王后雄学案

教材完全学案

高中数学

必修4　配人课A版

丛书主编：王后雄
本册主编：余国清

X导航 丛书系列

接力出版社 Jieli Publishing House
全国优秀出版社 SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

教材完全学习

高中数学

王后雄学案

教材完全学案

高中数学

必修4 配人课A版

丛书主编：王后雄

本册主编：余国清

编　　委：汪红燕　胡　鑫　胡建兵　郑友贵　熊　敏　汪正江　陈东锐　孙友华　唐　利　丁友仁

X导航 丛书系列

接力出版社 Jieli Publishing House

全国优秀出版社

丛书策划：熊　辉
责任编辑：李朝晖
责任校对：姜　荣
封面设计：蔚　蓝

JIAOCAI WANQUAN XUE AN
GAOZHONG SHUXUE
教材完全学案
高中数学　必修4　配人课A版
丛书主编：王后雄　本册主编：余国清
*
社　长：黄　俭　总编辑：白　冰
接力出版社出版发行
广西南宁市园湖南路9号　邮编：530022
E-mail：jielipub@public.nn.gx.cn
咸宁市中南科择印务有限责任公司印刷　全国新华书店经销
*
开本：889毫米×1194毫米　1/16　印张：11.75　字数：309千
2008年9月第2版　2008年9月第2次印刷
ISBN 978-7-5448-0096-9
定价：20.30元

《教材完全学案》导读图示

- 完备的学习方案
- 详尽的问题剖析
- 深入的学习引导
- 精辟的课堂讲解
- 新典的母题迁移
- 分层的优化测控

让我们一起去揭开《教材完全学案》神奇高效的学习秘密!

课标考纲解读

全真展示每课（节）内容的课标要求及考纲指向，权威锁定学习目标和考点能级，伴您在学习中把握方向，在考试中稳操胜券。

状元学习方案

权威名师指点学习方法，点拨解题疑点，理清基本思路，制定学习方案，搭建智力平台，助您倍速学习，提升学习成绩。

考点知识清单

全息式呈现学科基本知识点和能力点，菜单式的科学梳理将考点习题化设计，便于您在练习中实现对学科考点的理解和记忆。

要点核心解读

同步、完备的学习方案，总结、提炼知识、规律和方法，系统形成知识结构，凸现解题的答题要点和思路规律。

优化分层测训

精心设计“基础巩固题”“能力提高题”“综合拓展题”三层递进测试，分别适用于巩固、提高、迁移和运用训练，使课堂知识得到延伸与拓展，试题新颖，训练效果显著。

典例分类剖析

例题新颖、科学，具有母题的特征和功能。以案例剖析方式进行示范，展示解题思路和方法，让您的解题能力和技巧全面提升。

第一单元　中外小说

第1课　边城

课标考纲解读

1. 鉴赏文学作品的形象、语言和表达技巧。
2. 评价文章的思想内容和作者的观点态度。
3. 抓住人物富有特征的动作、表情和语言，概括揭示人物的外部特征和内心世界。

状元学习方案

1. 了解沈从文及其创作；了解《边城》的思想内容和艺术特色。
2. 分析人物形象所蕴涵的丰富的文化内涵；品味小说语言的特色。
3. 读懂《边城》所表现的纯朴的人性美。

教材知识检索

考点知识清单

1. 给下列加点的字注音。

贲(　　)发　逸(　　)逦(　　)　酒馔(　　)
仓廒(　　)　提(　　)防　连累(　　)
央浼(　　)　模(　　)样　玷(　　)辱
剜(　　)肉　差(　　)拨　髭(　　)须

要点核心解读

一、文题解读

《水浒》是一部描写北宋末年农民起义的著名长篇古典小说。这部章回体小说是在《宣和遗事》、民间故事及话本的基础上，经过元末明初的施耐庵整理加工，进行再创作而完成的。《水浒》生动地描写了一支以宋江为首的声势浩大的农民起义军诞生、发展、失败的全部历程；深刻地揭示了“官逼民反”的社会根源以及起义最终演为悲剧的历史原因；揭露了封建地主阶级的黑暗统治，歌颂了农民阶级的革命斗争，塑造了一个个为人民喜爱的有血有肉、个性鲜明的英雄人物。

典例分类剖析

考点1　分析人物心理描写

命题规律

(1)分析人物心理活动，揭示人物性格特征。
(2)分析人物心理活动变化过程，理解文章的主旨。

[例1]　阅读语段，然后回答问题。

翠翠明明听见了祖父在喊叫自己，非但不理会，反而口中轻轻地说“不是翠翠，不是翠翠，翠翠早被大河里鲤鱼吃去了”，这反映了翠翠怎样的心理？

[解析]　小说通过对话和感情变化来表现人物的内心世界。
[答案]　二老的出现，对翠翠来说，是心灵深处的一大冲击，英俊勇敢又关心体贴人的傩送占据了翠翠的心。
[启示]　小说的阅读考查重点放在分析情节、评价人物、品味语言上。
[母题迁移]　1. 重庆：“重”，就是要有“千里”的眼光，“庆”，就是要有“广大”的胸怀。只有这样，重庆才能有美好的未来。

备选词：研究　创新　网络　经济　明星

(1)________

优化分层测训

学业水平测试

1. 下列词语中加点字注音全对的一项是(　　)。
A. 惆(chóu)怅　轻飏(yáng)　熹(xī)微　稚(zhì)子
B. 盈樽(zūn)　壶觞(shāng)　眄(gài)庭柯　流憩(qì)
C. 遐(xiá)观　出岫(yóu)　翳翳(yì)　盘桓(huán)
D. 西畴(chóu)　棹(zào)舟　窈(yǎo)窕　东皋(gāo)

2. 下列加点字词解释有误的一项是(　　)。
A. 既自以心为形役(奴役)　悟已往之不谏(挽回)
B. 问征夫以前路(行人)　恨晨光之熹微(天色大亮)
C. 怀良辰以孤往(留恋、爱惜)　策扶老以流憩(休息)
D. 景翳翳以将入(日光)　将有事于西畴(田地)

3. 下列分析正确的一项是(　　)。
(1) 才能不及中人 / 愿及未填沟壑而托之　(2) 策扶老以流憩 / 振长策而御宇内
A. 两个“及”意思是相同的，两个“策”意思不同

1

教辅大师王后雄教授、特级教师科学而超前的体例设置，帮您赢在了学习起点，成就您人生的夙愿。

——题记

B. 两个"及"意思不相同，两个"策"意思相同
C. 两个"及"和两个"策"意思都相同
D. 两个"及"和两个"策"意思都不同

4. 下列句中加点的字没有活用的一项是(　　)。
A. 或命巾车，或棹孤舟　　B. 园日涉以成趣
C. 乐琴书以消忧　　D. 鸟倦飞而知还

高考能力测试

(测试时间:90 分钟　测试满分:120 分)

一、(12 分，每小题 3 分)

1. 下列词语中加点的字的读音完全相同的一组是(　　)。
A. 枢纽　倏忽　贤淑　殊途同归　自出机杼
B. 抚恤　辅佐　拊掌　破釜沉舟　惊魂甫定
C. 绚烂　旋风　渲染　气宇轩昂　光彩炫目
D. 羸弱　萦绕　荧光　蝇营狗苟　恶贯满盈

2. 下列词语中没有错别字的一组是(　　)。
A. 优雅　兑奖　相濡以沫　有志者事竞成
B. 气概　影膘　融会贯通　风马牛不相及
C. 陷阱　肤浅　流言蜚语　水至清则无鱼
D. 赔偿　诀别　集思广议　化干戈为玉帛

3. 依次填入下列各句横线处的词句，最恰当的一组是(　　)。
①"________"这两句诗原指站得高才能看得远。现在又用来比喻掌握了正确的观点和思想方法，就能透过现象看到本质，不会被一时的假象所迷惑。
②这是一条公理:财富只能毁灭崇高的理想和善良的气质，倘若它只是________在个人的利益上面。
③把含着眼泪的朋友送上火车，朋友渐挥渐远的手在视野中消失后，他才感到________。
A. 不畏浮云遮望眼，只缘身在最高层。　消费　若有所思
B. 不畏浮云遮望眼，只缘身在最高层。　消耗　若有所失
C. 总为浮云能蔽日，长安不见使人愁。　消耗　若有所思
D. 总为浮云能蔽日，长安不见使人愁。　消费　若有所失

单元知识整合

一、重点解读

1. 掌握一些常用的文言实词、虚词及特殊文言句式。
2. 体会写景、叙事在抒情中的作用，学会并掌握融情于景、情景交融、叙事抒情的基本表达技巧。
3. 感悟借用寓言说理的表达方式，培养展开丰富想象表现意境的能力。

二、难点解读

1. 把握赋和骈体文的文体特点，学会鉴赏这两类文章。
2. 能够正确评价文中表达的思想感情，批判地继承传统文化遗产，培养对传统文化的热爱之情。

三、要点解读

这个单元主要学习古代抒情散文。

本单元的学习重点是学习、借鉴古代抒情散文的表达技巧和表达方式。主要是借事、借景抒发感情，做到情景交融。

新典考题分析

[例 1]　(2007 年山东卷)阅读下面这首清诗，回答问题。

出　关①

徐　兰

凭山俯海古边州，旆②影风翻见戍楼。
马后桃花马前雪，出关争得不回头？

[注]　①关，指居庸关。②旆(pèi)，旌旗。

诗的前二句，有版本作"将军此去必封侯，士卒何心肯逗留"，与本诗相比你更喜欢哪一种？请简要说明理由。

[解析]　本题重点考查对古代诗歌语言的鉴赏。回答问题时，不能就字论字，应放回原句中，结合全诗的意境、题旨和诗人的感情来分析。

[答案]　更喜欢本诗。本诗前两句点出居庸关的雄壮气势，景物描写鲜明生动，为后面抒情作了铺垫，"将军"两句缺乏形象感，并且与全诗思乡的情感不相称。

[例 2]　指出下列加点词语的含义。

蚂蚁，还有蜜蜂、白蚁和群居性黄蜂，它们似乎都过着两种生活。

[解析]　结合课文第四段，可知"两种生活"指它们既是一些个体，做着今天的事而看不出是不是还想着明天，同时又是蚁冢、蚁穴、蜂巢这些扭动着、思考着的庞大动物体中细胞样的成分。"

[答案]　指蚂蚁，还有蜜蜂、白蚁和群居性黄蜂等这些昆虫，既是个体的又是集体的。

答案与提示

第一单元　中外小说

第 1 课　边城

学业水平测试

1. B　(B 项中"恶"应读"wù"，意思是"冒犯、触怒"。)
2. A　(B 项中的"辍"应为"掇"；C 项中的"召"应为"昭"；D 项中的"陪"应为"赔"，"遐"应为"暇"。)

高考能力测试

1. C　(A 项 gòu/gōu、lù/lòu；B 项 zhuó/zháo、jiá/jiā；D 项 jī/jī。)
2. B　(A 项如哽在喉——如鲠在喉；C 项湮没——淹没；D 项推脱——推托。)

单元知识整合

整理单元知识，构建结构体系，让您对本单元的知识、规律和方法一目了然，强化知识记忆，是在单元测试中取得高分的必经阶梯。

新典考题分析

展示高考真题，探究出题规律。权威的命题分析、精透的解题分析、明晰的错解误区思辨，使您对高考内容及题型了如指掌。

答案与提示

稍有难度的题目皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。让您不但知其然，且知其所以然。能使您养成良好规范的答题习惯。

目录

CONTENTS

第1章 三角函数

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

课标考纲解读

1. 理解任意角的概念，学会在平面内建立适当的坐标系来讨论角；

掌握象限角、终边相同的角、终边在坐标轴上的角及区间角的表示方法；

2. 了解角的概念的推广是为了解决生活和生产中实际问题的需要. 学会用数学的观点分析解决实际问题，通过对各种角的表示方法的练习训练，提高分析、抽象、概括的能力.

3. 任意角是三角函数最基本的内容，考查三角函数必须涉及角，而三角函数为必考内容之一，尤其是角的集合的表示方法.

状元学习方案

1. 研究终边相同的角的前提条件是，角的顶点在坐标原点，角的始边与 x 轴的非负半轴重合.

2. 所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，即任一与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

3. 明确以下几点：(1) k 为整数；(2) α 为任意角；(3) $k\cdot360°$ 与 α 之间用"+"号连接，如 $k\cdot360°-30°$ 应看成是 $k\cdot360°+(-30°)$；(4) 终边相同的角不一定相等，但相等的角终边一定相同；(5) 终边相同的角有无数多个，它们相差 $360°$ 的整数倍.

教材知识检索

考点知识清单

1. 一条射线按________方向旋转形成的角叫做正角，按________方向旋转形成的角叫做负角，如果一条射线________形成的角叫做零角.

2. 把角置于直角坐标系中，使角的顶点与________重合，角的始边与________重合，如果角的终边在________，就说这个角是________.

3. 角的终边在________上的角称为象限界角（轴线角），它不属于任何象限.

4. 所有与角 α ________，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，即任一与角 α 终边相同的角，都可以表示成________.

5. $0°\sim270°$ 的读法是________，它表示角 α 的含义是________.

6. 在象限角中，如果 x 是第一象限的角可表示为________.

x 是第二象限的角可表示为________.

x 是第三象限的角可表示为________.

x 是第四象限的角可表示为________.

7. 在象限界角（轴线角）中，终边在 x 轴的正半轴上的角 x 的集合是________.

终边在 x 轴负半轴上的角 x 的集合是________.

终边在 x 轴上的角 x 的集合是________.

终边在 y 轴正半轴上的角 x 的集合是________.

终边在 y 轴负半轴上的角 x 的集合是________.

终边在 y 轴上的角 x 的集合是________.

8. 所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S=$________，即任一与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

要点核心解读

1. 任意角的意义

(1) 任意角：角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形. 如图 1－1－1，角 α 可以看做一条射线绕着端点 O 从起始位置 OA 按逆时针方向旋转到终止位置 OB 所形成的. 点 O 为角的顶点，射线 OA 是角的始边，射线 OB 是角的终边.

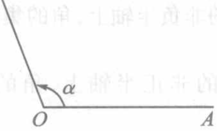


图 1－1－1

掌握角的概念应注意角的三要素：顶点、始边、终边. 角可以是任意大小的.

我们对角的认识先由直观感知，即从一个点出发引出的两条射线构成的图形. 研究的范围仅限于锐角、直角、钝角、平角、周角.

但随着视野的开阔,我们并不满足于这种初步的认识,如体操中"转体720度"与"键子后手翻转体180度接直体前空翻转体900度",以及跳水运动员向内转体翻腾两周半,反身翻腾两周半等.这些角显然不能用$0°\sim360°$之间的角来表示,从中可以看出:有必要用旋转来定义角.

(2)角的分类

既然角是一条射线绕着它的端点,从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形,因此便有了方向.我们规定,按逆时针方向旋转形成的角叫做正角,按顺时针方向旋转形成的角叫做负角.如果一条射线没有作任何旋转,我们称它形成了一个零角.这样,零角的始边与终边重合.如果α是零角,那么$\alpha=0°$.

归纳:因此按照角的旋转方向可以将角分成三类.

$$\begin{cases}\text{正角:按逆时针方向旋转形成的角叫做正角}\\\text{负角:按顺时针方向旋转形成的角叫做负角}\\\text{零角:一条射线没有作任何旋转形成的角叫做零角}\end{cases}$$

正确理解正角、负角、零角的概念,由定义可知,关键是抓住射线的旋转方向是逆时针、顺时针,还是没有转动.

2. 象限角与轴线角

(1)象限角

当角的顶点与坐标原点重合,角的始边与x轴的非负半轴重合,那么,角的终边在第几象限,就说这个角是第几象限角.

(2)轴线角

当角的顶点与坐标原点重合,角的始边与x轴的非负半轴重合,那么角的终边落在坐标轴上时,称作轴线角,这时这个角不属于任何象限.

(3)象限角和终边相同的角的问题

①在研究象限角时要注意以下几个问题:

a.象限角的前提条件是,角的顶点与原点重合,角的始边与x轴的非负半轴重合.

b.角的终边在第几象限,就说这个角是第几象限的角(或者说这个角属于第几象限).

c.角的终边若落在坐标轴上,就说这个角不属于任何象限,称它为轴线角(或称为象限界角).

d.要能熟练地写出各象限角的取值范围.如:

第一象限角:

$\{\alpha|k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$;

第二象限角:

$\{\alpha|k\cdot360°+90°<\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$;

第三象限角:

$\{\alpha|k\cdot360°+180°<\alpha<k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}$;

第四象限角:

$\{\alpha|k\cdot360°+270°<\alpha<k\cdot360°+360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

e.轴线角的集合:

终边落在x轴的非负半轴上,角的集合为:$\{x|x=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在x轴的非正半轴上,角的集合为:$\{x|x=k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在x轴上,角的集合为:$\{x|x=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在y轴的非负半轴上,角的集合为:$\{x|x=k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在y轴的非正半轴上,角的集合为:$\{x|x=k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}$或$\{x|x=k\cdot360°-90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在y轴上,角的集合为:$\{x|x=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

轴线角的表示形式并不唯一,也可以有其他的表示形式.

②终边相同的角

a.研究终边相同的角的前提条件是,角的顶点与坐标原点重合,角的始边与x轴的非负半轴重合.

b.所有与角α终边相同的角,连同角α在内,可构成一个集合$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,即任一与角$\alpha$终边相同的角,都可以表示成角$\alpha$与整数个周角的和.

3. 已知角α所在象限,求2α、$\frac{\alpha}{2}$、$\frac{\alpha}{3}$所在象限的问题

利用已知条件写出α的范围,由此确定2α、$\frac{\alpha}{2}$、$\frac{\alpha}{3}$的范围,再根据范围确定象限.

如已知α为第一象限角,求2α、$\frac{\alpha}{2}$、$\frac{\alpha}{3}$所在的象限.

因为α为第一象限角,则

(1)$k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}$.

$\therefore 2k\cdot360°<2\alpha<2k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}$,则$2\alpha$是第一或第二象限角,以及终边在$y$轴非负半轴上的角.

(2)$k\cdot180°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}$.

当k为偶数时,$\frac{\alpha}{2}$为第一象限角;

当k为奇数时,$\frac{\alpha}{2}$为第三象限角.

$\therefore \frac{\alpha}{2}$为第一、第三象限角.

(3)$k\cdot120°<\frac{\alpha}{3}<k\cdot120°+30°,k\in\mathbf{Z}$.

当$k=3n(n\in\mathbf{Z})$时,$\frac{\alpha}{3}$在第一象限;

当$k=3n+1(n\in\mathbf{Z})$时,$\frac{\alpha}{3}$在第二象限;

当$k=3n+2(n\in\mathbf{Z})$时,$\frac{\alpha}{3}$在第三象限.

所以$\frac{\alpha}{3}$为第一、第二、第三象限角.

典例分类剖析

考点1　任意角的意义

命题规律

考查对角的概念的理解,角度推广后的一些变化也是常考内容.

[例1]　下列说法正确的是(　　).

A.终边相同的角一定相等

B.$\{\alpha|\alpha\text{是锐角}\}\subsetneqq\{\beta|0°\leqslant\beta<90°\}$

C.第一象限的角都是锐角

D.小于$90°$的角都是锐角

[解析]　角的概念推广后,不应再局限于不大于周角的非负角.另外,要注意区分象限角和某个范围内的角.

对于A,终边相同的角不一定相等,它们可相差若干"圈";对于B,α是锐角,即$0°<\alpha<90°$,故

$$\{\alpha|0°<\alpha<90°\}\subsetneqq\{\beta|0°\leqslant\beta<90°\};$$

对于C,第一象限的角是指终边在第一象限的角,如$390°$的终边在第一象限,而$390°>90°$,不是锐角;

对于D,一切负角和零角都小于$90°$,但它们不是锐角.

[答案] B

[点拨] 本题若选错，主要原因是对角的概念的推广认识不到位. 角的概念推广后，对角的认识还停留在过去的水平上，就容易产生错误. 在初学时务必开阔视野，既要从“大”处看，又要向“小”处看.

[母题迁移] 1. 下列说法正确的是( ).

A. 第一象限角一定不是负角

B. 小于90°的角一定是第一象限角

C. 钝角一定是第二象限角

D. 第一象限角一定是锐角

考点2 终边相同的角的集合

命题规律

角的集合是一种常见的角的表示方式，也是最基本的知识，考查写集合的能力和对角的概念的正确理解.

[例2] 在与角10 030°终边相同的角中，求满足下列条件的角.

(1)最大的负角；(2)最小的正角；(3)360°~720°的角.

[解析] 先写出终边相同的角的一般形式，再求满足条件的整数k即可，其中最大的负角在$-360°\sim0°$之间，最小的正角在$0°\sim360°$之间.

(1)与10 030°终边相同的角的一般形式为$\beta=k\cdot360°+10\ 030°$($k\in\mathbf{Z}$)，由$-360°<k\cdot360°+10\ 030°<0°$得$-10\ 390°<k\cdot360°<-10\ 030°$，解得$k=-28$，故所求的最大负角为$\beta=-50°$.

(2)由$0°<k\cdot360°+10\ 030°<360°$，得$-10\ 030°<k\cdot360°<-9\ 670°$，解得$k=-27$，故所求的最小正角为$\beta=310°$.

(3)由$360°\leqslant k\cdot360°+10\ 030°<720°$，得$-9\ 670°\leqslant k\cdot360°<-9\ 310°$，解得$k=-26$. 故所求的角为$\beta=670°$.

[点拨] 与角α终边相同的角为$\beta=k\cdot360°+\alpha(k\in\mathbf{Z})$，连同角$\alpha$，可构成一个集合$S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$. 因此，写一个与$\beta$角终边相同的角的集合先要在$0°\sim360°$之间找出一个与之终边相同的$\alpha$角来.

[母题迁移] 2. (2008年泰安一中月考题)与$-457°$角终边相同的角的集合是( ).

A. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+457°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+97°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+263°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°-263°,k\in\mathbf{Z}\}$

考点3 与角有关的集合问题

命题规律

用集合表示角是本节的基本知识. 当考查不同角的集合之间的关系时，既要理解角的集合的意义，又要掌握集合之间关系的判断.

[例3] (1)设集合$A=\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$，集合$B=\{\beta|\beta=k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$，则( ).

A. $A\supsetneqq B$ B. $B\supsetneqq A$

C. $A\cap B=\varnothing$ D. $A=B$

(2)设集合$M=\{\alpha|\alpha=k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{\beta|\beta=k\cdot45°,k\in\mathbf{Z}\}$，则集合$M$与集合$N$的关系是( ).

A. $M\supsetneqq N$ B. $M\subsetneqq N$

C. $M=N$ D. $M\cap N=\varnothing$

[解析] (1)因为集合$A=\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\alpha|\alpha=(2k+1)\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=2k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\alpha|\alpha=m\cdot90°,m\in\mathbf{Z}\}$，集合$B=\{\beta|\beta=k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$，所以集合$A=B$.

(2)集合M中的各类角的终边如图1-1-2①，图1-1-2②中也表示出集合N中各类角的终边. 比较图1-1-2①和②，有$M\subsetneqq N$. 所以选B.

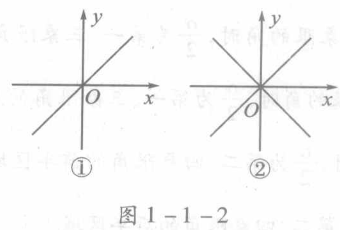


图1-1-2

[答案] (1)D (2)B

[点拨] 解决与角有关的集合问题的关键是弄清集合含有哪些元素. 其方法有三：一是将集合中表示角的式子化为同一种形式(这种方法要用到整数分类的有关知识，即分类讨论)；二是用列举法把集合具体化；三是数形结合，即在直角坐标平面上分别作出这些角.

[母题迁移] 3. 集合$A=\{\alpha|\alpha=k\cdot90°-36°,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\beta|-180°<\beta<180°\}$，则$A\cap B$等于( ).

A. $\{-36°,54°\}$

B. $\{-126°,144°\}$

C. $\{-126°,-36°,54°,144°\}$

D. $\{-126°,54°\}$

考点4 角$\frac{\alpha}{n}$所在象限的研究

命题规律

已知角α的象限，判断$\frac{\alpha}{n}$的象限，是常考的客观题，考查角的意义及分类讨论的思想的应用.

[例4] (1)若α是第二象限的角，求角2α是第几象限的角?

(2)若α是第一象限的角，则$\frac{\alpha}{3}$是第几象限的角?

[解析] (1)因为α为第二象限角，则$k\cdot360°+90°<\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}$，所以$2k\cdot360°+180°<2\alpha<2k\cdot360°+360°,k\in\mathbf{Z}$. 所以$2\alpha$是第三或第四象限角，以及终边落在$y$轴的非正半轴上的角.

(2)因为α是第一象限的角，所以$k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}$，所以$\frac{k}{3}\cdot360°<\frac{\alpha}{3}<\frac{k}{3}\cdot360°+30°,k\in\mathbf{Z}$.

当$k=3n$时，则有$n\cdot360°<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360°+30°,n\in\mathbf{Z}$，所以$\frac{\alpha}{3}$是第一象限角；

当$k=3n+1$时，$n\cdot360°+120°<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360°+150°,n\in\mathbf{Z}$，所以$\frac{\alpha}{3}$为第二象限角；

当$k=3n+2$时，$n\cdot360°+240°<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360°+270°,n\in\mathbf{Z}$，所以$\frac{\alpha}{3}$为第三象限角.

综上,知$\frac{\alpha}{3}$为第一、二、三象限角.

[点拨] 有的同学处理本问题时,由α是第二象限的角,仅想到$90°<\alpha<180°$,从而得到$45°<\frac{\alpha}{2}<90°$,仅得到$\frac{\alpha}{2}$为第一象限的角,而将$\frac{\alpha}{2}$是第三象限角的可能性丢掉了,此种错误以后一定要改正,要熟悉下列事实,对我们解答有关问题大有好处:当α为第一象限的角时,$\frac{\alpha}{2}$为第一、三象限角的前半区域;当α为第二象限的角时,$\frac{\alpha}{2}$为第一、三象限角的后半区域;当α为第三象限角时,$\frac{\alpha}{2}$为第二、四象限角的前半区域;当α为第四象限角时,$\frac{\alpha}{2}$为第二、四象限角的后半区域.

[母题迁移] 4. 若α是第二象限角,则$\frac{\alpha}{3}$的终边( ).

A. 不在第四象限　　B. 不在第三象限

C. 不在第二象限　　D. 不在第一象限

考点5　角的"周期现象"与应用

命题规律

角具有周期性,这一特性常在日常生活中体现出来,考查角的周期性在生活中的应用.

[例5] 2003年10月15日上午9时,中国首位航天员杨利伟乘坐的"神舟"五号载人飞船,在酒泉卫星发射中心用"长征"二号F型运载火箭发射升空.飞船按预定轨道环绕地球十四圈,在太空飞行21小时18分,16日6时23分,在内蒙古中部地区成功着陆,中国首次载人航天飞行任务获得圆满成功.

视飞船在距地面343公里的太空中绕地球做匀速圆周运动,90分钟绕地球一圈,地球的赤道半径为6 378公里,试计算:

(1)飞船绕地球14周共转过的角度是多少?

(2)在太空飞行中,杨利伟与家人进行了一场特别的通话,通话的时间持续4分50秒,在这段时间内,杨利伟所乘坐的飞船转过的角度是多少?飞船走了多少公里?(不考虑其他因素)

[解析] (1)由于飞船绕地球一周转了360°,故14周共转了$14\times360°=5\,040°$.

(2)设飞船转过的角度是θ,飞船绕地球一周用时$90\times60=5\,400$秒钟,转了360°,而4分50秒为290秒钟,则有$\frac{5\,400}{360°}=\frac{290}{\theta}$,解得$\theta=19.3°$.

又由于飞船运行的圆周半径为$343+6\,378=6\,721$公里,飞行一周走了$2\pi\times6\,721=13\,442\pi$km.则每转1°走了$\frac{13\,442\pi}{360}$km,故飞船走了$19.3\times\frac{13\,442}{360}\pi=2\,264$km.

[点拨] 一个角每旋转一周(顺时针或逆时针),终边就又回到原来的位置,终边相同的角周而复始地出现,这正是三角函数具有周期性的本质原因,也是解决某些问题的关键.而且这种周期现象在现实生活中有广泛地应用.

[母题迁移] 5.(1)钟表经过10分钟,时针转了多少度?分针转了多少度?

(2)若将钟表拨慢了10分钟,则时针转了多少度?分针转了多少度?

自主评价反馈

考点知识清单

1. 逆时针　顺时针　没有作任何旋转
2. 原点　x轴的非负半轴　第几象限　第几象限角
3. 坐标轴
4. 终边相同的角　角α与整数个周角的和
5. 0°到270°　$0°\leqslant\alpha\leqslant270°$
6. $\{x|k\cdot360°<x<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|k\cdot360°+90°<x<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|k\cdot360°+180°<x<k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|k\cdot360°+270°<x<k\cdot360°+360°,k\in\mathbf{Z}\}$
7. $\{x|x=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|x=k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|x=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|x=k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|x=k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}$　$\{x|x=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$
8. $\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

母题迁移

1. C　2. C　3. C　4. B

5. (1)$-5°$;$-60°$.　(2)$5°$;$60°$.

优化分层测训

学业水平测试

1. 已知集合$M=\{$第一象限角$\}$,$N=\{$锐角$\}$,$P=\{$小于90°的角$\}$,则下列关系式中正确的是( ).

A. $M=N=P$　　B. $M\subsetneqq P$

C. $M\cap P=N$　　D. $N\cup P\subseteq M$

2. 终边与坐标轴重合的角的集合是( ).

A. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha|\alpha=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$

3. 射线OA绕端点O逆时针旋转120°到达OB位置,由OB位置顺时针旋转270°到达OC位置,则$\angle AOC=$( ).

A. 150°　　B. $-150°$　　C. 390°　　D. $-390°$

4. 若角α与β的终边关于x轴对称,则α与β的关系是________;若角α与β的终边关于原点对称,则α与β的关系是________;若角α与β的终边关于y轴对称,则α与β的关系是________.

5. 若β是第四象限角,则$180°-\beta$是第________象限角.

6. 集合$M=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{2}\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\right\}$,集合$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{4}\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\right\}$,写出集合$M$与集合$N$的关系.

高考能力测试

（测试时间：90 分钟　测试满分：100 分）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题后给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的）

1. 已知角 2α 的终边落在 x 轴的上方，那么角 α 所在象限是（　　）．

A. 一　　B. 一、二　　C. 一、三　　D. 一、四

2. 如图 1－1－3，终边落在阴影部分的角的集合是（　　）．

A. $\{\alpha \mid -45° \leqslant \alpha \leqslant 120°\}$

B. $\{\alpha \mid 120° \leqslant \alpha \leqslant 315°\}$

C. $\{\alpha \mid k \cdot 360° - 45° \leqslant \alpha \leqslant k \cdot 360° + 120°, k \in \mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha \mid k \cdot 360° + 120° \leqslant \alpha \leqslant k \cdot 360° + 315°, k \in \mathbf{Z}\}$

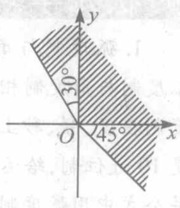


图 1－1－3

3. 若 α 是第一象限角，则 $-\frac{\alpha}{2}$ 是（　　）．

A. 第一象限角　　B. 第一、四象限角

C. 第二象限角　　D. 第二、四象限角

4. α 是任意一个角，则 α 与 $-\alpha$ 的终边（　　）．

A. 关于坐标原点对称　　B. 关于 x 轴对称

C. 关于 y 轴对称　　D. 关于直线 $y = x$ 对称

5. 终边与坐标轴重合的角的集合是（　　）．

A. $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360°, k \in \mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180°, k \in \mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 90°, k \in \mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180° + 90°, k \in \mathbf{Z}\}$

6.（2006 年全国）集合 $M = \{x \mid x = k \cdot 90° + 45°, k \in \mathbf{Z}\}$，$N = \{x \mid x = k \cdot 45° + 90°, k \in \mathbf{Z}\}$，则有（　　）．

A. $M = N$　　B. $M \supsetneqq N$

C. $M \subsetneqq N$　　D. $M \cap N = \varnothing$

7.（2005 年全国）已知 α 为第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是（　　）．

A. 第一或第二象限　　B. 第二或第三象限

C. 第一或第三象限　　D. 第二或第四象限

8. 下列各组角中终边相同的是（　　）．

A. $(2k+1)\pi$ 与 $(4k \pm 1)\pi (k \in \mathbf{Z})$

B. $\frac{k\pi}{2}$ 与 $k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$

C. $k\pi + \frac{\pi}{6}$ 与 $2k\pi \pm \frac{\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$

D. $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ 与 $\frac{k\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

9. 自行车大链轮有 48 齿，小链轮有 20 齿，当大链轮转过一周时，小链轮转过的角度是________．

10. 已知 $-990° < \alpha < -630°$，且 α 与 $120°$ 角的终边相同，则 $\alpha =$ ________．

11. 在 $-720°$ 到 $720°$ 之间与 $-1\ 050°$ 角终边相同的角是________．

三、解答题（本大题共 4 小题，共 45 分）

12.（10 分）如图 1－1－4 写出终边落在阴影部分（含边界）的角的集合．

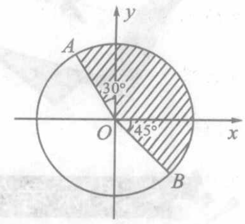


图 1－1－4

13.（11 分）时钟的分针所转的角是正角还是负角？经过下列时间所转的角各是多少度？

（1）12 分钟；（2）2 小时 15 分．

14.（12 分）现在是 8 点 5 分，经过 2 小时 15 分钟后，钟表上的时针和分针转过的角度分别是多少？此时它们所成的角为多少？

15.（12 分）如图 1－1－5，点 A 在半径为 1 且圆心在原点的圆上，且 $\angle AOx = 45°$．点 P 从点 A 出发，依逆时针方向等速地沿单位圆周旋转．已知 P 在 1 秒钟内转过的角度为 $\theta (0° < \theta < 180°)$，经过 2 秒钟到达第三象限，经过 14 秒钟后又回到出发点 A，求 θ．

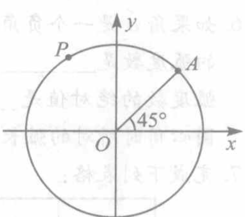


图1－1－5

1.1.2 弧度制

课标考纲解读

1. 了解弧度制的意义；掌握角的不同度量方法，能对弧度制和角度制进行正确的换算.

2. 熟记一些特殊角的弧度数，了解角的弧度数与实数之间的一一对应关系；熟练地用弧度制表示角的集合.

3. 掌握弧度制下扇形的弧长和面积的计算公式，并能结合具体问题进行正确的运算.

4. 本节内容仍然是三角函数最基本的内容，考查对基本概念及其内涵的掌握.

状元学习方案

1. 弧度制与角度制一样，只是一种度量角的方法. 弧度制与角度制相比有一定的优点，其一是在进位上角度制在度、分、秒上是60进位制，不便于计算，而弧度制是10进位制，给运算带来方便；其二是在下节所学的有关公式中用弧度制比用角度制要简单.

2. 用角度制和弧度制来度量零角，虽然单位不同，但量数相同，对于其他非零度的角，由于单位不同，量数也就不同了.

教材知识检索

考点知识清单

1. 角度制：规定________为1度的角，这种度量角的方法称为角度制.
2. 弧度的定义：规定圆弧上，________为1弧度的角，即________ $=1°$，________ $=1\text{rad}$.
3. 弧度与角度的换算：$360°=$ ________ rad；________ $=\pi\,\text{rad}$；
$1°=\frac{\pi}{180}\text{rad}\approx0.017\ 45\text{rad}$；$1\text{rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\approx57.30°=57°18'$.
4. 弧长公式：$l=$ ________（其中 r 为扇形的半径，α 为扇形圆心角的弧度数）.
5. 扇形的面积公式：$S_{扇形}=$ ________ $=$ ________（其中 r 为扇形的半径，α 为扇形圆心角的弧度数，λ 为扇形的弧长）.
6. 如果角 α 是一个负角，那么它的弧度数是一个________；零角的弧度数是________；正角的弧度数是一个________. 角 α 的弧度数的绝对值是________（其中 l 是以角 α 作为圆心角时所对的弧长，r 是圆半径）.
7. 完成下列表格：

度数	$360°$	$180°$	$1°$	$\left(\frac{180}{\pi}\right)°$
弧度数				

8. 角度制和弧度制都是________的方法，________运算简单，有一定的优越性.

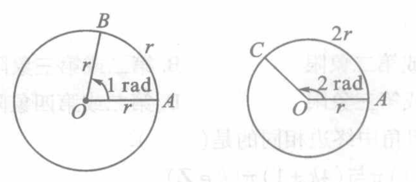
要点核心解读

1. 弧度制的有关概念

（1）弧：圆上任意两点间的部分叫圆弧，简称弧. 弧的度数等于圆心角的度数，随着角的概念的推广，圆心角与弧也进行了推广，即它们都有了正、负、零之分，且圆心角与弧是一一对应的.

（2）弧度制：长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做1弧度的角；用弧度为单位来度量角的单位制叫做弧度制；在弧度制下，1弧度记作1rad.

（3）弧度数：如图1－1－6①，$\overset{\frown}{AB}$ 的长等于半径 r，$\overset{\frown}{AB}$ 所对的圆心角 $\angle AOB$ 就是1弧度的角. 即 $\frac{l}{r}=\frac{r}{r}=1$.



① ②

图 1－1－6

如图1－1－6②中，$\overset{\frown}{AC}$ 的长等于 $2r$，$\overset{\frown}{AC}$ 所对的圆心角 $\angle AOC$ 就是2弧度的角，即 $\frac{l}{r}=\frac{2r}{r}=2$.

一般地，正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是零.

角 α 的弧度数的绝对值 $|\alpha|=\frac{l}{r}$（其中 l 是以角 α 作为圆心角时，所对的弧的长，r 是圆的半径），其公式的变形 $l=|\alpha|\cdot r$，$r=\frac{l}{|\alpha|}$ 经常用到.

归纳：(1)α的正负由角α的终边的旋转方向决定；

(2)比值$\frac{l}{r}$与所取圆的半径大小无关，仅与角的大小有关；

(3)用弧度制表示角时，“弧度”二字或“rad”可以省略不写，而只写该角所对应的弧度数，如角$\alpha=10$就表示α是10rad的角，$\sin\frac{\pi}{4}$就表示$\frac{\pi}{4}$rad的角的正弦值；

(4)弧度制的精髓就在于统一了度量弧与半径的单位，弧度制的基本思想是使圆的半径与圆的周长有统一的度量单位，然后用对应的弧长与圆的半径之比来度量角度.

规律：弧度制把角的大小与实数的大小一一对应起来. 实数是10进制的，而角度制(度、分、秒)则是60进制的，因此它们之间无法建立简便的对应关系. 弧度制是把角度制的60进制化成了10进制. 这样每一个角都有一个实数(弧度数)与它对应；反过来，每一个实数也都有一个角(角的弧度数等于这个实数)与它对应. 如图1－1－7所示.

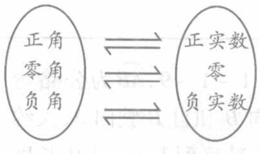


图1－1－7

2. 角度和弧度之间的互化

角度和弧度之间的互化首先必须牢记最基本的对应关系. $180°=\pi$ rad.

然后将所需转化之值按要求填入下式：$\frac{\pi}{180}\text{rad}=\frac{\text{这个角的弧度数}}{\text{这个角的角度数}}$

于是有如下关系式：

(1)将角度化为弧度：$360°=2\pi$ rad；$180°=\pi$ rad；

$1°=\frac{\pi}{180}$ rad ≈ 0.01745 rad.

(2)将弧度化为角度：2π rad $=360°$；π rad $=180°$；

$1\text{rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\approx 57.30°=57°18'$.

按上述换算关系，则得以下一些特殊角的角度数与弧度数的对应值.

度	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°
弧度	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

度	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
弧度	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

归纳：弧度制和角度制的互化是本节的重点，也是难点，互化时计算繁杂，极易出错. 如果能够认清这一互化的实质仅仅是一种比例关系，问题就迎刃而解了. 具体的做法如下：首先牢记最基本的对应关系：$180°=\pi$ rad，然后将所需转化之值按要求填入下式：

$$\frac{\pi}{180}\text{rad}=\frac{\text{这个角的弧度数}}{\text{这个角的角度数}}$$

3. 弧长公式与扇形面积公式

(1)在弧度制下，弧长公式和扇形面积公式分别为：

$l=|\alpha|\cdot r$；$S=\frac{1}{2}l\cdot r=\frac{1}{2}|\alpha|\cdot r^2$.

(2)在角度制下，弧长公式和扇形面积公式分别为：

$l=\frac{n\pi r}{180}$；$S=\frac{n\pi r^2}{360}$.

两者比较，弧度制下的弧长公式和扇形面积公式具有更为简单的形式，其记忆和应用更易操作，但使用公式时应注意：

①用公式$|\alpha|=\frac{l}{r}$求圆心角时，应注意其结果是圆心角的弧度数的绝对值，具体应用时，既要注意大小，又要注意其正负.

②使用弧度制下的弧长公式和扇形面积公式有诸多优越性，但是，如果已知的角度以“度”为单位，则必须先把它化为弧度后再计算，可避免计算错误.

4. 弧度制下的有关记法和结论

(1)对称关系

若α与β终边关于x轴对称，则$\alpha+\beta=2k\pi(k\in\mathbf{Z})$；

若α与β终边关于y轴对称，则$\alpha+\beta=(2k+1)\pi(k\in\mathbf{Z})$；

若α与β终边关于原点对称，则$\alpha-\beta=(2k+1)\pi(k\in\mathbf{Z})$.

(2)终边相同的角

$\beta=\alpha+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，前后单位要一致.

(3)象限角

第一象限角的集合：$\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi<\alpha<2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

第二象限角的集合：$\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi+\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$；

第三象限角的集合：$\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi+\pi<\alpha<2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

第四象限角的集合：$\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi+\frac{3}{2}\pi<\alpha<2k\pi+2\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$.

(4)坐标轴上的角

终边在x轴的非负半轴上的角的集合为：

$\{\alpha|\alpha=2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$；

终边在x轴的非正半轴上的角的集合为：

$\{\alpha|\alpha=2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\}$；

终边在x轴上的角的集合为$\{\alpha|\alpha=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$；

终边在y轴的非负半轴上的角的集合为：

$\left\{\alpha\,\middle|\,\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

终边在y轴的非正半轴上的角的集合为：

$\left\{\alpha\,\middle|\,\alpha=2k\pi-\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

终边在 y 轴上的角的集合为 $\left\{\alpha \mid \alpha=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$;

终边在坐标轴上的角的集合为 $\left\{\alpha \mid \alpha=\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

典例分类剖析

考点1 角度制与弧度制之间的互化

> **命题规律**
> 角度制与弧度制之间的互化作为三角函数的基础知识,在三角函数的化简、计算等问题中普遍涉及,考查正确的互化及视不同情况选用不同度量方法的能力.

[例1] (1)把 $112°30'$ 化成弧度;(2)把 $-\frac{5}{12}\pi$ 化成度.

[解析] (1) $112°30'=\left(\frac{225}{2}\right)°=\frac{225}{2}\times\frac{\pi}{180}=\frac{5\pi}{8}$.

(2) $-\frac{5\pi}{12}=-\left(\frac{5\pi}{12}\times\frac{180}{\pi}\right)°=-75°$.

[点拨] (1)将角度制化为弧度制,当角度制中含有"分""秒"单位时,应先将它们统一转化为"度"时,再利用公式 $1°=\frac{\pi}{180}$ 化为弧度即可.

(2)当弧度为单位表示角时,常常把弧度数写成多少 π 的形式,如无特殊要求,不必把 π 写成小数.

[母题迁移] 1. $-300°$ 化为弧度是(　　).

A. $-\frac{4}{3}\pi$　　B. $-\frac{5\pi}{3}$　　C. $-\frac{7\pi}{4}$　　D. $-\frac{7}{6}\pi$

考点2 用弧度制表示终边相同的角的集合

> **命题规律**
> 用集合表示角是考试中最常见的内容,考查正确表示终边相同的角和区间角集合的能力.

[例2] 用弧度表示顶点在原点,始边重合于 x 轴的非负半轴,终边落在阴影部分内的角的集合(不包括边界,如图1-1-8).

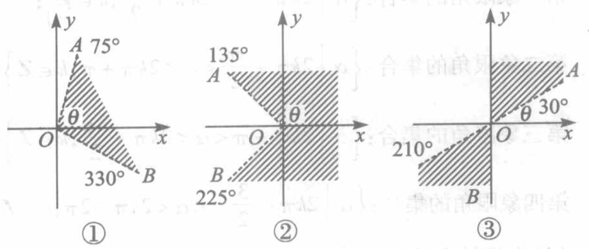


图1-1-8

[解析] (1)如图1-1-8①中以 OB 为终边的角 $330°$,可看成为 $-30°$,化为弧度,即 $-\frac{\pi}{6}$,而 $75°=75\times\frac{\pi}{180}=\frac{5\pi}{12}$,

$\therefore \left\{\theta \mid 2k\pi-\frac{\pi}{6}<\theta<2k\pi+\frac{5\pi}{12},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

(2)如图1-1-8②中以 OB 为终边的角 $225°$,可看成是 $-135°$,化为弧度,即 $-\frac{3}{4}\pi$,而 $135°=135\times\frac{\pi}{180}=\frac{3\pi}{4}$,

$\therefore \left\{\theta \mid 2k\pi-\frac{3\pi}{4}<\theta<2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

(3)如图1-1-8③,$\because 30°=\frac{\pi}{6},210°=\frac{7\pi}{6}$,

$\therefore \left\{\theta \mid 2k\pi+\frac{\pi}{6}<\theta<2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}\cup\left\{\theta \mid 2k\pi+\frac{7\pi}{6}<\theta<2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{\theta \mid 2k\pi+\frac{\pi}{6}<\theta<2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}\cup\left\{\theta \mid (2k+1)\pi+\frac{\pi}{6}<\theta<(2k+1)\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{\theta \mid k\pi+\frac{\pi}{6}<\theta<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

[点拨] 用弧度表示角的集合要注意利用弧度制与角度制间的关系将有关角化为弧度,同时在表示所给角的范围时还要注意正角和负角之间的转化.

[母题迁移] 2. 与 $\frac{9}{4}\pi$ 终边相同的角的表达式中,正确的是(　　).

A. $2k\pi+45°(k\in\mathbf{Z})$　　B. $k\cdot360°+\frac{9}{4}\pi(k\in\mathbf{Z})$

C. $k\cdot360°-315°(k\in\mathbf{Z})$　D. $k\pi+\frac{5\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$

考点3 扇形的弧长与面积的计算

> **命题规律**
> 现实生活中有些图形是扇形,有时为了求它的弧度与面积就需要用到本节的公式,考查扇形的有关公式在实际问题中的应用.

[例3] 如图1-1-9,$\overset{\frown}{AB}$ 为公路弯道,自行车自 A 驶向 B 和自 B 驶向 A,大约各要行驶多少米?(精确到1米,图中长度单位为米,在行驶过程中应靠道路中心的右边行走.)

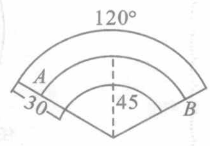


图1-1-9

[解析] 设小圆弧半径为 R_1,弧长为 l_1,大圆弧半径为 R_2,弧长为 l_2,$\overset{\frown}{AB}$ 的半径为 R,等于45,中心线弧长为 l,

则 $R_1=R-\frac{30}{2}=45-15=30$;$R_2=R+\frac{30}{2}=45+15=60$.

因为 $120°=\frac{2\pi}{3}$,所以 $l=|\alpha|R=\frac{2\pi}{3}\times45=30\pi$,

$l_1=|\alpha|R_1=\frac{2\pi}{3}\times30=20\pi$,$l_2=|\alpha|R_2=\frac{2\pi}{3}\times60=40\pi$.

那么自行车自 A 驶向 B,行驶的路程约为:

$\frac{1}{2}(l+l_1)=\frac{1}{2}(30\pi+20\pi)=25\pi\approx79$(米).

自行车自 B 驶向 A,行驶的路程约为:

$\frac{1}{2}(l+l_2)=\frac{1}{2}(30\pi+40\pi)=35\pi\approx110$(米).

[答案] 自行车自 A 驶向 B 与自 B 驶向 A,行驶的路程大约分别为79米和110米.

[点拨] 自行车自 A 驶向 B 走小圆弧与中心线之间,自 B 驶向 A 应走大圆弧与中心线之间,故应先计算出小圆弧与大圆弧的半径,再计算弧长.

[母题迁移] 3. 一条弦长等于圆的直径的 $\frac{1}{2}$,则这条弦所对的圆心角的弧度数是(　　).

A. 等于 $\frac{\pi}{6}$ 弧度　　B. 等于 $\frac{\pi}{3}$ 弧度

C. 等于 $\frac{1}{2}$ 弧度　　D. 以上都不对

考点4 求扇形面积的最大值

命题规律

当一个扇形的周长一定时，半径和弧长的取值变化会导致面积的变化，考查利用函数的方法求最值和解决实际问题的能力.

[例4] 扇形的周长为20cm，当扇形的圆心角为何值时，它的面积最大？并求出最大面积.

[解析] 灵活运用弧长公式和扇形的面积公式.

方法一：设扇形的圆心角为α，半径为r，面积为S，则弧长为$l=20-2r$.

$\because 20-2r=r\cdot\alpha$,

$\therefore r=\dfrac{20}{2+\alpha}$,

$\therefore S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}r^2\alpha=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{20}{2+\alpha}\right)^2\cdot\alpha$,

可化为$S\alpha^2+4(S-50)\alpha+4S=0$.

$\because \alpha\in\mathbf{R}$,

$\therefore \Delta=16(S-50)^2-16S^2\geqslant0$,

解得$S\leqslant25$，$\therefore S_{\max}=25\text{cm}^2$，

此时$\dfrac{200\alpha}{(2+\alpha)^2}=25$，得$\alpha=2\text{rad}$.

方法二：$S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}(20-2r)\cdot r=-r^2+10r$

$=-(r-5)^2+25$,

$\therefore$ 当$r=5$时，$S_{\max}=25\text{cm}^2$，

此时$l=20-2\times5=10\text{cm}$，

$\alpha=\dfrac{l}{r}=\dfrac{10}{5}=2\text{rad}$.

[点拨] (1)给出周长(即间接给出弧长)及面积，列方程组求弧长及半径，最后求得圆心角的弧度. 在以面积作等式时可以有弧度制和角度制下的两种方式.

(2)求面积最值时，本题可以以r为变量建立面积关于半径r的二次函数，也可以建立关于θ角的函数，求函数的最值方法较多，希望尽力掌握.

[母题迁移] 4. 若一个扇形的周长为60cm，那么，当它的半径为________cm、圆心角为________弧度时，有最大面积________cm^2.

考点5 弧度制的综合应用

命题规律

角是生活中普遍存在的一种现象. 在其他学科分支中也广泛存在角. 因此，综合应用弧度制解题可以考查对弧度制的理解和应用所学知识解题的能力.

[例5] 如图1-1-10，圆心在原点，半径为R的圆交x轴正半轴于A点，P、Q是圆上的两个动点，它们同时从A点出发沿圆周做匀速运动. 点P沿逆时针方向每秒转$\dfrac{\pi}{3}$，点Q沿顺时针方向每秒转$\dfrac{\pi}{6}$，试求它们出发后第5次相遇时的位置及各自走过的弧长.

[解析] 由题意，可得动点P、Q由第$k(k\in\mathbf{Z})$次相遇到第$k+1$次相遇所走过的弧长恰好等于圆的周长$2\pi R$. 因此，当它们第5次相遇时走过的弧长为$10\pi R$. 设动点P、Q自A点出发到第5次相遇走过的时间为t秒，走过的弧长分别为l_1，l_2，则$l_1=\dfrac{\pi}{3}Rt$，$l_2=\dfrac{\pi}{6}Rt$. 因为$l_1+l_2=10\pi R$，即$\dfrac{\pi}{3}Rt+\dfrac{\pi}{6}Rt=10\pi R$，所以$t=\dfrac{10\pi R}{\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)R}=20(\text{秒})$，所以$l_1=\dfrac{20}{3}\pi R$，$l_2=\dfrac{10}{3}\pi R$. 由此可知，动点$P$转过的角度为$\dfrac{20}{3}\pi=6\pi+\dfrac{2\pi}{3}$. 故第5次相遇在点$M$处，$M$为$\dfrac{2}{3}\pi$的终边与圆的交点. 这时动点$P$、$Q$走过的弧长分别为$\dfrac{20}{3}\pi R$和$\dfrac{10}{3}\pi R$.

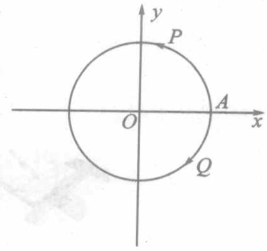


图1-1-10

[点拨] 弄清两个动点两次相遇之间共走过的弧长为一个圆的周长是解题的关键，另外，本题在求解过程中，利用了方程的思想以及观察图形列式(数形结合)等重要方法.

[母题迁移] 5. 如图1-1-11，动点P、Q从点$A(4,0)$出发沿圆周运动，点P按逆时针方向每秒钟转$\dfrac{\pi}{3}$弧度，点Q按顺时针方向每秒钟转$\dfrac{\pi}{6}$弧度，求P、Q第一次相遇时所用的时间，相遇点的坐标及P、Q点各自走过的弧长.

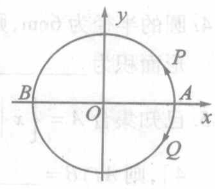


图1-1-11

自主评价反馈

考点知识清单

1. 周角的$\dfrac{1}{360}$

2. 长度等于半径长的弧所对的圆心角 $\dfrac{\pi}{180}$ $\left(\dfrac{180}{\pi}\right)^\circ$

3. 2π 180° 4. $r|\alpha|$ 5. $\dfrac{1}{2}lr$ $\dfrac{1}{2}r^2|\alpha|$

6. 负数 0 正数 $|\alpha|=\dfrac{l}{r}$

7. 2π rad π rad $\dfrac{\pi}{180}$ rad 1 rad

8. 度量角 弧度制

母题迁移

1. B 2. C 3. B 4. 15 2 225

5. 第一次相遇时间为4秒，相遇点坐标$C(-2,-2\sqrt{3})$；P走过的弧长为$\dfrac{16}{3}\pi$；Q走过的弧长为$\dfrac{8}{3}\pi$.

优化分层测训

学业水平测试

1. 下列各对角中，终边相同的是(　　).

A. $\frac{3}{2}\pi$ 和 $2k\pi-\frac{3}{2}\pi(k\in\mathbf{Z})$　　B. $-\frac{\pi}{5}$ 和 $\frac{22}{5}\pi$

C. $-\frac{7}{9}\pi$ 和 $\frac{11}{9}\pi$　　D. $\frac{20}{3}\pi$ 和 $\frac{122}{9}\pi$

2. 下列叙述中，正确的是(　　).

A. 一弧度是一度的圆心角所对的弧

B. 一弧度是长度为半径的弧

C. 一弧度是一度的弧与一度的角之和

D. 一弧度是长度等于半径长的弧所对的圆心角的大小，它是角的一种度量单位

3. 把 $-1\ 485°$ 写成 $2k\pi+\alpha(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in\mathbf{Z})$ 的形式是(　　).

A. $-8\pi+\frac{\pi}{4}$　　B. $-8\pi-\frac{7}{4}\pi$

C. $-10\pi-\frac{\pi}{4}$　　D. $-10\pi+\frac{7}{4}\pi$

4. 圆的半径为 6cm，则 15° 的圆心角所对的弧长为________，扇形面积为________.(用 π 表示)

5. 已知集合 $A=\left\{x\left|k\pi+\frac{\pi}{4}\leqslant x<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$B=[-4,4]$，则 $A\cap B=$________.

6. 解答下列各题:

(1)已知扇形的周长为 10cm，面积为 4cm^2，求扇形圆心角的弧度数;

(2)已知一扇形的圆心角是 72°，半径等于 20cm，求扇形的面积;

(3)已知一扇形的周长为 40cm，当它的半径和圆心角取什么值时，才能使扇形的面积最大? 最大面积是多少?

高考能力测试

(测试时间:90 分钟　测试满分:100 分)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题后给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的)

1. (2004 年全国)若 α 是第四象限角，则 $\pi-\alpha$ 是(　　).

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

2. 如果一扇形的圆心角为 72°，半径等于 20cm，则扇形的面积为(　　).

A. $40\pi\text{cm}^2$　　B. $80\pi\text{cm}^2$　　C. 40cm^2　　D. 80cm^2

3. 若集合 $M=\left\{\alpha\left|\alpha=4k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$N=\left\{\beta\left|\beta=4k\pi-\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则下列关系中正确的是(　　).

A. $M\cup N=M$　　B. $M=N$

C. $M\cap N=\varnothing$　　D. $M\cap N=N$

4. 设集合 $A=\left\{x\left|x=k\pi+(-1)^k\cdot\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则集合 A 与 B 之间的关系为(　　).

A. $A\supsetneqq B$　　B. $A\subsetneqq B$

C. $A=B$　　D. $A\cap B=\varnothing$

5. 终边在坐标轴上的角的集合是(　　).

A. $\{\alpha|\alpha=2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{\alpha|\alpha=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\left\{\alpha\left|\alpha=\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$　　D. $\left\{\alpha\left|\alpha=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

6. 已知扇形的周长是 6，面积是 2，则扇形的圆心角的大小是(　　).

A. 1　　B. 1 或 4

C. 4　　D. 2 或 4

7. 若 φ 是第二象限角，那么 $\frac{\varphi}{2}$ 和 $\frac{\pi}{2}-\varphi$ 都不是(　　).

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

8. (2002 年全国)集合 $M=\left\{x\left|x=\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$P=\left\{x\left|x=\frac{k\pi}{4}\pm\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 M、P 之间的关系为(　　).

A. $M=P$　　B. $M\subsetneqq P$

C. $M\supsetneqq P$　　D. $M\cap P=\varnothing$

二、填空题(本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分)

9. 在直径为 10cm 的轮上有一长为 6cm 的弦，P 是该弦的中点，轮子以每秒 5 弧度的速度旋转，则经过 5 秒后点 P 转过的弧长是________.

10. 角 α、β 的终边关于直线 $x+y=0$ 对称，且 $\alpha=-\frac{\pi}{3}$，则 $\beta=$________.

11. 已知集合 $A=\{x|2k\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{x|-4\leqslant x\leqslant 4\}$，则 $A\cap B=$________.

三、解答题(本大题共 4 小题，共 45 分)

12. (10 分)已知 $A=\left\{\alpha\left|\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，

$B=\left\{\alpha\left|\alpha=2(k+1)\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，