概率论与数理统计

学习指导

孟红兵　李佼瑞　编

刘新平　审

陕西人民教育出版社

目　　录

序　　言

《概率论与数理统计》是高等数学中较有特色的一门课程。它是属于随机数学的重要基础课，它既与许多实际的问题有广泛的联系，又要使用数学中其它分支的各种知识，然而其自身又有独特的概念和方法，正因为这样，这门课程学起来可能会很引人入胜。

我们知道，每一门数学学科，除具有数学上的共性之外，都有它的特殊性，这体现在对象、理论和方法上。如《微积分》是从微观的角度用极限的方法研究函数，《高等代数》则主要研究的是方程组，而《概率论与数理统计》所讨论的是“机会”或“随机性”，对这些直观概念的数学分析，形成了自己的一套理论、概念和方法。但是，不论是《微积分》、《高等代数》还是《概率论与数理统计》，都是研究空间形式和数量关系的科学——数学。

详细一点说，《概率论》是研究随机现象数量规律的数学学科。它的基本内容是关于事件、概率、随机变量和随机过程的一系列理论。而《数理统计》则针对实际处理随机现象的任务提出数学模型，研究其规律并提出解决问题的方法，它是通过观察某些现象的出现频率而研究现象的规律性。《概率论》为《数理统计》提供了一定的数学基础，它们之间的关系是十分密切的。

这个课程名为《概率论与数理统计》，也有简单称为“概率统计”的。在课堂时间内，要想掌握课程的一切理论，显然

是不可能的。因此，如何学好《概率论与数理统计》这门课程，这是每一位想学这门课的读者所关心的问题。

首先，总结一下《概率论与数理统计》这门课程的难点：概念多、概型多和所用的数学工具多。

1. 概念多　在教材中，往往是一个概念接着一个概念，这种情况从课本的目录中可以看出。因此，在学习时，大家要用熟悉的例子去说明这些概念，从而达到理解这些概念的目的。更重要的是最好用这些概念来说明、反映、概括自己所遇到的问题。例如在学条件概率时，为了理解条件概率是缩小了样本空间，可举出实例，从而得到结论；再如学习逆事件概率公式的应用时，可找出直接计算概率不易转而去思考其逆事件概率却能够大大简化计算的实例；又如在学习全概率公式时，可先复习完备事件组的概念，然后，在不能直接求出一个事件的概率时，可将它分成许多子事件，再一一求出其概率，最后求和即得结果（这和我们平时对待其他问题的思维方法是类似的）……只有这样，虽然概念多，公式多，但大家学了之后会感到越学越能帮助自己理解各种问题，越学也就越有兴趣。

2. 概型多　概型是概率论中讨论的典型问题，也就是说，许多实际问题往往可以归结为一种概型所表达的典型问题。因此，分清不同的概型，分析一个概型是从哪些问题中抽象出来的，可以包括一大类的问题，这是学习时应注意的要点。例如，独立试验序列是一个重要的概型，很多实际问题都可以借助这个概型来得到启发和帮助，它又是简单随机变量（只取0，1两个值）所能描述的独立试验（独立的随机变量序列）；既能和前面的古典概型相接，又为理解以后的独立随机变量序列，独立随机变量的和的极限分布……等等不少内容给出一个比较容易接受的模型。可以说，在内容上，它确实有一个承前启后的作用。

3. 所用的工具比较多　这门课程中所用的工具比较多而且杂。总的说来，比较多的，需要三个方面的知识。一是排列组合的计数方法；二是积分知识（往往用的是无穷积分），三是关于线性代数的知识。

正是由于《概率论与数理统计》这门课程的这些难点，建议大家在学习这门课的过程中可以采取这样的做法：

1. 在学习过程中，一定要注意循序渐进，由简及繁，按照从具体问题到抽象规律这一过程进行，使自己逐步树立信心、克服不习惯的感觉。《概率论与数理统计》这门课程本身的特点往往使得初学者感到不习惯、不适应，然而，只要能注意从简单问题入手，自己有信心，很快情况就会有所改变。

2. 对于每一个新概念，要掌握它的实际背景以及它在教材前后过程中的作用。有些概念，在刚引入的时候，大家觉得并不难懂，但是并没有真正消化，等到后来就感到困难了。因而需要反复体会、加深理解。例如，随机变量的“数学期望”这一概念，实质上是平均数概念的抽象；只有很好地理解这一概念，才能在学习后面的方差、协方差、相关系数等概念时不会产生困难，因为它们都是特殊的期望，所以，在学习“随机变量的数学期望”时，就从实际求平均值的问题出发，自己提出解决问题的方法，从而理解“数学期望”的概念，与此同时，在后面的学习过程中还要注重加深对期望这一概念的体会。因而最终大家不仅从感性上而且从理性上都会对《概率论与数理统计》的应用数学的特点产生深刻的认识。

3. 大家要适应概率统计的一些考虑问题的方法。例如，在统计推断中，常常使用“小概率事件在一次试验的条件下，实际上是不会发生的”这个原则。一开始，大家可能会感到不习惯，但决不能因为不习惯而放弃，一定要设法理解这个原则，例如可以看这样的例子：有甲、乙两只口袋，甲袋中放有

99 个白球，1 个黑球，乙袋中放有 1 个白球，99 个黑球，现在随机取一只口袋，从中任意取出一球，结果是白球，问：球是从哪个袋子中取出的？从这个例子大家可以很容易地理解“小概率事件在一次试验的条件下，实际上是不会发生的”这个原则，还有比如买一张福利彩票实际上是不会中头奖的等等实际生活中的例子，从而对概率统计的概念逐渐加深，最终掌握这门课程独特的考虑问题的方法。

4．要提醒大家的是先复习后做题，在学懂课程内容的基础上再考虑做习题。《概率论与数理统计》这门课程的有些习题，做起来不是那么容易，容易产生不少困惑，缺乏思路、难以下手，有时想好了却表达不清楚，有时习题做完了也不敢断言做对了。所以，概率论习题的解法就显得尤为重要。事实上，与任何一门数学课程一样，概率论的习题就基本部分来讲并不特别困难，问题在于概率论是处理随机现象的，其处理方法与其他数学学科很不一样，解决问题时更重在概念与思路，大家一下子不易掌握，然而概率论也有其突出的优点，那就是有非常强烈的直观意义，有利于理解与想象，因此在做概率论习题时大家应当理解：

初学时感到困难，这是因为这些习题不仅涉及概率统计的方法，还更多地要使用其它数学分支的知识，后者往往又是初学者没有充分掌握的。“古典概型”是初等概率论中最基本的内容之一，一开始，大部分的习题就集中在这部分。由于在“古典概型”的习题中要大量运用排列组合的计数方法，而排列组合却是大多数初学者不够熟悉的，因此主要也是在这里给初学者开始造成概率论习题难做的印象的。我们认为，应该从两个方面来解决这个问题：首先应注意在学习中不能大量去做只是单纯计算排列组合的习题，不能使重在掌握排列组合的计算技巧超过重在掌握概率论的基本概念；其次在解题时对概率

性质的运用要予以充分的注意，大家将会看到，注意了这点，复杂的排列组合的计算也是可以避免的。在计算概率时强调充分运用概率的性质，这样做可以把计算复杂事件的概率化为计算较简单事件的概率，其中，关键是要牢牢掌握“求逆事件的概率公式”（$P(\overline{A})=1-P(A)$）和“概率的加法公式”（$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$），“条件概率”、“全概率公式”、“贝叶斯公式”的运用也要熟悉。另外，在整个课程的学习过程中，强调复习，仔细分析例题，在复习好的基础上再去做题，题目的内容和解题的方法，一般说来基本上与例题是一致的，真正弄懂了基本内容，做题是不会感到有太大的困难的。当大家感到做题困难时，不要急于看题解，而应该再复习一下所学的内容，看一看哪些例题与要做的题目有相似之处，例题是如何解决的，自己能否仿照例题的方法来做，如果还感到不行，主要困难在哪里……这样比较、思考，就会使大家理解书上的内容，从而找到正确的解题方法。

本书概率论部分（第一章至第四章）由陕西师范大学数学与信息科学学院孟红兵编写，数理统计部分（第五章至第八章）由西安财经学院统计学院李俊瑞编写，陕西师范大学数学与信息科学学院刘新平教授审阅全稿。

最后祝大家学习进步！

第一章　随机事件与概率

一、基本要求

本章复习时应掌握的基本内容：

1. 应深刻理解随机试验，样本空间和随机事件的概念，熟练掌握事件之间的关系（包含、并、交、互斥、对立…）.

2. 正确理解随机事件的概率定义，熟练掌握概率的有关性质及概率的运算.

3. 掌握古典概型的三类问题：①摸球问题，②分房问题，③随机取数问题.

4. 掌握条件概率和与条件概率有关的三个公式，乘法公式，全概率公式和贝叶斯公式.

5. 理解随机事件和随机试验的独立性概念，了解事件互斥、互逆和相互独立三者之间的关系及区别，要求做到概念清晰，计算正确.

二、知识点小结

（一）随机事件的概念

1. 随机试验

概率论中把满足下列 3 个条件的试验称为随机试验，简称为试验：①允许在相同条件下重复地进行；②每次试验结果不一定相同；③在试验之前不知道会出现哪种结果.

2. 基本事件

在随机试验中，每一个可能出现的基本结果构成的集合，均称为基本事件.

3. 基本事件空间（或称样本空间）

把所有可能的试验结果（所有基本事件）的全体所构成的集合称为必然事件或基本事件空间或称为样本空间，记作 Ω.

4. 随机事件（简称事件）

样本空间的子集，即由某些样本点构成的集合称为随机事件，简称事件. 记为 A，B，…，等.

5. 不可能事件

规定不含任何元素的空集也为事件，称为不可能事件，记为 Φ.

6. 事件间的关系与运算

（1）事件之间的四种关系，如表 1—1 所示.

表 1—1

关　系	符 号	概率论	集合论
包含关系	$A\subset B$	事件 A 发生必有事件 B 发生	A 是 B 的子集
相等关系	$A=B$	事件 A 与事件 B 相等	A 与 B 相等
对立关系	$\overline{A}$	事件 A 的对立事件	A 的余集
互斥关系	$AB=\Phi$	事件 A 与事件 B 不能同时发生（或互不相容）	A 与 B 无公共元素

（2）事件之间的三种运算，如表 1—2 所示.

表 1—2

运 算	符 号	概率论	集合论
事件的和(并)	$A\cup B$ $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$	事件“A 与 B 至少有一个发生” 事件“$A_1,\cdots,A_n$ 至少有一个发生”	A 与 B 的并集 $A_1,\cdots,A_n$ 的并集

运 算	符 号	概率论	集合论
事件的积(交)	$A\cap B$(或 AB) $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$	事件"A 与 B 同时发生" 事件"$A_1,\cdots,A_n$ 同时发生"	A 与 B 的交集 $A_1,\cdots,A_n$ 的交集
事件的差	$A-B$	事件"A 发生时 B 不发生"	A 与 B 的差集

7. 一些常用的事件间的关系式

(1) $A\cup B=B\cup A, AB=BA$.(交换律)

(2) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C),(AB)C=A(BC)$.(结合律)

(3) $(A\cup B)C=AC\cup BC;(AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$.(分配律)

(4) $\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B}$, $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$.(对偶律)

$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i}$, $\overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}$.

(5) $\Phi\subset A\subset\Omega$.

(6) 若 $A\subset B$, 则 $A\cup B=B$, $AB=A$.

(7) $A+\Phi=A$, $A+\Omega=\Omega$, $A\Phi=\Phi$, $A\Omega=A$.

(8) $A\subset A\cup B$, $B\subset A\cup B$, $A\supset AB$, $B\supset AB$.

(9) $A\cup B=A+(B-AB)=B+(A-B)=B+A\overline{B}=A+B\overline{A}$.

(10) $\overline{A}=\Omega-A$, $\overline{\overline{A}}=A$, $A-B=A\overline{B}$.

(二) 概率的概念

对于一个随机事件 A 发生的可能性的大小，用一个数 $P(A)$ 来表示，这个数通常就称为随机事件 A 发生的概率，简称为事件 A 的概率.

1. 概率的统计定义

在一个随机试验中，如果事件 A 出现的频率 $\frac{m}{n}$ 随着试验

次数 n 的增大，它在区间 $[0,1]$ 上的某个常数 p 附近摆动，那么定义事件 A 的概率为

$$P(A)=p$$

概率的这种定义，称为概率的统计定义.

2. 概率的古典定义

随机试验的每一个基本结果称为样本点. 样本点的全体称为样本空间. 若随机现象满足：①只有有限个样本点；②每个样本点的发生都是等可能的，且每次试验有且仅有一个样本点发生，则称这类现象为古典概型. 在古典概型情况下，事件 A 的概率定义为

$$P(A)=\frac{\text{事件 } A \text{ 所含样本点个数}}{\text{样本点总数}}$$

3. 概率的几何定义

若随机试验的样本空间是某一个区域，并且任意一点落在度量（长度、面积和体积）相同的子区间是等可能的，则事件 A 的概率可定义为

$$P(A)=\frac{m_A}{m_\Omega}$$

式中 m_Ω 是样本空间的度量，m_A 是构成事件 A 的 Ω 的子区域的度量.

4. 概率的公理化定义及概率的性质

Ω 为样本空间，$\mathscr{F}$ 为 Ω 的某些子集组成的集类，满足：① $\Omega\in\mathscr{F}$；②若 $A_n\in\mathscr{F}$（$n=1,2\cdots$），则 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_n\in\mathscr{F}$；③若 $A\in\mathscr{F}$，则 $\overline{A}\in\mathscr{F}$，称 $\mathscr{F}$ 为 σ—域，$\mathscr{F}$ 中的元素称为随机事件.

定义在 $\mathscr{F}$ 上的一个非负函数 $P(A)$，若满足：①对任意 $A\in\mathscr{F}$，$0\leq P(A)\leq 1$；② $P(\Omega)=1$；③若 $A_n\in\mathscr{F}(n=1,2,\cdots)$ 且 $A_i\cap A_j=\Phi(i\neq j)$，则 $P(\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}A_n)$，就称 $P(A)$ 为事件 A 的

概率，称（Ω，$\mathscr{F}$，P）为概率空间.

概率的基本性质：

（1）$P(\Phi)=0$；

（2）若 A_1，…，A_n 满足 $A_iA_j=\Phi$（$i\neq j$）；则 $P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$（有限可加性）；

（3）$P(\overline{A})=1-P(A)$；

（4）若 $A\subset B$，则 $P(A)\leq P(B)$；

（5）若 $B_n\in\mathscr{F}(n=1,2,\cdots)$ $B_n\supset B_{n+1}$，$\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n=\Phi$，则

$$\lim_{n\to\infty} P(B_n)=0 \qquad \text{（连续性）；}$$

（6）$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\neq j} P(A_iA_j) + \cdots + (-1)^{n-1}P(A_1\cdots A_n)$.

性质（6）称为概率的一般加法公式．概率的基本性质是概率论学习的必要基础，务必要牢固掌握，并能灵活应用这些性质进行概率计算.

（三）条件概率

（1）当 $P(B)>0$ 时，称 $P(A\mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$ 为在已知事件 B 发生的条件下事件 A 的条件概率．条件概率是概率论中另一重要概念，它与独立性有密切的关系，在不具有独立性的场合，它将扮演主要角色．条件概率也是概率，它具有概率的一切性质.

（2）将条件概率公式变形，就得到概率的乘法公式：

$$P(AB)=P(A)P(B\mid A)=P(B)P(A\mid B)$$

$$(P(A)>0,P(B)>0)$$

一般地，设 A_1，…，A_n 为任意 n 个事件，则有

$$P(A_1\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1A_2)\cdots P(A_n\mid A_1\cdots A_{n-1})$$

(3) 全概率公式：设 $B\subset\bigcup_{i=1}^{n}A_i$，且 $A_iA_j=\Phi$ $(i\neq j)$，则

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B\mid A_i)$$

(4) 贝叶斯公式：设 $B\subset\bigcup_{i=1}^{n}A_i$，且 $A_iA_j=\Phi$ $(i\neq j)$，$P(B)\neq 0$，则

$$P(A_i\mid B)=\frac{P(A_i)P(B\mid A_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B\mid A_i)}$$

(四) 独立性，贝努里概型

1. 若 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称事件 A 与 B 独立，若对任意 k $(1\leq k\leq n)$，任意 $1\leq i_1<i_2\cdots<i_k\leq n$，有

$P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k})$

则称事件 A_1，A_2，…，A_n 相互独立.

若对任意 $1\leq i<j\leq n$，有 $P(A_iA_j)=P(A_i)P(A_j)$，则称事件 A_1，…，A_n 两两独立. 事件 A_1，A_2，…，A_n 相互独立一定两两独立，两两独立不一定相互独立.

设 A_1，A_2，…，A_n 相互独立，则有

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-P(A_i))$$

用此公式计算概率 $P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)$ 比用一般加法公式简单得多.

2. 做 n 次随机试验，每次试验的结果是 A 或 $\overline{A}$，且 $P(A)=p$，各次试验相互独立，这种概型称为贝努里概型，n 次试验中事件 A 发生 k 次的概率 $P_n(k)$ 为

$$P_n(k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}\quad(k=0,1,2,\cdots,n)$$

这个公式称为二项式概率计算公式.

三、典型例题及解题方法

例 1 写出随机试验 E 的样本空间、样本点及所列出的随机事件.

(1) 掷一颗骰子.

$A=$ {出现偶数点}

(2) 将一枚硬币抛两次.

A：第一次出现反面；

B：两次出现同一面；

C：至少出现一次反面；

D：不出现反面.

(3) 5 件产品中有一件废品，从中任取两件.

$A=$ {从中任取两件得一件废品}

(4) A、B 两人下棋，观察其结果.

$A=$ {至少一人不败}

(5) 向 xoy 面上的单位圆 ($x^2+y^2<1$) 内投点.

$A=$ {投点落在单位圆内}

解 (1) E 的样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$

$A=\{2,4,6\}$

(2) 设正面为 H，反面为 T.

$A=\{TH,TT\}$；　　$B=\{HH,TT\}$；

$C=\{HT,TH,TT\}$；　　$D=\{HH\}$

(3) 设 4 件正品为 1、2、3、4，废品为 5，

$$\Omega=\begin{Bmatrix} (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5) \\ & (2,3), & (2,4), & (2,5) \\ & & (3,4), & (3,5) \\ & & & (4,5) \end{Bmatrix}$$

$\therefore\ A=\{(1,5),(2,5),(3,5),(4,5)\}$.

(4) 样本空间 Ω 由 3 个基本事件组成，即

$$\Omega = \{甲胜乙负,乙胜甲负,和局\}$$

事件 $A = \{至少有一个不败\}$

$= \{甲不败,乙不败,甲、乙都不败\}$，故事件 A 与 Ω 相同.

(5) $\Omega = \{(x,y)\} \mid x^2 + y^2 < 1\}$

$$A = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

事件 A 与 Ω 相同.

例 2 在某城市发行 3 种报纸 A，B，C、经调查，订阅 A 报的有 45%，订阅 B 报的有 35%，订阅 C 报的有 30%，同时订阅 A 及 B 报的有 10%，同时订阅 A 及 C 报的有 8%，同时订阅 B 及 C 报的有 5%，同时订阅 A，B，C 报的有 3%，试求下列事件的概率.

(1) 只订 A 报的；

(2) 只订 A 报及 B 报的；

(3) 只订一种报纸的；

(4) 正好订两种报纸的；

(5) 至少订阅一种报纸的；

(6) 不订阅任何报纸的；

(7) 至多订阅一种报纸的.

解 本题主要考查学生利用事件之间的关系及运算规律计算事件概率的能力. 在这里正确利用已知事件表示所求事件是非常重要的.

(1)
$$\begin{aligned} P(A\overline{B}\,\overline{C}) &= P(A-B-C) = P(A-(B \cup C)) \\ &= P(A - A(B \cup C)) \\ &= P(A) - P(A(B \cup C)) \\ &= P(A) - P(AB) - P(AC) + P(ABC) \\ &= 0.45 - 0.10 - 0.08 + 0.03 = 0.30 \end{aligned}$$

(2) $P(AB\overline{C}) = P(AB - C) = P(AB - ABC)$

$= P(AB) - P(ABC) = 0.10 = 0.03 = 0.07$

(3) $P(A\overline{B}\,\overline{C}) + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C)$

$= P(A\overline{B}\,\overline{C}) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{A}\,\overline{B}C)$

$= 0.30 + P(B - B(A \cup C)) + P(C - C(A \cup B))$

$= 0.3 + P(B) - P(BA) - P(BC) + P(ABC) + P(C) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$

$= 0.3 + 0.35 - 0.10 - 0.05 + 0.03 + 0.3 - 0.08 - 0.05 + 0.03 = 0.73$

(4) $P(AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC)$

$= P(AB\overline{C}) + P(A\overline{B}C) + P(\overline{A}BC)$

$= P(AB) - P(ABC) + P(AC) - P(ABC) + P(BC) - P(ABC)$

$= P(AB) + P(AC) + P(BC) - 3P(ABC)$

$= 0.10 + 0.08 + 0.05 - 3\times 0.03 = 0.14$

(5) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$

$= 0.45 + 0.35 + 0.3 - 0.1 - 0.08 - 0.05 + 0.03 = 0.90$

(6) $P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}) = 1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - 0.9 = 0.1$

(7) $P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C)$

$= P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}) + P(A\overline{B}\,\overline{C}) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{A}\,\overline{B}C)$

$= 0.1 + 0.73 = 0.83$

例 3　袋中装有 10 个红球，5 个白球，从中一次随机地摸出 3 个球．求摸出的 3 个球全是红球的概率；摸出的全是白球的概率；摸出的是一个红球，二个白球的概率．

解（1）E：从（10+5）个球中随机地任取 3 个球观察其颜色，Ω 含有 $n = C_{15}^{3} = 455$ 个基本事件．

设 $A=$ {所摸出的 3 个球全是红球},

则 A 中含有 C_{10}^3 个基本事件，即 $k=C_{10}^3=120$

$$\therefore P(A)=\frac{k}{n}=\frac{C_{10}^3}{C_{15}^3}=\frac{120}{455}=\frac{24}{91}$$

(2) 设 $B=$ {所摸出的三个球全是白球},

$$P(B)=\frac{k}{n}=\frac{C_5^3}{C_{15}^3}=\frac{10}{455}=\frac{2}{91}$$

(3) 设 $C=$ {摸出一个红球,二个白球}

$$P(C)=\frac{k}{n}=\frac{C_{10}^1\cdot C_5^2}{C_{15}^3}=\frac{10\times 10}{455}=\frac{20}{91}$$

方法提示：

对于古典概型应注意如下几点：

①在概率论发展初期古典概型曾经是研究的主要对象，直到今天，它仍然是学习概率统计的基础，因此古典概型是非常重要的概率模型.

②在实际问题中如何判断一个概率模型是不是古典概型？主要是判断有限性和等可能性. 而有限性往往容易判断，但等可能性较难判定，一般包含有 n 个元素的样本空间中，如果没有理由认为某些事件发生的可能性比另一些基本事件发生的可能性大时，我们就可以认为每个基本事件出现的可能性相等，即都等于$\frac{1}{n}$.

③计算古典概率时，首先要弄清楚随机试验是什么？即判断有限性和等可能性是否满足；其次要弄清楚样本空间是怎样构成的. 对于复杂问题只要求出基本事件的个数 n，同时要考察所讨论的事件 A，即求出 A 所含的基本事件的个数. 再利用公式 $P(A)=\frac{k}{n}$ 计算出 $P(A)$.

例 4　从 1、2、3、4、5、6 六个数字中，等可能地、有