/32 版次 2001 年 9 月北京第 1 版

字数 168 千字 印数 1 ~ 4000 册

定价 15.00 元 书号 ISBN 7 - 80169 - 078 - 8/G · 036

(如有缺页或倒装, 本社负责更换)

前　　言

(一)

改革传统的计划经济模式,实现向社会主义市场经济模式的转换,对我国经济体制乃至政治体制都产生重大影响,同时也对财经教育发展产生极大的推动作用,而财经教材建设作为财经教育的重要组成部分也面临机遇和挑战。

教育思想和内容,教育的方法和手段共同构成教育的重要部分,而这一系列内容都要综合反映或者说融入教材建设之中。所以教材建设在教育中占了很重要的地位。在力所能及范围内,我们浏览了遍及全国的不同教育层次、教育形式的财经教材,可谓林林总总、千姿百态。其中不乏名家之作,也不乏精品。令我们油然而生的感慨是,有那么多长期从事财经教育的教育工作者,利用工作之余默默无闻耕耘在教材建设的土地上,回报的是菲薄的稿酬,奉献的是知识、智慧和心血。略为感到欠缺的是,当我们试图找出一套适合成人高等教育用的财经教材时才发现,这是一件比较困难的事情。在我们有限的视野里,专为成人财经教育而编写的教材见之不多,而真正能够针对成人学生的特点,按成人教育教学规律来编著的教材更是见之甚少。不能否认这是一种遗憾,这也

是财经教材建设方面的薄弱环节。

在我们这个挑战与机会并存，希望与困难同在的新经济时代，人们的思想观念发生了很大的变化。这种思想观念变化反映在教育理念上，就是适龄教育观念向终生教育观念的转化。在新经济时代，将会有更多的人一边工作、一边学习，为获取更高层次学历或为解决工作中理论不足而通过继续教育来接受新的知识、充实提高自己。广大财经工作者也将是概莫能外。

由于成人教育具有集中面授时间短，分散学习时间长，以学生自学为主、老师讲课为辅的特点，一部好的、充分考虑到成人学习特点的教材对于他们尤其重要。为了满足广大财经工作者继续教育的需要，我们组织了一批长期活跃在财经教育第一线，特别是长期从事财经成人教育的中青年教师编写了这一套财经系列教材，并斗胆将其命名为：成人高等教育财经新概念教材。

(二)

这套系列财经教材是由广西财政高等专科学校组织编写的，包括：《财政与金融》《国家税收》《政治经济学》《基础会计》《财务会计》《经济法》《统计学》《经济应用数学》等内容。

我们在设计、编写这套成人高等教育财经新概念教材时，旨在创造一种新的概念，即学习内容的及时性和学习方法的便利性。我们这一点微小创意，主要体现于以

以下几个方面：

1. 内容新

理论在一个国家发展到什么程度，实践就会发展到什么程度。我国经济体制改革在没有任何先例的情况下取得巨大的成功，除了归功于总设计师的英明决策和全体人民对改革开放的投入巨大的热情外，理论界的摇旗呐喊也是功不可没的。理论的创新，推动了实践的发展，教育内容必须尽快的反映出理论和实践的最新变化，才能最快速地转换为接受教育者的实践能力，使教育的边际效用达到最大化。换一句时髦的经济学俗语来说，就是使教育资源达到最优化的配置。如果说，普通在校学生由于学习期与工作期尚有一段距离，会使一部分知识在还来不及指导实践时就陈旧老化，即教育边际效用呈递减趋势的话，那么，作为一边工作一边学习的成人教育学生，无疑是教育边际效用最大化的直接受益者。有鉴于此，我们在教材内容的选择上，始终把内容的创新放在第一位。我们希望贴近生产、贴近实践，我们密切关注国家财政、金融体制的最新变化，尽可能将最新形成的理论共识、体制改革引起的政策或制度的调整、更新的内容纳入教材之中。这样一来，一方面，可以延缓学生知识老化的速度；另一方面，可以直接指导成人学生的实践工作，使知识最快速地转换为工作技能，实现教育的边际效用最大化。

2. 形式美

形式是内容的载体,内容固然是第一位的,但一个良好的形式有助于内容的表达,作为教材来说,科学的体例、美观的版面设计、简明通俗的语言、图文并茂的内容表达等形式上的东西,都可以增强教材的可读性,提高读者的感悟性,帮助读者更好的掌握教材内容。因此我们的这套教材,还刻意追求形式上的创新,我们试图以尽可能美的形式来表达教材内容。这里除了上面所述的原因外,还有一个不须遮掩的因素是,要通过对教材的学习,有助于学生提高应试能力,这一点尤其对以自学为主的成人学生更为重要。如果一部教材,让人读不懂、看不明,摸不着边际,抓不住重点、难点,决不能说是成功的教材。针对成人学生年纪偏大、工作较忙,理解能力较强、记忆力较差的特点,我们力图通过形式的创新,有利于成人学生通过自学尽快掌握教材重点、难点,有的放矢的进行自学,提高学习效果,提高学生的应试能力,毕竟学习不仅是为了获取知识也是为了获得学历,而检验学生是否达到学历的标准,到目前为止,以考试成绩来检查,还是惟一的方式。所以我们在教材的每一章,都做了重点掌握和一般了解的内容提示,每一个比较大的问题也作了“注意”的提示,每一章在学习结束时,都进行章节小结。我们希望通过这一系列教材形式上的改革,使成人学生更易于在自学过程中,解决重点与一般、泛读与精读的关系,使学习收到事半功倍的效果。此外,每一本教材

还配有教学光盘和教学指导书。这三者有各自不同的分工,教材包括教学的全部内容,重在用于自学;而教学光盘(与教材配套出版),主要反映教师课堂授课的内容,有利于学生把握教师面授的内容;教学指导书(单独出版),对于每一章的教学重点难点作了较全面的分析,并设计了章节练习和综合练习,既便于学生通过练习掌握书本知识,又便于函授教学点教师的授课和辅导。

3. 重实践

成人教育学生绝大多数都来自生产第一线,他们工作在第一线,学习在第一线,毕业后仍回到第一线,按照成人高等财经教育的培养目标,针对成人教育的特点,我们这套财经教材,并不拘泥于理论的完整性,特别注重实践的操作性,注重学生动手能力的培养。旨在使学生,通过教材的学习和教师的指导,能够解决实际工作遇到的问题,使学生尽快的把书本的东西,转化为工作的技能,提高分析问题和解决问题的能力。

总之,我们希望在成人高等财经教育的教材建设方面有所创新,我们希望通过我们的努力和追求,能为广大孜孜以求的财经工作者奉上一部适合他们口味的教材;我们更希望通过我们辛勤劳动能栽培出一株那怕是很不起眼的小花,为这五彩缤纷的财经教育园地增添一分光彩。

理想与现实总是有一段距离,我们所想的与我们所能做到的可能不一定相同,但我们努力了,今后还将努

力。尤其有了广大读者的支持,理想与现实、所想与所为之间的距离一定会逐渐缩小。

这套教材,主要用于成人高等财经本科、专科函授,自学考试专用教材,用于财经干部培训专用教材;也可以作为财经专业普通高考、高职专用教材。

(三)

经济类专业函授专科课程《经济应用数学》的主要内容是微积分,作为一门基础课,数学不同于专业课,它具有抽象、枯燥的一面。在以往的教学中,我们发现很多学生对数学的学习感到有一定的困难,这些困难大多数集中在对概念、定理结论的理解以及解题方法的掌握上。因此,为了帮助广大读者学好数学,我们编写了这本教材。

在编写的过程中,我们参考了国内外的有关教材,充分吸收它们的长处。同时,我们参编的同志都有数年的经济类专业数学课程的教学,尤其是经济类专业函授专科数学教学的经验。因此,这本教材为函授学员着想,全面考虑到这些读者学习的实际情况,力求做到难易得当、深入浅出、通俗易懂。我们以“打好基础,够用为度”为原则,对于书中的一些内容和某些定理、性质的证明进行了合理的删除。对大多数的概念、定理及结论,尽量采用学生容易理解的方式叙述,通过例子、几何图形帮助学生直观理解,最终达到熟记。而书中的例子都是经过精心挑

选的,十分典型,相信这些例子有助于读者更好地理解教材内容。

本教材共分七章。每章的开头有“本章提示”,每章的最后有“小结”,这样便于读者系统地学习各个章节。同时,作为经济应用数学,适当联系经济实际,淡化在几何及其他方面的应用,突出在经济上的应用是必要的,对此,在每一个学习单元都有经济应用的内容,从而能够使学生了解并逐步学会运用数学方法解决实际问题。

本教材由屈思敏担任主编,参加编写的有屈思敏(第一、四、七章)、梁树春(第五、六章)、黄小青(第二、三章)。

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评和指正。

编者

2001年8月

目 录

前 言	(1)
第一章 函数	(1)
第一节 函数的概念	(1)
第二节 函数的性质	(7)
第三节 反函数	(11)
第四节 基本初等函数	(12)
第五节 复合函数与初等函数	(19)
小 结	(21)
第二章 极限与连续	(22)
第一节 极限的概念	(23)
第二节 无穷小量和无穷大量	(31)
第三节 极限的四则运算	(34)
第四节 极限存在判别法及两个重要极限	(38)
第五节 函数的连续性	(44)
小 结	(56)
第三章 导数和微分	(57)
第一节 产生导数概念的基本问题	(58)
第二节 导数的概念	(62)
第三节 反映物质无限细分的微分概念	(67)

第四节 微分法——求导数和微分的方法	(70)
第五节 高阶导数	(82)
小 结	(83)
第四章 导数的应用	(85)
第一节 中值定理	(85)
第二节 罗彼塔法则	(89)
第三节 函数的增减性	(93)
第四节 函数的极值	(97)
第五节 函数的最大值与最小值	(102)
第六节 导数在经济分析中的应用	(106)
小 结	(116)
第五章 不定积分	(117)
第一节 不定积分的概念	(117)
第二节 不定积分的性质和基本积分公式	(122)
第三节 换元积分法	(128)
第四节 分部积分法	(147)
第五节 不定积分在经济中的应用举例	(152)
小 结	(154)
第六章 定积分	(156)
第一节 定积分的概念	(156)
第二节 定积分的性质	(160)
第三节 微积分基本定理	(163)
第四节 定积分的换元积分法	(170)
第五节 定积分的分部积分法	(175)

第六节 分段函数的定积分	(179)
第七节 定积分在几何及经济中的应用	(181)
第八节 无穷限广义积分	(189)
小 结	(192)
第七章 多元函数微分学简介	(194)
第一节 二元函数的概念	(194)
第二节 二元函数的偏导数	(198)
第三节 二元函数的极值	(202)
小 结	(204)

第一章 函数

本章提示： 本章主要在中学数学的基础上，对函数作简单的复习、补充和提高。要求正确理解函数的概念，会求函数值及定义域，会画一些简单函数的图形。

第一节 函数的概念

函数是微积分中研究的对象。在中学里我们已经学习过函数概念，在这里我们不是进行简单的重复，而是要从全新的视角来对它进行描述并重新分类。

一、常量与变量

在现实生活中，经常遇到各种各样的量。例如：身高、年龄、产量、收入、价格等等。这些量可以分为两类，一类量在研究的过程中不发生变化，只取一个固定的数值，我们把它称为常量，例如，圆周率 π 是常数、某种商品在一定时期内的价格是常量；另一类量在所研究的过程中是变化的，可以取不同数值，我们把它称作变量，例如，室外温度、生产过程中的产量等都是在不断变化的，它们都

是变量。

注意:(一)常量和变量相对于具体研究过程而言。同一个量,在一过程中可以认为是常量,而在另一过程中则可能是变量;反过来也是同样的。例如,某种商品的价格在一段时间内是不变的,它是常量,但在较长的时间内则是变量,这说明常量和变量具有相对性。

(二)从几何意义上讲,常量对应着实数轴上的定点,变量则对应着实数轴上的动点。

(三)一个变量所能取的数值的集合叫做这个变量的变化范围。

连续变量:可以取介于两个实数之间的任意数值的变量,例如“体重”这一变量是连续变量。连续变量的变化范围常用区间表示。具体有:(a, b)、 $[a, b]$ 、 $(a, b]$ 、 $[a, b)$ 、 $(-\infty, +\infty)$ 、 $(-\infty, a)$, $(a, +\infty)$ 等。

二、函数的概念

在某个变化过程中,往往出现多个变量,这些变量不是彼此孤立的,而是相互影响和相互制约的,一个量或一些量的变化会引起另一个量的变化。如果这些影响是确定的,是依照某一个规则的,那么我们说这些变量之间存在着函数关系。

例如,一辆自行车需要两个轮子,假定生产 x 辆自行车,则需要的轮子数为 y ,这两个变量有一个函数关系:

$$y = 2x$$

当 x 取一个具体的值 x_0 时, y 有一个确定的值 $y_0 = 2x_0$ 和它对应,我们说 y 是 x 的函数。

下面给出关于函数的严格定义:

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量,若当变量 x 在非空数集 D 内

任取一数值 x_0 时, 变量 y 依照某一对应法则 f 总有一个确定的数值 y_0 与之对应, 则称变量 y 为变量 x 的函数。

记作 $y = f(x)$

这里 x 称为自变量, y 称为因变量或函数。 f 是函数符号, 它表示 y 与 x 的对应规则。有时函数符号也可以用其他字母来表示, 如 $y = g(x)$ 、 $y = h(x)$ 等。集合 D 称为函数的定义域, 它是使得函数有意义的自变量取值范围, 相应的 y 值的集合则称为函数的值域。

当自变量 x 在其定义域内取一确定值 x_0 时, 因变量 y 按照所给函数关系 $y = f(x)$ 可求出的对应值 y_0 , 叫做当 $x = x_0$ 时的函数值, 记作或 $y|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$ 。

[例 1] 已知 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 求: $f(0), f(\frac{1}{2}), f(-x), f(\frac{1}{x}), f(x+1), f(x^2)$.

$$\text{解 } f(0) = \frac{1-0}{1+0} = 1, \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$f(-x) = \frac{1-(-x)}{1+(-x)} = \frac{1+x}{1-x}, \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$f(x+1) = \frac{1-(x+1)}{1+(x+1)} = \frac{-x}{2+x} \quad f(x^2) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

例 2 求下列函数的定义域。

$$(1) f(x) = \frac{3}{5x^2 + 2x};$$

$$(2) f(x) = \sqrt{1-x^2};$$

$$(3) f(x) = \lg(2x-1);$$

$$(4) f(x) = \lg(x+1) - \frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

解 (1) 在分式 $\frac{3}{5x^2 + 2x}$ 中, 分母不能为零, 所以 $5x^2 + 2x \neq 0$, 解得 $x \neq -\frac{2}{5}$, 且 $x \neq 0$ 即定义域为

$$(-\infty, -\frac{2}{5}) \cup (-\frac{2}{5}, 0) \cup (0, +\infty).$$

(2) 在偶次根式中, 被开方式必须大于零, 所以有 $1 - x^2 \geq 0$, 解得 $-1 \leq x \leq 1$, 即定义域为 $[-1, 1]$ 。

(3) 在对数式中, 真数必须大于零, 所以有 $2x - 1 > 0$, 解得 $x > \frac{1}{2}$, 即定义域为 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 。

(4) 该函数的第一项要求 $x + 1 > 0$ 即 $x > -1$, 第二项要求 $1 - x > 0$ 即 $x < 1$, 因此定义域为 $(-1, 1)$ 。

此外, 在实际应用问题中, 一方面要根据函数解析式本身确定自变量的取值范围, 同时, 还要考虑到变量的实际意义, 例如, 某商品的销售量记为 Q , 设价格为 2 , 则收入 R 是销售量 Q 的函数: $R = 2Q$ 显然若不考虑 Q, R 的实际意义, 定义域为 $Q \in (-\infty, +\infty)$, 但在考虑了 Q, R 的实际意义后, 销售量 Q 不可能小于或等于零, 定义域应为 $Q \in [0, +\infty)$ 。

常用的函数表示法有: 解析法(也称公式法)、表格法、图形法。

$y = \sqrt{3 - x^2}$ 这是一个用解析式子表示的函数。

某商店一年中各月份彩电的销售量(单位:台)的关系如下表所示。

各月份彩电销售量

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量	101	88	67	75	78	51	69	85	74	134	127	102