

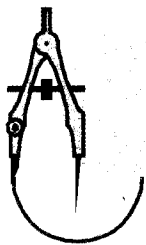
供初一、小学高年级师生、家长参阅

# 中小学 数学衔接读本

思情画意

任生徜徉

浙江科学技术出版社



# 中小学数学衔接读本

主 编	徐 旭	邵汉民		
编写者	徐国刚	童永健	刘加勒	马金锋
	费建锋	高国君	沈建明	韩伟珍
	许亚飞	韩桂芳	俞建华	楼航杰
	陈 渭	戚利云	陈百锋	沈利钢
	傅 伟	韩东兴	叶 青	沈海亮
	汤 瑛	金 溢	章刘飞	吴才兴
	汪素芳	陈炳良	楼开忠	杨国兴
	孙 君	丁水法	徐敏平	石高文
	侯国俊	倪福泉	王国方	高志兴

图书在版编目(CIP)数据

中小学数学衔接读本 / 徐旭, 邵汉民主编. — 杭州: 浙江科学技术出版社, 2009.3

ISBN 978-7-5341-3518-7

I. 中… II. 徐… III. 数学课—小学—升学参考资料  
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 017915 号

书 名	中小学数学衔接读本		
主 编	徐 旭 邵汉民		
出版发行	浙江科学技术出版社 杭州市体育场路 347 号 邮政编码: 310006 联系电话: 0571-85170300-61714 E-mail: scx@zkpress.com		
排 版	杭州富春电子印务有限公司		
印 刷	杭州丰源印刷有限公司		
经 销	全国各地新华书店		
开 本	787 × 1092	1/16	印 张 14
字 数	329 000		
版 次	2009 年 3 月第 1 版		2009 年 3 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5341-3518-7		定 价 24.00 元

版权所有 翻印必究

(图书出现倒装、缺页等印装质量问题, 本社负责调换)

责任编辑 施超雄 封面设计 金 晖

责任校对 张 宁 责任印务 李 静



## 点击全书主干内容

如果你是老师,不妨一**览**;如果你是学生,不妨一**读**;如果你是家长,不妨一**看**。

现实中的学生投入了大量的精力,习题做了一大摞,但成绩仍不理想,教师家长也为之苦恼。究其原因,就是没有找到学习数学的窍门,没有找到解数学题亦思亦画的规律,没有发现适合自己的学习方法。为此,我们编撰了《中小学数学衔接读本》,供大家参阅。

**我们认为:**

一位学者型、有才气的老师,应当有**十分扎实的**功底,应该是一本**百科全书**,学生解题碰到困难时能**千方百计**地为他们排忧解难,使他们的思维**万象更新**。

一名优秀的、有志气的学生,他的思维应该是**十分敏捷**的,对解答数学题有**百倍信心**,碰到较难题目会排除**千难万险**地去解答,对会做的题目会**万无一失**地去完成。

一个称职的、有灵气的家长,应该对孩子的学习情况**十分关注**,对数学解题能力较弱的子女**百般呵护**,碰到较难题目时会深情地说:“孩子,题目总是**千变万化**的,但**万变不离其宗**。在解题时,你一定要抓住题旨,认真做题,**万万不可粗心大意**。”

一本超值、大气的数学书籍,它的题型及内容应该是**十分精彩**的,在解答数学题中能**以十胜百,百战百胜**,真可谓**“千金难买,万众瞩目”**。

我们这本书有一种新的**理念**,用**十类方法、百例经典、千题思画**,让**万人赏析**。

本书的编写,不拘泥于传统的教材,而是结合当今教学实践和教学动态,亦思亦画。在内容和体例上力求:**思情画意,任生徜徉,个性扬帆,智慧荡漾**。

本书的内容,系统全面,亦易亦难,是衔接中小学数学知识和技能**的桥梁**,是学校开展数学课外活动的好资料,是学生拓展解题思路的好帮手,是家长督促子女成长的好材料。

本书在编写过程中参考了大量的优秀资料,得到了各类教育行家的悉心指点,在此一并表示感谢。由于编写时间紧促,水平有限,能否实现预期目标,有待实践检验。书中难免有**错误或不妥之处**,敬请广大读者批评指正。

# 目 录

第一部分 一种理念 思情画意 .....	1
一 一次尝试 引发思画	
——由“乌鸦喝水”用图像彰显引发的思画探究 .....	1
二 十分赞同 渐入细微	
——怎样在数学解题学习中多用“思”与“画” .....	3
三 百思百画 智慧引领 .....	11
第二部分 十类思画 任生徜徉 .....	27
一 十类方法 启程远航 .....	27
二 百个概念 思画生成 .....	35
三 千方百计 夯实基础 .....	61
第三部分 百例经典 个性扬帆 .....	74
一 数的认识 .....	74
二 量与计量 .....	77
三 平均数问题 .....	80
四 重叠问题 .....	83
五 周期问题 .....	85
六 观察和思考 .....	87
七 趣题巧解 .....	90
八 速算与巧算 .....	93
九 分数应用题(一) .....	96
十 分数应用题(二) .....	100
十一 分数应用题(三) .....	103
十二 比和比例 .....	106
十三 行程问题 .....	109
十四 工程问题 .....	112
十五 定义新运算 .....	114
十六 排列问题 .....	117
十七 组合问题 .....	120
十八 平面图形(一) .....	123

十九	平面图形(二)	126
二十	平面图形(三)	129
二十一	立体图形(一)	132
二十二	立体图形(二)	134
二十三	立体图形(三)	137
二十四	数的整除(一)	139
二十五	数的整除(二)	142
二十六	概率与统计	145
二十七	数海拾趣	149
二十八	逻辑推理	152
二十九	假设解题	155
三十	转化解答	157
三十一	逆推还原	160
三十二	用方程解题	162
三十三	调运方案	165
<b>第四部分 千题思画 智慧荡漾</b>		168
一	阶梯训练 中小衔接	168
	小学升学数学试卷(一)	168
	小学升学数学试卷(二)	173
	小学升学数学试卷(三)	177
二	赛题检测 培优夺魁	182
	竞赛模拟测试(一)	182
	竞赛模拟测试(二)	184
	竞赛模拟测试(三)	186
	竞赛模拟测试(四)	188
	竞赛模拟测试(五)	190
	竞赛模拟测试(六)	192
	竞赛模拟测试(七)	194
	竞赛模拟测试(八)	196
	竞赛模拟测试(九)	198
	竞赛模拟测试(十)	200
三	综合测试 智慧荡漾	202
	竞赛综合测试(一)	202
	竞赛综合测试(二)	204
	竞赛综合测试(三)	207
<b>第四部分参考答案及提示</b>		211

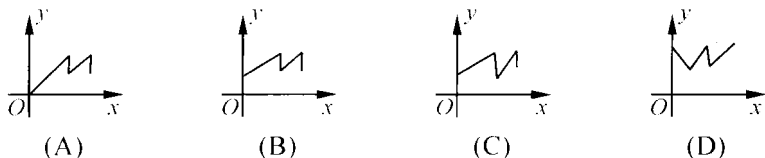
# 第一部分 一种理念 思情画意

## 一 一次尝试 引发思画

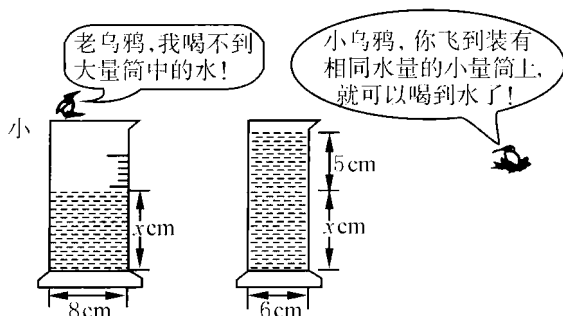
——由“乌鸦喝水”用图像彰显引发的思画探究

数学源于生活,高于生活,反过来又服务于生活。当今一大批贴近生活的新颖题目令人耳目一新。在一次培优班思维训练中,我们尝试着采用中考题让同学们做,结果不但令人满意,而且让我们惊喜,全班40名同学竟无一错答。惊喜之余,也让我们深切地感悟到:“数形相结合,思画相融合”,确实是我们解答数学题有实效性的一种新理念。以下是两道题的内容:

**例1** 你一定知道乌鸦喝水的故事吧!一个紧口瓶中盛有一些水,乌鸦想喝,但是嘴够不着瓶中的水,于是乌鸦衔来一些小石子放入瓶中,瓶中水面的高度随石子的增多而上升,乌鸦喝到了水。但是还没解渴,瓶中水面就下降到乌鸦够不着的高度,乌鸦只好再去衔些石子放入瓶中,水面又上升,乌鸦终于喝足了水,“哇哇”地飞走了。如果设衔入瓶中石子的体积为 $x$ ,瓶中水面的高度为 $y$ ,下面能大致表示上面故事情节的图像是( )



根据图中给出的信息,可得出正确的方程是( )



- (A)  $\pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 x = \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times (x+5)$       (B)  $\pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 x = \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times (x-5)$   
 (C)  $\pi \times 8^2 x = \pi \times 6^2 \times (x-5)$       (D)  $\pi \times 8^2 x = \pi \times 6^2 \times 5$

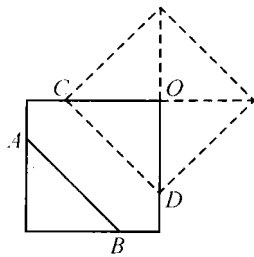
事后,我们在平时及指导同学们竞赛中都恰到好处地采用了思情画意的方法,果然使每位同学均受益匪浅。

如在学习解答下题时,大多数同学还在伏案埋头苦算时,有位同学未等老师问话,就直

截了当地说出答案是“5厘米”。老师反问这位同学：“你为什么能这么快算出结果？”他非常自信地说：“老师，我是依照你的思情画意画出来的。”老师让他把画法讲一遍，结果竟然出乎老师的意料。

**例2**  $AB \parallel CD$  且把正方形的面积平均分为三个部分，已知正方形的面积是 18.75 平方厘米，求  $AB=CD=?$

该同学这样说：“我认为把 18.75 平均分为三份，每份是 6.25，也就是  $S_{\triangle CDO} = 6.25$  平方厘米，那么以  $CD$  为边的正方形的面积是 25 平方厘米，则  $CD=5$  厘米。”如若用其他方法去计算，其“繁”、其“难”不言而喻，而照该同学一思一画，一目了然，有豁然开朗之感。



再例如下面这道较大数与较小数的比较，如若依照常规思路，把  $a$  和  $b$  老老实实在地照数列求和来求差，那么其过程之繁也可想而知。但如用画图来解答此题，则有独具匠心、浅显明了之感。

已知  $a=1+3+5+\dots+99$ ， $b=2+4+6+\dots+98$ 。问  $a$  与  $b$  哪个数大，较大的数比较小的数大多少？

**分析** 要看两个运算式子结果的大小，习惯性思维方式是分别计算出结果后再比较。而在这个问题中，只要上下分别一看，即可知道  $a$  比  $b$  大。至于大多少，请同学们看下面的关系图：

$$a=1+3+5+\dots+99$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$b=0+2+4+\dots+98$$

上下共有50对

在这个关系图中，上面的数都比下面的数大 1，因此很容易得出  $a$  比  $b$  大 50。

**解 略。**



此题克服习惯思维的影响，使解题高效快速。

又如：在学习位值原则时，我们引用了下面这道古算术。

#### 巧算东吴都督周瑜年寿

大江东去浪淘尽，千古风流数人物；  
而立之年督东吴，早逝英年两位数。  
十比个位正小三，个是十位正两倍；  
哪位同学算得快，多少年寿属周瑜？

有位同学应用“画符号”法很快得出是“36岁”。老师半信半疑地问这位同学是如何算出的。该同学说：“我用画符号推出是 36 岁。原因是：‘三十而立’说明是大于 30。‘个是十位正两倍’，说明  $\boxed{3} \times \boxed{2} = \boxed{6}$  且  $6-3=3$ 。只要按位值画一下示意图即可得到答案。”

由以上的尝试到具体实践探究，可以印证：在课堂教学或解题练习中，如若我们能依照题旨去“思”、去“画”，那么解题的路径会更宽、更广，效率会更高、更好。正如实践教育家苏霍姆林斯基所说的：“应用题是画出来的。”让我们沿着思情画意的大道去探究吧！



## 二 十分赞同 渐入细微

——怎样在数学解题学习中多用“思”与“画”

华罗庚先生说过：“数缺形时少直观，形少数时难入微。”在我们数学课堂教学及解题练习中，有些数量关系如果借助于图形的形象直观性，那么有些疑惑概念、难解的题目会令我们豁然开朗，迎刃而解。

数形结合思想应包含两点内容：①“数”上构“形”。以形思数本身是“数”方面的问题，但通过观察，又可发现它具有某种几何特征，由这种几何特征可以发现数与形之间的新关系，使问题获解。②“形”中觅“数”。以数想形解决图形问题，可通过寻找形与数之间的关系，使问题获解。在教学实践中，我们十分赞同思画结合，在具体操作中渐入细微。

### (一) 以形思数，在直观中理解“数”

教师通过以形思数突出图形的形象思维，借助图形的直观性质将抽象的数学概念、运算性质和数量关系形象化、简单化，给同学们以直观感，让他们从已有的知识经验出发，亲历将实际问题抽象成数学模型的过程，然后让同学们用多种感觉器官充分感知，在形成表象的基础上进行想象、联想，达到最终理解数学本质，解决数学问题，形成数学思想的目的。

#### 1. 以形思数，帮助建立数学概念。

许多数学概念比较抽象，教学中常采用化归、分类、比较的数学思想方法，帮助学生建立数学概念。但也可采用数形结合的思想展开教学，运用图形提供一定的数学问题情景，通过对图形中的情景分析，抽象出数学概念的内涵和外延，帮助学生理解数学概念。如在教学“因数和倍数”时，教师运用图形创设如下的问题情景：

#### 一、创设情景，感受并认识因数和倍数

##### 1. 摆长方形。

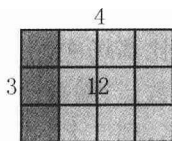
(1) 师：老师这里有这样 12 个正方形(大屏幕出示)，你能把这 12 个正方形摆成不同的长方形吗？

(2) 同学们口答，全班交流。

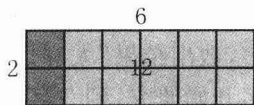
生：可以。

师：你打算怎么摆？

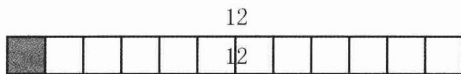
生：每排摆 4 个，摆 3 排；每排摆 6 个，摆 2 排；每排摆 12 个，摆 1 排。



(A)



(B)



(C)

师：(指第一幅图)大家看这幅图，每排摆 4 个，摆 3 排，一共 12 个正方形。像这样，我们就可以说 4 是 12 的因数，3 也是 12 的因数。反过来，我们还可以说 12 是 4 的倍数，12 也是 3 的倍数。这就是我们今天要研究的“因数和倍数”(板书课题)。

师：你能根据另外两个图形说一说谁是谁的因数，谁是谁的倍数吗？

师：同学们说得很好，那么第一幅图你能用一个算式来表示吗？

$$4 \times 3 = 12 \quad 12 \div 3 = 4$$

师：现在你能不能结合这两个算式说一说谁是谁的因数？谁是谁的倍数？

师：另外两个图形能用算式来表示吗？

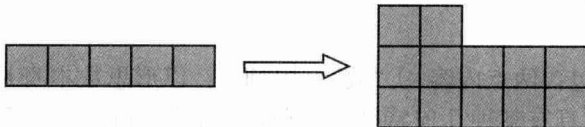
$$6 \times 2 = 12 \quad 12 \times 1 = 12 \quad 12 \div 2 = 6 \quad 12 \div 1 = 12$$

请同桌同学结合这两组算式说一说谁是谁的因数，谁是谁的倍数。

### 2. 辨析。

师：同学们都会吗？

现在，如果仍然有 12 个正方形，每排摆 5 个（课件出示），你看 12 是不是 5 的倍数？为什么？



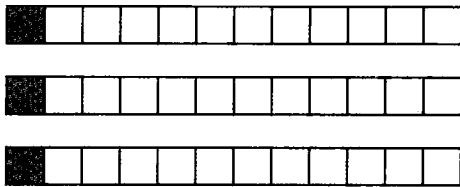
生：12 个正方形，每排摆 5 个，最后会多出 2 个，所以 12 不是 5 的倍数。

师：如果用算式来表示是  $12 \div 5 = 2.4$ ，则出现小数了。（如果没有出现小数，就由老师列出算式并提问和上面的算式有什么不一样的地方）

师：为了研究方便，以后探讨因数和倍数都是自然数（指着板书），而且 0 除外（板书，0 除外）。

### 3. 巩固。

师：大家看这个图形，1 排有 12 个，如果有 3 排（动态出示），有没有因数和倍数关系？



生：有。

师：请你来说一说。

师：那为什么同样是 12，刚才是一个数的倍数，而现在是一个数的因数了呢？

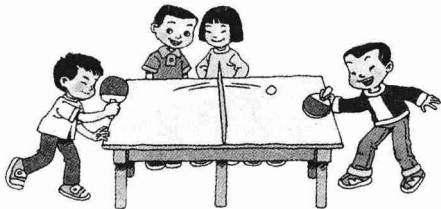
根据长方形的面积来猜想长和宽，从数中想到形，从形中想到数。根据不同的摆法搭建不同的数学模型，在此基础上烘托出本节课的主题——因数与倍数，引导学生利用一般的乘法算式  $a \times b = c$ ，归纳出因数和倍数的概念。

### 2. 以形思数，帮助学生推理、归纳，促进知识的重新构建。

把要解决的数学问题借助图像特征表现出来，通过对图像的解读、分析，帮助学生形象地理解相关性质。如教学“比赛场次”时，学生通过画图、列表的方法来解决人数较少的情况下进行单循环比赛场次问题，再引出人数较多的情况下如何计算单循环比赛场次，引发学生产生困惑，用原来的策略——“直接画图或列表，数出结果”太麻烦，容易数错、漏数。引导学生发现：把 8 名同学的复杂问题，转化为从 2 名开始研究，到 3 名，到 4 名，到 5 名，找出规律。教学片断如下：

二、联系生活,自主探究(25分钟)

1. 课件出示:4名队员打乒乓球的照片。



师:能设计什么样的数学问题?

指名同学提问,如“每两个队员进行一场比赛,一共要比赛多少场?”

2. 教师相继揭题——比赛场次(板书)。

3. 认识“单循环制”和“淘汰制”。

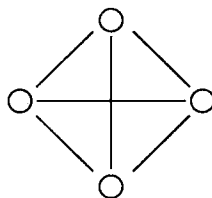
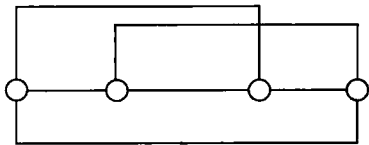
4. 揭示这节课主要研究“单循环制”的问题。

5. 出示题目:我校4名队员进行乒乓球比赛,如果每两名队员之间都进行一场比赛,一共要进行多少场比赛?

6. 回忆三年级的解决方法。(画图、列表)

7. 学生独立尝试。

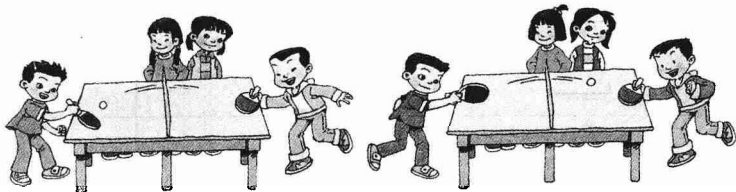
8. 指名两名学生到黑板前板演。



	1	2	3	4
1				
2	✓			
3	✓	✓		
4	✓	✓	✓	

9. 概括方法:直接画图或列表,数出结果。

10. 课件出示:8名队员打乒乓球的照片。



11. 同时出示题目:我校8名同学进行乒乓球比赛,如果每两名同学之间都要进行一场比赛,一共要进行多少场比赛?

质疑:比较题目前后的变化,什么变了?解决问题的策略变了吗?

12. 学生画图体验:用原来的策略——“直接画图或列表,数出结果”会产生什么问题?

(太麻烦,容易数错、漏数)

13. 仅仅增加了4名队员,用原来的方法有点困难,那么你有什么更好的方法吗?

(让学生打开书本,阅读书本提供的资料)





14. 学生回答,教师板书:从简单的情形开始,找出规律。

课件出示:书本第59、60页的表和图。





方案一:列出表格找规律

参加比赛人数	示意图	画“√”	比赛场数																																				
2	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>生1</td> <td>生2</td> </tr> <tr> <td>生1</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生2</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> </table>		生1	生2	生1			生2	√		1	1																											
	生1	生2																																					
生1																																							
生2	√																																						
3	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>生1</td> <td>生2</td> <td>生3</td> </tr> <tr> <td>生1</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生2</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生3</td> <td>√</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> </table>		生1	生2	生3	生1				生2	√			生3	√	√		$1+2=3$	3																				
	生1	生2	生3																																				
生1																																							
生2	√																																						
生3	√	√																																					
4	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>生1</td> <td>生2</td> <td>生3</td> <td>生4</td> </tr> <tr> <td>生1</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生2</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生3</td> <td>√</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生4</td> <td>√</td> <td>√</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> </table>		生1	生2	生3	生4	生1					生2	√				生3	√	√			生4	√	√	√		$1+2+3=6$	6											
	生1	生2	生3	生4																																			
生1																																							
生2	√																																						
生3	√	√																																					
生4	√	√	√																																				
5	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>生1</td> <td>生2</td> <td>生3</td> <td>生4</td> <td>生5</td> </tr> <tr> <td>生1</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生2</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生3</td> <td>√</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生4</td> <td>√</td> <td>√</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <td>生5</td> <td>√</td> <td>√</td> <td>√</td> <td>√</td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> </table>		生1	生2	生3	生4	生5	生1						生2	√					生3	√	√				生4	√	√	√			生5	√	√	√	√			
	生1	生2	生3	生4	生5																																		
生1																																							
生2	√																																						
生3	√	√																																					
生4	√	√	√																																				
生5	√	√	√	√																																			

方案二:画图找规律

参加比赛人数	示意图	各点之间连线数	比赛场数
2		1	1
3		$1+2=3$	3
4		$1+2+3=6$	6
5			

方案三:画图找规律

参加比赛人数	示意图	各点之间连线数	比赛场数
2		1	1
3		$1+2=3$	3
4		$1+2+3=6$	6
5			

15. 学生独立补充完成表和图,然后小组合作找出规律。

16. 你发现了什么?指名小组代表发表想法。

引导学生发现:把8名同学的复杂问题,转化为从2名开始研究,到3名,到4名,到5名,找出规律。

相继补充图表中没有填上的算式是: $1+2+3+4=10$ 。

17. 重点分析:为什么+2、+3、+4呢?让同学们充分地看图理解,并让同学们说出从表或图中所发现的规律。

引导学生发现:每增加一名队员,该队员都要分别跟原有的队员进行一场比赛,所以增加的场数应该是(人数-1),还要说明-1是因为自己不和自己比。

18. 概括所有的情况, $n$ 个人比赛,规律是:

$$1+2+3+\cdots+(n-1)=\text{比赛场次}$$

19. 引导学生发现解题策略:从简单的情形开始,找出规律,算出结果(板书)。

利用规律,让学生独立解决问题。

$$1+2+3+4+5+6+7=28(\text{场})$$


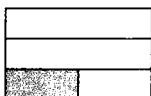
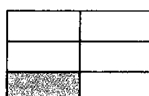
给予同学们充分探索规律的时间和空间,让大家动脑思考,通过动手画图,找出规律,在自主探究中理解“从简单的情形开始,找出规律,算出结果”的策略,培养同学们的合作精神和发现问题的能力。

3. 以形思数,使解题过程具体化。

众所周知,新教材中的“解决问题”这一板块的内容,类似于老教材中的应用题,题目通常比较抽象复杂,有不少学生较难理解其中的数量关系,更别说解决问题了。在传统的应用题教学中,教师常要求学生采用画线段图的方法来理解其中的数量关系。实践也证明,通过画线段图即数形结合的方法,能有效地帮助分析应用题中存在的数量关系。新教材在教学“解决问题”这一板块内容时,许多教师曲解了“淡化数量关系、联系生活实际”等新课标中的诸类要求,教师不再讲,也不敢讲题目中的数量关系,片面追求解决问题过程中的生活化,生怕被扣上教育理念陈旧的帽子。纵观新教材实施几年来的情况看,“解决问题”这一板块的教学因淡化了对数量关系的理解,许多学生一个问题解决完了,再呈现相同结构的数学问题时,还是无从下手。同学们不能举一反三了,原因何在?笔者认为,就是因为教学中教师没有很好地引领学生去发现题目中存在的具有数学结构的关系。要让同学们清晰地发现题目中的数量关系,传统的画线段图的方法、数形结合的思想方法必须得以借鉴和传承。所以,我们还得提倡:通过结合图像形状、位置及相互关系等判断,弄清所研究的问题中隐含的数量关系来解决问题。

以下是以形思数的一个实际例子:

一位教师在执教“连除应用题”时,课一开始,教师呈现了这样一道例题:“有30个桃子,3只猴子吃了2天,平均每天每只猴子吃几个?”请学生尝试解决时,教师要求学生在长方形中表示出各种算式的意思。同学们经过思考交流,呈现出精彩的答案。

<p><math>30 \div 2 \div 3</math>, 有同学画了右图:</p>		<p>先平均分成2份,再将获得的一份平均分成3份。</p>
<p><math>30 \div 3 \div 2</math>, 有同学画了右图:</p>		<p>先平均分成3份,再将获得的一份平均分成2份。</p>
<p><math>30 \div (3 \times 2)</math>, 有同学画了右图:</p>		<p>先平均分成6份,再表示出其中的1份。</p>

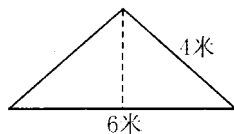
教师要求学生在长方形中表示的思路,是一种在画线段图基础上的演变和创造。因为,长方形是二维的,通过在二维图中的表达,让学生很容易地表达出小猴的只数、吃的天数与桃子个数之间的关系。通过数形结合,让抽象的数量关系、思考路径形象地外显了,非常直观,易于中下水平学生理解。

### (二) 以数想形,在转换中建立“形”

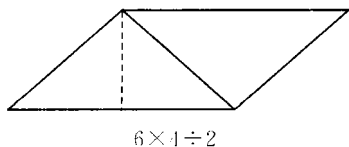
图形推理是抽象的计算,计算是具体的推理,图形是推理和计算的直观模型。数学活动里的有关图形的知识,可以通过数和计算帮助理解。

#### 1. 以数想形,帮助理解各种公式。

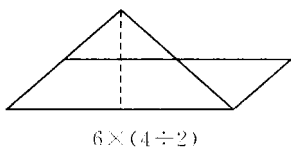
在教学有关计算公式时,如果只是让学生死记计算公式,这样只会将知识学死,如果同学们碰到稍有变化的图形问题,就不能灵活解决。教师可以通过让学生表达各种算式的含义,以达到深刻理解公式的的含义的目的。如一位教师教学三角形的面积计算公式时,课始,绝大部分同学已经模糊知道三角形的面积计算公式,教师出示这个图形后,请同学们计算这个三角形的面积。



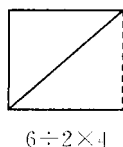
同学们经过思索,出示了多种式子: $6 \times 4 \div 2$ 、 $6 \times (4 \div 2)$ 、 $6 \div 2 \times 4$ 。看来这些不同的式子体现了不同的图形转化思路。教师大胆地请学生根据式子分别想办法找到不同的转换方法,同学们分别用图表示出了各种算式的意思、各种推导公式的思路。如:



将两个底为6米、高为4米的三角形拼成底为6米、高为4米的平行四边形。



将上面的三角形凑到右下角,成为底为6米、高为 $(4 \div 2)$ 米的平行四边形。



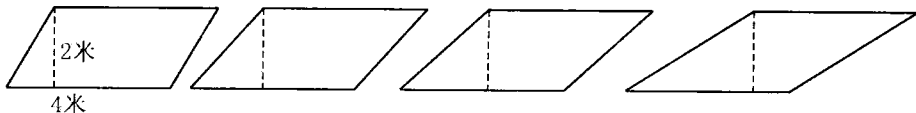
将右边一半割下拼到左上角,成为一个长为4米、宽为 $(6 \div 2)$ 米的长方形。

经过讨论、分析就可以发现三角形的面积计算公式是底 $\times$ 高 $\div 2$ ,这就是由计算转向几何的推理。教学中将图形问题转化为代数问题,它既突出图像的形象思维,又帮助学生获得

准确的结论,是训练学生掌握几何图形计算公式的很好手段。这就使得学生的思维能力、情感态度等方面都得到发展,有效地培养学生数中有形、形中有数的意识。

2. 以数想形,帮助理解图形的性质。

通过以数想形,还可以有效地帮助同学们理解图形的性质。如在教学“不同形状的平行四边形只要等底等高,它们的面积就相等”这一性质时,教师可以提供一算式,让学生画出可能会是怎样的平行四边形。如 $2 \times 4$ ,同学们可以画出如下图形:

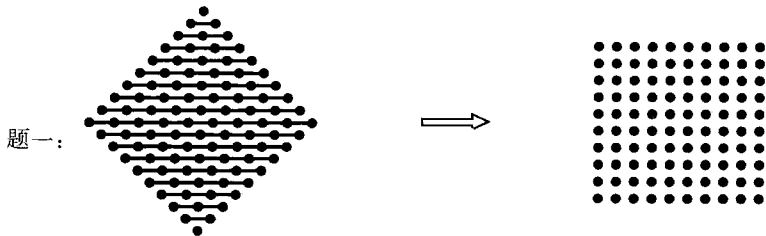


通过观察这一组图形,让学生发现“不同形状的平行四边形只要等底等高,它们的面积就相等”这一图形性质。当然,我们还可以让学生画出底为8米、高为1米的平行四边形,就可以发现:面积相等,图形的形状可以不一样。

3. 以数想形,借助表象发展空间观念。

青少年的认识规律,一般来说是从直接感知到表象,再到形成科学概念的过程。表象介于感知和形成科学概念之间,抓住这个中间环节,让同学们多角度地灵活思考,大胆地想象,利于对知识的理解逐步深化。这对发展同学们的空间观念,培养初步的逻辑思维能力,具有十分重要的意义。

教师可以引导学生利用表象,用联系的观点把握数形结合思想,如在计算 $1+2+3+\dots+99+100+99+\dots+3+2+1=?$ 和 $1+3+5+\dots+197+199=?$ 时,可引导学生把这里的每个加数想象成一个个点,通过点阵的分布来找规律,最后求解。或者把它看作是从另一个角度来思考的经典解法。



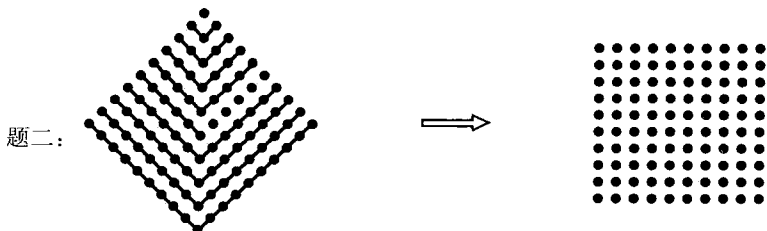
图(1)

图(2)

如图(1)所示,从上往下一层一层数:

总数: $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$ 。

通过仔细观察发现,把图(1)旋转 $45^\circ$ 后就与图(2)一样,变成正方形。所以,总数为: $10 \times 10 = 100$ 。



图(3)

图(2)

如图(3)所示,从上往下沿折线数:

总数： $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19$ 。

通过仔细观察发现，把图(3)旋转  $45^\circ$  后，也与图(2)一样变成正方形了。所以，总数为： $10 \times 10 = 100$ 。

通过找规律，发现这两道计算题都可以用同一种方法计算，即  $100 \times 100 = 10000$ 。

在这里，给我们这样的启发：有些计算题形式不同，以为结果肯定不一样。实际上，从计数的角度来讲，这三种图形只是数的方法不同，图形却是相同的。也就是说，三道计算题对应的三个图形，它们的本质相同，而呈现方式不同。通过数形结合，不仅让我们知道数与图形的对应，还让我们知道图形的变换引起计数方式的不同，从而导致计算形式的多样化。

总之，数学是研究数量关系与空间形式的一门学科，通过数形结合的方法研究问题，可以让数量关系与图形性质的问题很好地转化。通过几何直观，可以帮助同学们建立数的概念，可以帮助同学们理解数运算的意义，可以使解题思路与过程具体化，可以帮助理解各种公式，可以帮助理解图形的性质，可以借助表象发展空间观念，更好地展现知识的建构过程。当然，这两点不是彼此独立的，而是互相联系的。在小学数学教学中，我们十分赞同数形结合、思画并重。数形结合是一种重要的数学思想方法，需要我们在平时的教学中有机地渐入细微，并不断研究渗透思画的策略。



### 三 百思百画 智慧引领

“思是情之本，情是思之源；画从意中来，意乃画之魂。”这是我们对“思情画意”的一个概括，也是我们对数学教学的新理解。

#### （一）思情交融，追溯本质

这里的“思”指思维，“情”指情感。思情就是指教师在教学过程中，充分调动我们的各种感官，把认知过程与情感体验有机地结合起来，思中带情，情中生思，激发学习情趣，增强学习效果。

##### 1. 思情来自于认知与情感的交融。

教学是学校实施教育的基本途径。在这一活动中，教师是教育者，处于教育的主导地位；学生是教育的对象，处于教育的主体地位。教学正是通过发挥教师的主导地位和体现学生的主体地位，来促进学生朝着正确的方向发展。

教学活动是一种人类的特殊活动，活动的双方都是人，是有血有肉、有感有情的个体。因此，教学活动虽然以传递认知信息为中介，却又时时离不开人所固有的情感因素。教学所看到的是“一个涉及教师和学生理性与情绪两方面的动态的人际过程”<sup>①</sup>，也可看成是“与个性及社会心理现象相联系的情感力量和认知力量相互作用的动力过程”（Chavez & Cardenas, 1980）。可以说，知情交融，在人类的教学活动中的运用应该比在人类一切其他活动中具有更为突出的表现。

然而，在人类漫长的教学实践活动中，情感因素的作用往往受到人们的忽视，远离情感的苦学与功利学习成为主流。“书山有路勤为径，学海无涯苦作舟”、“书中自有黄金屋，书中自有颜如玉”，这两句千古格言，刻画了无数读书人的轨迹与梦想。这不仅导致教学中的种种失衡现象，如应试教学、题海战术、厌学现象等等都成为缠在教学上的一层层“裹脚布”，把原本生动有趣的教学变得枯燥乏味，把生龙活虎的学生变成机械单调的“知识接收器”。

今天，历史的车轮已进入 21 世纪——一个高度开放、高度信息化的时代，教育正面临着新的挑战与机遇，东西方教育文化的互补趋向越来越明显，情感、态度、价值观已成为学习不可或缺的三维目标之一。教学更关注的是同学们根据已有知识基础与生活经验基础之上的学习体验，强调学习是同学们自主建构的过程，学习是学生学会生存的必有过程。在这样的背景下，如果我们的教师还把苦学与功利学习作为唯一的或主要的教育观，那么，将不可能培养出新世纪所需要的身心健康、充满热情的建设者。

##### 2. 思情来自于思维与情感的并重。

关注“思”、“情”，成为当前教育改革成功的一大基石，把上面两句千古格言改为“书山有路情为径，学海无涯思作舟”、“书中自有是与非，思行结合情方真”，才是我们追求的目标。

思维是人脑对客观事物的反映。长期以来，人们从某些特定角度对思维及其有关问题进行探讨，并在学科教学中发挥着重要的指导作用。20 世纪 50 年代以后，各学科的多层次和横向渗透发展，为全面、系统地研究思维现象开辟了新途径。皮亚杰的认知心理学，是其

<sup>①</sup>《教与学的心理学》，江西教育出版社，1985 年版，第 1 页。