浙江省中等职业教育实验教材

数学趣园

第2册

浙江省教育厅职成教教研室　编

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

浙江省中等职业教育实验教材

数学趣园

（第2册）

浙江省教育厅职成教教研室　编

本册主编　许宝良

本册副主编　李　慧　曹沈华

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学趣园．第2册／浙江省教育厅职成教教研室编．
杭州：浙江大学出版社，2009.2
浙江省中等职业教育实验教材
ISBN 978-7-308-06384-5

Ⅰ.数… Ⅱ.浙… Ⅲ.数学课—专业学校—教材 Ⅳ.
G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 173159 号

数学趣园（第 2 册）

浙江省教育厅职成教教研室　编

责任编辑　李玲如
封面设计　魏　清
出版发行　浙江大学出版社
（杭州天目山路 148 号　邮政编码 310028）
（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）
（网址：http://www.zjupress.com
http://www.press.zju.edu.cn）
电话：0571—88925592，88273066（传真）
排　　版　杭州中大图文设计有限公司
印　　刷　临安市曙光印务有限公司
开　　本　787mm×1092mm　1/16
印　　张　10.5
字　　数　236 千
版 印 次　2009 年 2 月第 1 版　2009 年 2 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-308-06384-5
定　　价　17.00 元

浙江大学出版社发行部邮购电话（0571）88925591

前　言

在中等职业教育文化课教学中，数学教学是个难点．中等职业学校学生的数学基础相对薄弱，在学习中可能缺乏自信心，要学好体系严谨、内容抽象的数学知识，确实有一定的困难．所以，“适用和够用”已成为中等职业学校数学教学的共识．本书编写组以“适用和够用”为指导思想，编写了一套适合中等职业学校学生学习的数学实验教材．本教材除降低难度、省略复杂的推理、证明外，突破常规，大胆采用了许多中等职业学校学生喜闻乐见的数学实例，以增加学习知识过程中的现实感和趣味性；在教材的编排中，将教学法也融合于教材之中．

本教材共分四册，分别供中等职业学校学生第一、二、三、四学期学习使用．每册安排48～50课时的内容，其内容、要求和教学顺序与部颁大纲基本一致，同时编写了与课时对应的练习册，以方便教学．

本教材的主要特点是：

1．贴近生活，趣味性强，满足学生的学习心理需求．

本教材采用许多丰富多彩的现实事例，或日常生活、或影视、或动漫游戏等，作为数学知识表述的载体，符合中等职业学校学生学习心理，可以激发他们的学习兴趣和热情，如校园 PK 、大灌篮、游戏在线等学生喜闻乐见的内容都被选入教材．

2．降低难度，去掉“深、繁、难”的知识，教学内容尽量与专业贴近、与专业相联系．

在编写时，除了考虑到中等职业学校学生的基础水平，降低教学难度，去掉“深、繁、难”的知识外，教学内容也尽可能地与学生所学专业贴近．例如，在第 1 册中的数列这一章中，选择与财经专业的内容相联系，在函数这一章中，选择家用汽车这一题材，并尽量与汽车商贸、汽车保养、汽车使用结合起来，使学生既学会了数学知识，又与专业知识的学习相结合，学以致用．

3．编排体例采用了全新的模式．

数学教材编排的常规模式是“引言、正文、复习问题等”，这种模式的缺点是缺乏趣味性，形式呆板．本教材采用了“情景再现—知识链接—实战演练—牛刀小试—拓展训练”的模式。情景再现即问题的引入；知识链接即讲解本节的知识点；实战演练即例题，有详

细的讲解过程，是给学生作示范的；牛刀小试即课堂上的小练习，题目简单易懂，一般选择一步就能做出来的题目；拓展训练即课外作业，有梯度，有层次.

4. 将教学法、学习法融合到教学内容的编排之中.

常规的教材编写不考虑教学方法的使用，用何种方法由课任教师本人决定. 在本书的编写时，编写组根据章节的具体内容，精心设计了较为适用的教学方法，使教师易教、学生易学. 例如：在数列知识中，我们采用了研究性学习的模式编写；在彩票世界（概率中），我们采用了合作学习的模式编写. 这些教学方法能活跃课堂气氛，起到有效组织教学、提高教学效果的作用.

参加本教材编写的成员有许宝良、李慧、陈笑宜、曹沈华、王海燕、陈建平、毛周根、黄伟伟、许关荣、陶巧娟、董祖浩. 本教材中的许多图片由杭州市美术职业学校的教师创作完成，他们是：楼勇、池新新、钟霄蕾. 本教材的文字修改工作由杭州市电子信息职业学校的黄云老师完成.

由于编者水平有限，本教材中肯定会有不少缺点与错误，诚恳希望教师和同学们批评指正.

2008 年 10 月

目　录

第1章 发现之旅

1.1 奇妙的对称 ▶
——函数的奇偶性

我们生活在一个充满对称的世界里.

一枚雪花晶体是对称的，一只蝴蝶的双翼是对称的，一朵梅花的花瓣是对称的，一个酒瓶是对称的，甚至在微观世界里，粒子的正负电子交换也是对称的……

英国诗人布莱克说：“对称是一种美.”的确，诗人们寻找韵律的对仗和整齐的叠句，正是出于对诗歌形式美的追求；而我们做一只乒乓球和圆柱形的易拉罐，同时也是为了制造和使用的方便.对称，不仅仅给人带来一种匀称、均衡的美感，更具有实用的功效.

让我们一起走进奇妙的对称世界吧！

情景再现

我们知道，日常生活中很多对称图形都是轴对称或者是中心对称的（如图 1-1 所示）．下面我们从函数图像中找一找这些对称图形．

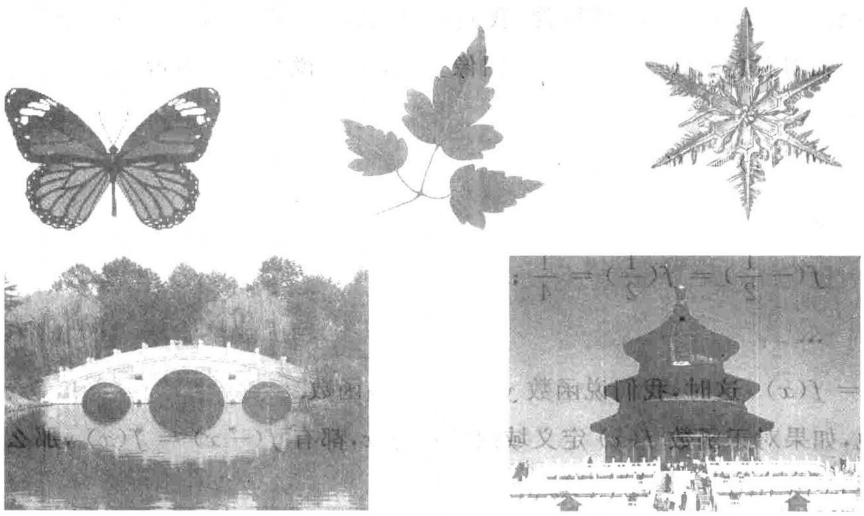


图 1-1

平面上一个图形 E，如果它的每一个点关于直线 l 的对称点仍在图形 E 上，那么称图形 E 关于直线 l 对称，把直线 l 叫做图形 E 的对称轴．

如二次函数 $y=x^2$ 的图像（如图 1-2(a)所示）就是关于 y 轴对称的轴对称图形．

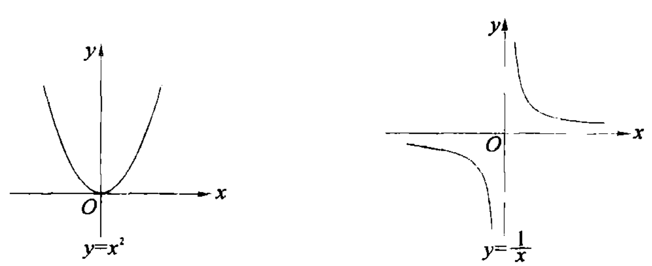


图 1-2

平面上一个图形 F，如果它的每一个点关于点 O 的对称点仍在图形 F 上，那么称图形 F 关于点 O 对称，把点 O 叫做图形 F 的对称中心．

如一次函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图像（如图 1-2(b)所示）就是关于原点 O 对称的中心对称图形．

知识链接——偶函数

在平面上建立一个直角坐标系 xOy，设点 $P(a,b)$ 关于 y 轴的对称点为点 Q，则 Q 的坐标是 $(-a,b)$.

观察函数 $y=f(x)=x^2$ 的图像，我们可以发现，如果点 (x,y) 是图像上的任一点，那么，它关于 y 轴对称的点 $(-x,y)$ 也在图像上. 也就是说当自变量取一对相反数时，函数 y 取同一值. 例如，

$$f(-1)=f(1)=1;$$
$$f(-2)=f(2)=4;$$
$$f(-\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4};$$
$$\cdots$$

即 $f(-x)=f(x)$. 这时，我们说函数 $y=x^2$ 是偶函数.

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 定义域内的任意 x，都有 $f(-x)=f(x)$，那么称 $f(x)$ 是**偶函数**.

例如，函数 $f(x)=x^4$，$f(x)=x^2-1$ 等都是偶函数.

函数 $f(x)$ 是偶函数，当且仅当 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称.

知识链接——奇函数

在平面上建立一个直角坐标系 xOy，设点 $P(a,b)$ 关于原点 O 的对称点是点 M，则 M 的坐标是 $(-a,-b)$.

观察函数 $y=f(x)=\frac{1}{x}$ 的图像，我们可以发现，如果点 (x,y) 是图像上的任一点，那么，它关于原点 O 对称的点 $(-x,-y)$ 也在图像上. 也就是说当自变量取一对相反数时，函数 y 取到一对相反数. 例如，

$$f(-1)=-1,\ f(1)=1$$
$$f(-2)=-\frac{1}{2},\ f(2)=\frac{1}{2}$$
$$f(-\frac{1}{2})=-2,\ f(\frac{1}{2})=2$$
$$\cdots$$

即 $f(-x)=-f(x)$. 这时，我们说函数 $y=\frac{1}{x}$ 是奇函数.

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 定义域内的任意 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么称 $f(x)$

是奇函数.

例如，函数 $f(x)=2x$，$f(x)=x^3$ 等都是奇函数.

函数 $f(x)$ 是奇函数，当且仅当 $f(x)$ 的图像关于原点 O 对称.

如果函数 $f(x)$ 是奇函数或偶函数，那么我们就说函数 $f(x)$ 具有奇偶性.

实战演练

1. 判断下列函数是否具有奇偶性：

(1) $f(x)=2x^2$　　　　(2) $f(x)=2x-\dfrac{1}{x}$

(3) $f(x)=x^3-x^2$　　　　(4) $f(x)=\sqrt{x}$

解：(1) $f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，对于任意的 $x\in\mathbf{R}$，有

$$f(-x)=2(-x)^2=2x^2=f(x)$$

因此 $f(x)$ 是偶函数.

(2) $f(x)$ 的定义域是 $\{x\mid x\neq 0\}$，对于定义域内任意的 x，有

$$f(-x)=2(-x)-\frac{1}{-x}=-2x+\frac{1}{x}=-f(x)$$

因此 $f(x)$ 是奇函数.

(3) $f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，由于

$$f(-1)=(-1)^3-(-1)^2=-2,\ f(1)=1-1=0$$

即 $f(-1)\neq f(1)$，且 $f(-1)\neq -f(1)$，因此 $f(x)$ 是非奇非偶函数.

(4) $f(x)$ 的定义域是 $[0,+\infty)$，关于原点不对称，所以该函数是非奇非偶函数.

注：函数的奇偶性是在函数整个定义域内进行讨论的. 考虑一个函数是否具有奇偶性，应首先考察函数的定义域是否关于原点对称.

2. 已知函数 $y=f(x)$ 是偶函数，它在 y 轴右边图像如图 1-3(a)所示，请画出函数 $y=f(x)$ 在 y 轴左边的图像.

解：因为偶函数的图像关于 y 轴对称，所以画法步骤如下：

(1) 如图 1-3(b) 所示，在 y 轴右边的图像上取点 A,B,C,D,E(这些点一般应包括图像的最高点、最低点和端点等).

(2) 作出点 A,B,C,D,E 关于 y 轴的对称点 A',B',C',D',E'.

(3) 用一条光滑曲线将点 A',B',C',D',E' 连结起来，就

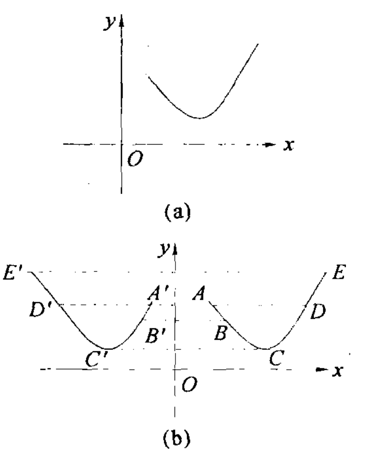


图 1-3

得到函数 $y=f(x)$ 在 y 轴左边的图像.

牛刀小试

1. 判断下列函数是否具有奇偶性：

(1) $f(x)=|x|$　　(2) $f(x)=3x$

(3) $f(x)=1-x$　　(4) $f(x)=x|x|$

2. 已知奇函数 $y=f(x)$ 在 y 轴右边的部分图像（如图 1-4 所示），根据奇函数的性质，请画出函数 $y=f(x)$ 在 y 轴左边部分的图像.

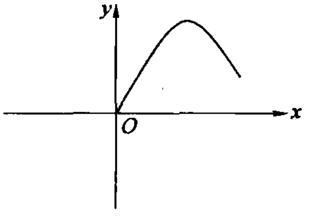


图 1-4

拓展训练

1. 偶函数的图像是以________为对称轴的轴对称图形；奇函数的图像是以________为对称中心的中心对称图形.

2. 下列函数哪些是奇函数，哪些是偶函数，哪些是非奇非偶函数？

(1) $f(x)=|x|+1$　　(2) $f(x)=x+1$

(3) $f(x)=x+\sqrt[3]{x}$　　(4) $f(x)=x^2|x|$

3. 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x) = 2$　　　　(2) $f(x) = 0$

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$ 是 ______ 函数(填“奇”或“偶”).

5. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数，且 $f(5) = -3$，则 $f(-5) =$ ______ .

6. 已知偶函数 $f(x)$ 在 y 轴左边的图像(如图 1-5 所示)，根据偶函数的性质画出函数在 y 轴右边的图像，并求 $f(1) + f(2)$ 的值.

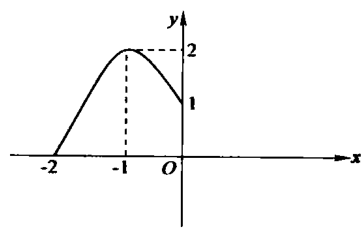
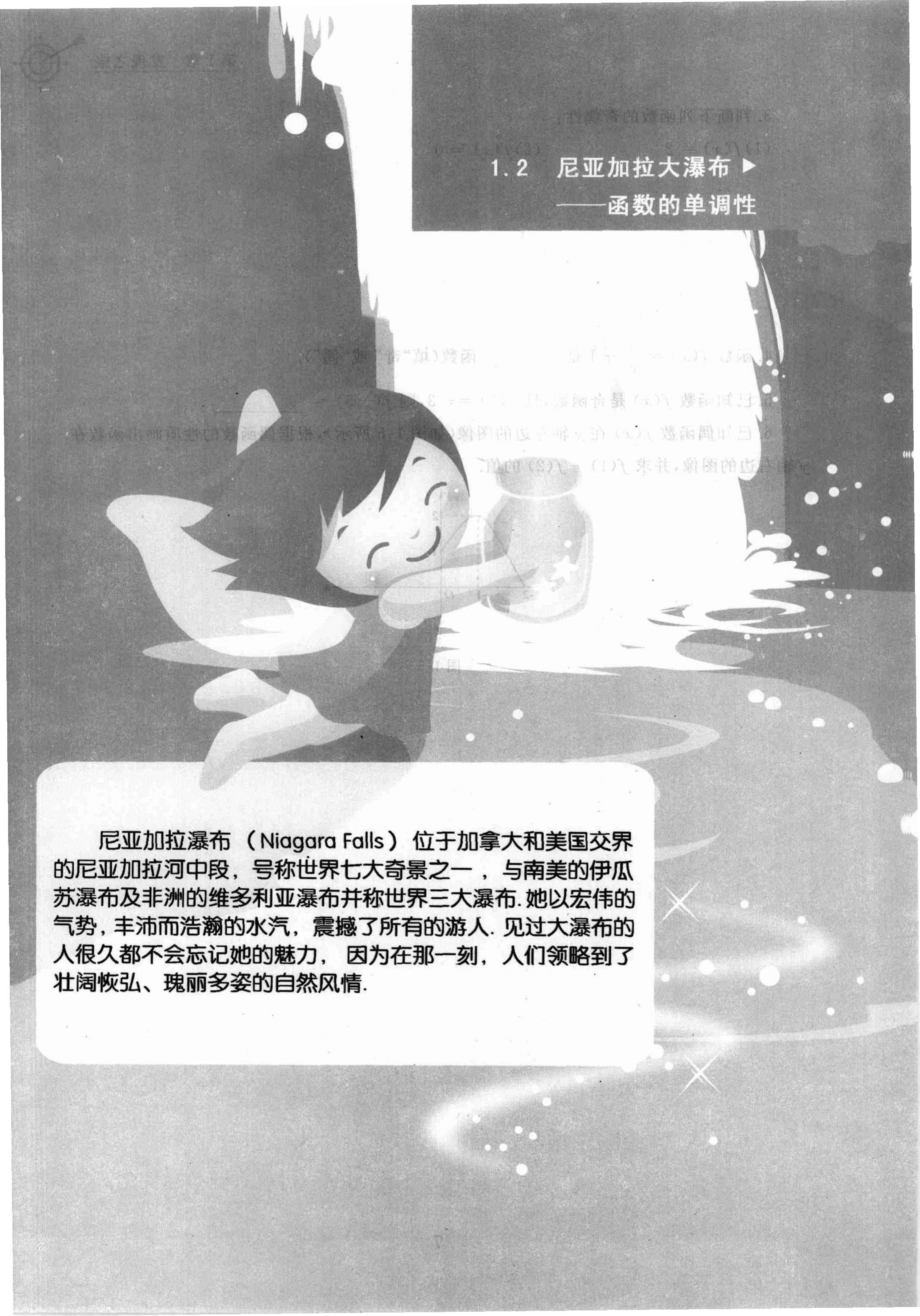


图 1-5

1.2　尼亚加拉大瀑布 ▶
——函数的单调性



尼亚加拉瀑布（Niagara Falls）位于加拿大和美国交界的尼亚加拉河中段，号称世界七大奇景之一，与南美的伊瓜苏瀑布及非洲的维多利亚瀑布并称世界三大瀑布.她以宏伟的气势，丰沛而浩瀚的水汽，震撼了所有的游人.见过大瀑布的人很久都不会忘记她的魅力，因为在那一刻，人们领略到了壮阔恢弘、瑰丽多姿的自然风情.

情景再现

给瀑布作一个纵向的剖面，我们可以看出从上到下水位的变化情况（如图 1-6 所示）.

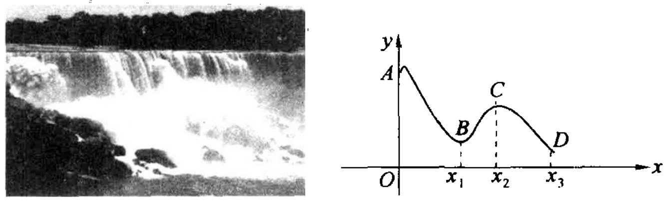


图 1-6

从图像上我们可以观察到，瀑布从 A 处倾泻而下，到 B 处溅起壮观的水花，到高点 C 处又落下，直奔下游而去. 水位的变化可以划分成这么几段，从 O 到 x_1，水位逐渐下降，从 x_1 到 x_2，水位逐渐上升，从 x_2 到 x_3，水位又逐渐下降. 通过这个例子，我们来学习函数单调性的相关概念.

知识链接——函数的单调性

一般地，设函数定义域为 A，区间 $I \subseteq A$：

如果对于区间 I 内任意的 x_1, x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**增函数**（严格递增的），称区间 I 是**单调递增区间**.

如果对于区间 I 内任意的 x_1, x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) > f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**减函数**（严格递减的），称区间 I 是**单调递减区间**.

函数在某个区间上递增或递减的性质统称为**函数的单调性**. 在单调区间上，增函数的图像是一直上升的，减函数的图像是一直下降的. 要了解函数在其定义域内的某一区间是否具有单调性，从函数图像上观察是比较常用的方法，但较为粗略. 严格意义上需要从单调性的定义出发去证明.

实战演练

1. 某市某一天的气温变化如图 1-7 所示，它是函数 $y = f(x)$ 的图像，请说出此函数的单调区间，以及在每个区间上，函数是增函数还是减函数.

解：此函数的单调区间为 [0,6]，[6,15]，[15,24]；在 [0,6] 上是减函数，在 [6,15] 上是增函数，在 [15,24] 上是减函数.

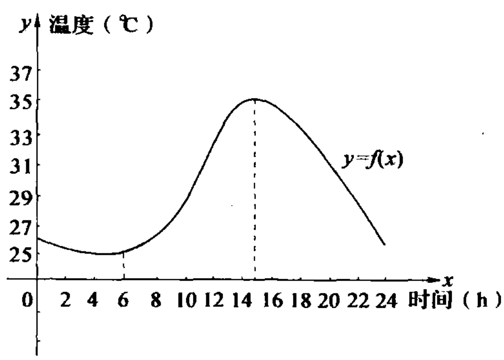


图 1-7

2. 画出函数 $f(x)=2x+1$ 的简图，证明函数在 **R** 上是增函数.

证明：函数 $f(x)=2x+1$ 的简图如图 1-8 所示.

设 x_1,x_2 是 **R** 上任意两个实数，且 $x_1<x_2$，则

$$f(x_1)-f(x_2)=(2x_1+1)-(2x_2+1)$$
$$=2(x_1-x_2)$$

由 $x_1<x_2$，得 $x_1-x_2<0$

于是 $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$

所以，函数 $f(x)=2x+1$ 在 **R** 上是增函数.

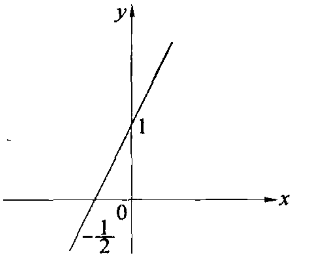


图 1-8

牛刀小试

1. 函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[-6,6]$，根据图像（如图 1-9 所示）说出 $y=f(x)$ 的单调区间，以及在每个单调区间上是增函数还是减函数.

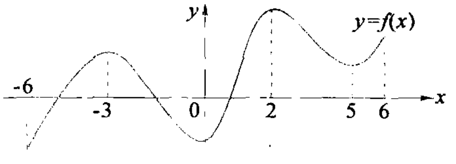


图 1-9

2. 作一次函数 $f(x)=-2x+1$ 的简图，判断函数在 $(-\infty,+\infty)$ 上的单调性，并尝试证明.

拓展训练

1. 任取 $x_1,x_2\in I$，满足当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则 $f(x)$ 在区间 I 上是____函数；任取 $x_1,x_2\in I$，满足当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则 $f(x)$ 在区间 I 上是____函数.

2. 如图 1-10 所示，$y=f(x)$ 在区间____________上是增函数；在区间____________上是减函数.

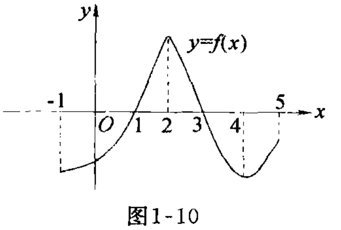


图1-10