21世纪高等院校教材

高等数学教程

——思想·方法·理论·应用

全生寅 编著

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

21 世纪高等院校教材

高等数学教程

——思想、方法、理论、应用

全生寅　编著

西安交通大学出版社

内容简介

本书严格按照国家教委颁布的“高等数学课程教学基本要求”编写而成的．全书共分八章，主要内容包括：极限理论基础、一元函数微分学、一元函数积分学、微分方程与数学模型、空间解析几何学、多元函数微分学、多元函数积分学、无穷级数及其应用，附录包括：常用积分公式表、习题答案与提示．

本书力图体现高等数学教学改革精神，使读者的数学知识、能力和素质都得到提高．全书在合理安排基本知识的同时，加强了数学理论的几何直观性和应用的广泛性，将数学思想和方法尽可能地渗透到物理学、经济学、生命科学等学科领域里，使理论和实际得到紧密联系；结构严谨、逻辑清晰；叙述详细、通俗浅显；知识结构较新，知识面较宽，典型例题较多；注重增强读者用数学的意识，培养读者用数学的能力，让读者初步涉及数学建模；便于教学，也便于自学．

本书可作为高等院校工、农、林、医、经济、社会等各专业高等数学课程的教材，也可作为教师的参考书以及参加理工科硕士研究生入学考试的复习用书．

图书在版编目(CIP)数据

高等数学教程：思想、方法、理论、应用/全生寅编著．西安：西安交通大学出版社，2005．8

ISBN 7－5605－2057－X

Ⅰ．高…　Ⅱ．全　Ⅲ高等数学－高等学校－教材　Ⅳ．013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 064561 号

书　　名	高等数学教程——思想、方法、理论、应用
编　　著	全生寅
出版发行	西安交通大学出版社
地　　址	西安市兴庆南路 25 号(邮编：710049)
电　　话	(029)82668357　82667874(发行部) (029)82668315　82669096(总编办)
印　　刷	西安交通大学印刷厂
字　　数	691 千字
开　　本	B5(720 mm×1000 mm)
印　　张	36
版　　次	2005 年 8 月第 1 版　2005 年 8 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 7－5605－2057－X/O・226
定　　价	39.00 元

前　言

本书是根据作者二十年来在理工科各专业讲授高等数学课程的讲义基础上，经过反复修改整理编撰成册的. 它既保持我国现行教材中理论性强、方法多样、技巧和实例丰富的特点，同时结合目前国内外新型教材中强调数学建模、数学应用等发展趋势，形成集数学思想、方法、理论、应用为一体，在各学科中相互渗透与补充的新体系. 本书的主要特点如下：

1. 除注意到数学学科内在的系统性外，精选内容，概念、定理力求叙述通俗简明，注重数学的逻辑性、严谨性及广泛的应用性.

2. 贯彻“掌握概念、突出应用”的原则. 掌握概念主要体现在对微积分中每一个概念的内涵或意义，结合实际背景给出详细解释，注重把一些现行教材中“想说却没有说出来的话、想写却没有写出来的内容”写入本书，使读者更容易理解和掌握微积分理论；突出应用主要体现在培养读者能够运用数学方法解决实际问题的能力.

3. 基础理论中绝大多数定理除严格的论证外，基本上都给出了通俗的解释，以帮助初学者从不同侧面加深对定理的理解.

4. 将数学思想、方法、理论尽可能地渗透到物理学、化学、经济学、生命科学、社会科学等各学科领域里，旨在根据目前数学教学内容改革的要求，强调数学应用意识的培养，通过大量生动而典型的实例(如定期储蓄问题、人口增长问题、科赫雪花问题、雪球融化问题、空气污染问题、水源污染和净化问题、年代测定问题、人体减肥问题、新技术推广问题、存取款问题等等)，加强理论和实际的紧密联系.

5. 典型例题较多，习题数量适当，深度和广度搭配适宜、且与教学内容紧密配合. 书后附有全部习题的答案与提示.

作者期望，本书的出版对正在学习高等数学的读者、准备报考硕士研究生的读者、希望打好数学基础的读者、以及对有关专业教师，都有所帮助.

在本书的编写过程中，得到郭永发教授的大力支持和关怀，并校审了全书内容，提出了许多指导性意见，为本书增色不少. 李春丽副教授精心绘制了全部图形，芦世芳副教授校对了部分初稿，张鸿珍女士在电脑制作方面花费了大量的时间和精力. 西安交通大学周义仓教授和西安交通大学出版社叶涛副编审对本书的出版给予了鼎力支持，在书稿即将付梓之际，作者谨向他们表示衷心感谢！同时对参考文献中的各位专家和学者表示感谢！

作者力图使本书反映高等数学理论的严谨性、通俗性及可读性，同时也能体现出目前国内外数学教学内容改革的发展趋势. 限于笔者水平，书中疏漏与不足之处，恳请广大读者和专家批评指正.

全生寅

2005.03.16

目　　录

第 3 章 一元函数积分学

第5章　空间解析几何学

第6章　多元函数微分学

第 1 章　极限理论基础

极限理论是微积分学的基础，高等数学(微积分)中一些主要概念如导数、微分、积分等都是以极限的形式给出，或者与之密切相关. 极限方法是寻求精确解答许多实际问题的基本方法，是描述变量在变化过程中变化趋势的重要工具，也是人们对客观事物的认识从有限到无限，从近似到精确，从量变到质变的一种数学方法. 因此，正确地理解和掌握极限的概念与方法，对于学好高等数学具有十分重要的意义.

§1.1　函数的概念与性质

1.1.1　函数的有关概念

1. 常量与变量

对自然和社会现象的发展变化过程做定量的描述，总要涉及两种基本的量，即常量与变量. 通常把研究过程中数值始终保持不变，取固定值的量称为**常量**；把研究过程中数值会发生变化，在一定范围内可能取不同值的量称为**变量**.

常量和变量的概念是相对的，一个量是常量还是变量，要根据具体情况做具体分析. 例如：在匀速行驶下的火车的速度是常量，从静止开始启动到正常行驶时的火车的速度是变量. 一般地，常用字母 a、b、c 等来表示常量，用字母 x、y、z 等来表示变量.

2. 函数的定义

定义 1　设 x 和 y 是两个变量，D 是已知数集，如果对于每一个数 $x \in D$，变量 y 按照某个对应法则 f 总有惟一确定的数值与它对应，则称 y 是 x 的**函数**. 记作 $y = f(x)$，其中 x 称为**自变量**，y 称为**因变量**，D 称为该函数的**定义域**.

若对于确定的 $x_0 \in D$，通过对应法则 f，函数 y 有惟一确定的值 y_0 相对应，则称 y_0 为 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**，记作 $y_0 = f(x_0)$；把所有函数值的集合 $W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y = f(x)$ 的**值域**.

例如：设圆的半径为 r，则面积 S 与 r 的函数关系是 $S = \pi r^2$、周长 P 与 r 的函数关系是 $P = 2\pi r$，其中 r 为自变量，定义域 D 均为区间 $(0, +\infty)$.

若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D，则把 xOy 平面上的点集

$$E = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数 $y=f(x)$ 的**图形**. 在很多情况下(但并非总是如此),函数 $y=f(x)$ 的图形是一条平面曲线. 在这种情况下,可将函数的图形说成是"曲线 $y=f(x)$". 例如:函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 的图形就是在区间 $D=[-1,1]$ 上的上半圆周.

注意:本书所涉及的数集主要是指实数集,即集合的元素都是实数. 在此约定,全体自然数(正整数)集合记作$\mathbb{N}$,全体整数集合记作$\mathbb{Z}$,全体实数集合记作$\mathbb{R}$,全体有理数集合记作$\mathbb{Q}$,全体无理数集合记作$\overline{\mathbb{Q}}$.

3. 有关函数的几点说明

(1) 函数的记号:函数是自变量和因变量之间的一种对应关系. 在 $y=f(x)$ 中,这种对应关系通常用字母 f 来表示;也可以用其他字母来表示函数关系,如 $y=g(x)$, $y=h(x)$ 或 $y=F(x)$ 等等.

(2) 对应法则:函数是一种对应法则. 在函数 $y=f(x)$ 中,f 表示函数,$f(x)$ 是对应于自变量 x 值的函数值. 由于研究函数时,这种对应关系总是通过函数值表现出来的,故习惯上常把在 x 处的函数值 y 称为函数,并用 $y=f(x)$ 的形式来表示 y 是 x 的函数. 但应当正确理解,函数的本质是指对应法则 f,不是指因变量 y. 如 $y=2x^2+4\sin 3x-5$ 就是一个特定的函数,f 确定的对应法则为 $f(\quad)=2(\quad)^2+4\sin 3(\quad)-5$.

(3) 定义域与值域:函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 是自变量 x 的取值范围,值域是对应函数值组成的数集. 而函数值 y 又是由对应法则 f 来确定的,故函数实质上是由其定义域 D 和对应法则 f 所确定. 因此,将函数的定义域和对应法则称为函数的二要素. 也就是说,当两个函数的对应法则和定义域都相同时,则称它们为**相同函数**,与变量用什么符号表示无关;否则称为**不相同函数**.

例如:函数 $f(x)=|x|$ 与 $g(t)=\sqrt{t^2}$ 是相同函数;而函数 $f(x)=\ln x(x+1)$ 与 $g(x)=\ln x+\ln(x+1)$ 的对应法则虽然相同,但定义域分别为 $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$ 和 $(0,+\infty)$,故它们是不相同函数.

(4) 单值函数和多值函数:在函数 $y=f(x)$ 中,当自变量 x 在定义域 D 内任意取值时对应函数值 y 总是惟一的,称为**单值函数**,否则称为**多值函数**. 例如:$y^2=x$ $(x\geqslant 0)$ 是多值函数.

例 1 求下列函数的定义域 D 和值域 W.

(1) $y=\sqrt{5+4x-x^2}$; (2) $y=\arcsin\left(\ln\dfrac{x}{10}\right)$.

解:(1) 由于 $y=\sqrt{9-(x-2)^2}$,所以解不等式 $|x-2|\leqslant 3$,得 $-1\leqslant x\leqslant 5$. 故函数的定义域 D 为 $[-1,5]$,或表示为 $x\in[-1,5]$, $-1\leqslant x\leqslant 5$.

又容易看出,当 $x=2$ 时,函数有最大值 3;当 $(x-2)^2=9$(即 $x=-1$ 或 5)时,函数有最小值 0,故函数的值域 W 为 $[0,3]$.

(2) 由 $-1 \leqslant \ln \frac{x}{10} \leqslant 1$,得 $-\frac{1}{10} \leqslant \frac{x}{10} \leqslant 10$,即 $-1 \leqslant x \leqslant 100$. 故函数的定义域 D 为 $[-1,100]$,值域 W 为 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$.

一般来说,求函数定义域时应从这几方面入手:分式中分母不能为零;根式中负数不能开偶次方根;对数式中真数要大于零;反三角函数式中要注意原三角函数的值域范围;如果函数表达式中同时含有分式、根式、对数式等,则应取各部分定义域的交集.

4. 函数的三种表示方法

(1) 解析法:用数学表达式表示变量之间的对应关系,这种表示函数的方法称为**解析法**或**公式法**. 解析法是函数的精确描述,它在微积分中起着重要的作用,也是我们表示和研究函数最常用的方法之一.

(2) 图像法:用直角坐标系中的曲线或点来表示变量 x 和变量 y 之间的对应关系,这种表示函数的方法称为**图像法**或**图示法**.

(3) 列表法:用自变量 x 的一些数值与相应因变量 y 的对应数值列成表格来表示变量之间的对应关系,这种表示函数的方法称为**列表法**或**表格法**.

5. 常用的几个特殊函数

(1) **绝对值函数**

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

它的定义域 D 为 $(-\infty,+\infty)$,值域 W 为 $[0,+\infty]$,如图 1-1-1.

(2) **狄利克雷(Dirichlet) 函数**

$$y = D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \overline{\mathbb{Q}} \end{cases}$$

它的定义域 D 为 $(-\infty,+\infty)$,值域 W 为 $\{0,1\}$,其图形是分布于直线 $y=0$ 与 $y=1$ 上的无限个有理数点和无理数点构成的集合,因此无法实际画出来.

(3) **符号函数**

$$y = \operatorname{sgn}x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

它的定义域 D 为 $(-\infty,+\infty)$,值域 W 为 $\{-1,0,1\}$,如图 1-1-2. 显然,对于任意的 $x \in (-\infty,+\infty)$,都有.

$$x = \operatorname{sgn}x \cdot |x|.$$

(4) **取整函数(阶梯曲线)**

$$y = [x].$$

它的定义域 D 为 $(-\infty,+\infty)$，值域 W 为全体整数 $\mathbb{Z}$，记号 $[x]$ 表示小于或等于 x 的最大整数，简称 x 的**整数部分**，以后类同(如图 1-1-3)，故有

$$[x]\leqslant x\leqslant [x]+1.$$

例如：$[\sqrt{2}\ ]=1$，$[\pi]=3$，$[5]=5$，$[-3.5]=-4$ 等等.

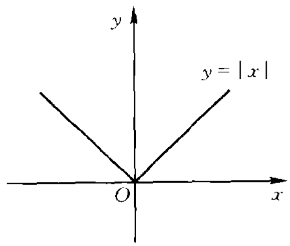

图 1-1-1

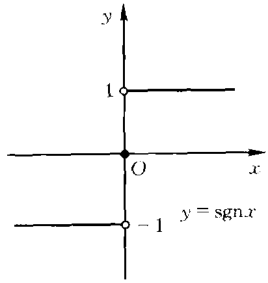

图 1-1-2

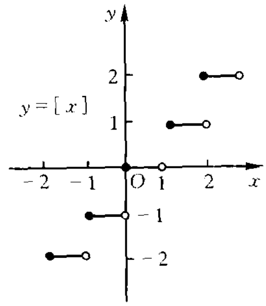

图 1-1-3

从以上讨论看到，用解析法表示函数时，可能只需用一个数学式子来表示，也可能需要用几个数学式子来表示. 通常把这种在自变量的不同变化范围中，对应法则用不同式子来表示的函数称为**分段函数**.

例 2 函数 $y=f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1+x, & x>1\end{cases}$ 是一个分段函数，定义域为 $[0,+\infty)$. 当 $x\in[0,1]$ 时，对应的函数值为 $f(x)=2\sqrt{x}$；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，对应的函数值为 $f(x)=1+x$ (如图 1-1-4). 例如：$f(0.5)=2\sqrt{0.5}=\sqrt{2}$；$f(3)=1+3=4$.

注意：用几个式子来表示一个(不是几个！)函数，不仅与函数定义并无矛盾，而且具有实际意义. 在自然科学和工程技术中，经常会遇到这种分段函数的情形.

例如：设国际航空信件的邮资标准是 10 g 以内的邮资 4 元，超过 10 g 部分每克加收 0.3 元，信件重量最多不能超过 200 g，则邮资 F 与重量 m 的函数关系式为

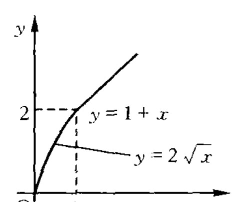

图 1-1-4

$$F=F(m)=\begin{cases}4, & 0<m\leqslant 10\\ 4+0.3(m-10), & 10<m\leqslant 200\end{cases}$$

这个函数的自变量是 m，因变量是 F，定义域是 $(0,200]$，值域是 $[4,61]$. 如当信件重 8 g 时，邮资 $F(8)=4$ 元；当信件重 25 g 时，邮资 $F(25)=8.5$ 元.

又如：设两城市之间长途直拨电话计费方式为前三分钟 a 元，以后每增加一分钟或不满一分钟再加 b 元，则费用 c 与通话时间 t 的函数关系式为

$$c(t)=\begin{cases}a, & 0<t\leqslant 3\\ a+(t-3)b, & t>3,t\in\mathbb{N}\end{cases}$$

这里还需要说明的是,有些函数并不一定要分段,分段只是为了进一步明确函数关系而已. 例如:x 的绝对值函数也可表示成 $f(x)=|x|=\sqrt{x^2}$;又如函数 $f(x)=\begin{cases}1, & x<a\\ 0, & x>a\end{cases}$ 也可表示成 $f(x)=\frac{1}{2}[1-\frac{\sqrt{(x-a)^2}}{x-a}]$ 等等.

1.1.2 函数的几种特性

1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,区间 $I\subset D$,若存在正数 M,使得对于任意的 $x\in I$,都有 $|f(x)|\leqslant M$,则称 $f(x)$ 在区间 I 上**有界**,并称 $f(x)$ 是区间 I 上的**有界函数**;如果这样的正数 M 不存在,则称 $f(x)$ 是区间 I 上的**无界函数**.

显然,函数 $f(x)$ 在区间 I 上有界等价于它在 I 上既有**上界**又有**下界**.

例如:$y=\sin x$ 是区间$(-\infty,+\infty)$上的有界函数,这是因为对任意的 $x\in\mathbb{R}$,都有 $|\sin x|\leqslant 1$ 成立,此时可取 $M=1$;又如:函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间$(0,1)$上显然无上界,但有下界(如1就是它的一个下界),故它是无界函数. 事实上,对任意给定的 $M>0$,由于$\frac{1}{M+1}\in(0,1)$,若取 $x_1=\frac{1}{M+1}$,则有

$$|f(x_1)|=\left|\frac{1}{x_1}\right|=|M+1|=M+1>M.$$

注意:若设 $0<a<1$,则 $f(x)=\frac{1}{x}$ 是区间$(a,1)$上的有界函数. 这是因为取 $M=\frac{1}{a}$,对任意的 $x\in(a,1)$,都有 $|f(x)|=\frac{1}{x}<\frac{1}{a}=M$.

例 3 证明:函数 $f(x)=\frac{1+x^2}{1+x^4}$ 在区间$(-\infty,+\infty)$上有界.

证明:由于对任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$,都有 $f(x)>0$. 而$\frac{x^2}{1+x^4}\leqslant\frac{1}{2}$,所以

$$f(x)=\frac{1}{1+x^4}+\frac{x^2}{1+x^4}\leqslant 1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}.$$

故有 $0<f(x)\leqslant\frac{3}{2}$,即 $f(x)$ 是在区间$(-\infty,+\infty)$上的有界函数.

2. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,区间 $I\subset D$. 若对于 I 内的任意两点 x_1 与 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$(或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$),则称 $f(x)$ 在区间 I 上**单调增加**(**或单调减少**);当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)<f(x_2)$(或 $f(x_1)>f(x_2)$),则称

$f(x)$ 在区间 I 上**严格单调增加**(或**严格单调减少**);把单调增加或单调减少的函数称为**单调函数**,把区间 I 称为函数 $f(x)$ 的**单调区间**.

例如:如图 1-1-5,从几何直观上看函数 $f(x)=x^3$ 在整个区间 $(-\infty,+\infty)$ 内是严格单调增加的,请读者练习写出证明过程.

3. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称(即对任意的 $x\in D$,有 $-x\in D$),若对于任意的 $x\in D$,恒有 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**;若对于任意的 $x\in D$,恒有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为**奇函数**. 从几何直观上看,偶函数的图形关于 y 轴对称(如图 1-1-6);奇函数的图形关于原点对称(如图 1-1-7).

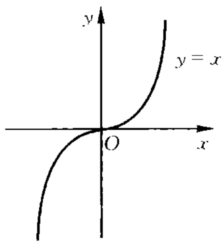

图 1-1-5

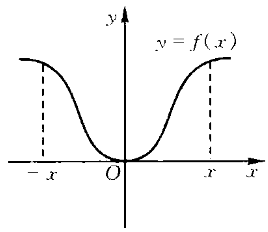

图 1-1-6

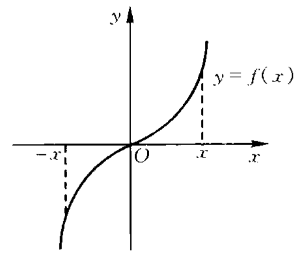

图 1-1-7

例如:$y=\cos x$ 和 $y=x^2$ 在其定义域内都是偶函数;$y=\sin x$ 和 $y=x^3$ 在其定义域内都是奇函数;而 $y=\sin x+\cos x$ 在其定义域内既不是奇函数,也不是偶函数,这种函数称为**非奇非偶函数**.

4. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,若存在正数 T,使得对于一切 $x\in D$,有 $x+T\in D$,且 $f(x+T)=f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为**周期函数**,其中 T 称为该函数的**周期**. 通常说函数的周期是指**最小正周期**. 例如:函数 $\sin x$ 和 $\cos x$ 的最小正周期均为 2π;函数 $\tan x$ 和 $\cot x$ 的最小正周期均为 π;但应注意到,周期函数并不一定都具有最小正周期. 例如:任何有理数都是狄利克雷函数 $D(x)$ 的周期,但正有理数中无最小者,故函数 $D(x)$ 没有最小正周期.

1.1.3　基本初等函数

通常把幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为**基本初等函数**,即

(1) 幂函数:$y=x^{\mu}\quad(\mu\in\mathbb{R})$;

(2) 指数函数:$y=a^x\quad(a>0$ 且 $a\neq1)$;

(3) 对数函数:$y=\log_a x\quad(a>0$ 且 $a\neq1)$;

(4) 三角函数:$y=\sin x$,$y=\cos x$,$y=\tan x$,$y=\cot x$ 等.

(5) 反三角函数：$y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x$ 等.

这些函数在初等数学中已学过，读者应熟练掌握它们的定义域、值域、图形及性质，以便今后经常引用. 这里仅以指数函数 $y=a^x$ 为例来回顾一下.

① 定义域 D 为 $(-\infty,+\infty)$，值域 W 为 $(0,+\infty)$；

② 当 $a>1$ 时函数的图形与当 $0<a<1$ 时函数的图形关于 y 轴对称，如图 1-1-8；

③ 由于对任意的 $x\in D$，都有 $a^x>0$ 且 $a^0=1$，故函数的图形总是在 x 轴的上方，且经过点(0,1)；

④ 当 $a>1$ 时为单调增函数；当 $0<a<1$ 时为单调减函数.

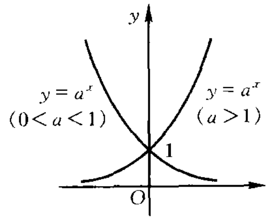

图 1-1-8

1.1.4 复合函数与初等函数

在许多实际问题中，两个变量间的联系有时不是直接的，而是通过另一个变量联系起来的，请看下例.

例 4(贷款购房问题) 假设一个家庭贷款购房的能力(y)是其偿还能力(u)的 100 倍，而这个家庭的偿还能力(u)是月收入(x)的 20%. (1) 试把此家庭贷款购房的能力(y)表示成月收入(x)的函数；(2) 如果这个家庭的月收入是 4 000 元，问这个家庭购买住房时可贷款多少？

解：(1) 根据题意可知，$y=f(u)=100u, u=\varphi(x)=0.2x$，则有

$$y=f[\varphi(x)]=f(0.2x)=100\times 0.2x=20x;$$

这就是说，这个家庭贷款购房能力是月收入的 20 倍. 同时可以看出，变量 y 与 x 之间的函数关系是由两个函数 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的.

(2) 当月收入 $x=4\ 000$ 元时，则有

$$y=f[\varphi(4\ 000)]=20\times 4\ 000=80\ 000(\text{元}).$$

这表明，月收入 4 000 元的家庭其贷款的购房能力为 80 000 元.

定义 2 设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_1，而函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 D_2. 若 $D_2\cap D_1\neq\phi$，则称 $y=f[\varphi(x)]$ 是由函数 $y=f(u)$ 和函数 $u=\varphi(x)$ 构成的**复合函数**，其中 u 称为**中间变量**，符号 ϕ 表示空集(以后类同).

显然，复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 的定义域是由 $u=\varphi(x)$ 的定义域中那些使 $\varphi(x)$ 属于 $y=f(u)$ 的定义域的值所组成，即 $D_2\cap D_1$. 把这种将一个函数"代入"另一个函数的运算称为函数的**复合运算**.

例如：$y=\cos^2 x$ 是由 $y=u^2$ 和 $u=\cos x$ 复合而成的复合函数，其定义域为 $(-\infty,+\infty)$，它也是 $u=\cos x$ 的定义域；$y=\sqrt{1-x^2}$ 是由 $y=\sqrt{u}$ 和 $u=1-x^2$ 复合而成的复合函数，其定义域为 $[-1,1]$，它是 $u=1-x^2$ 的定义域的一部分.

注意：并不是任何两个函数都能构成一个复合函数. 例如：$y=\arcsin u$ 和 $u=$