

高等学校教学用书

工程力学

主 编 王益槐
副主编 胡世骏 纪多敏

煤炭工业出版社

高等学校教学用书

工 程 力 学

主 编 王益槐

副主编 胡世骏 纪多敏

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书是由全国煤炭高校力学教学研究会确定,并根据国家教委力学课程教学指导委员会制定的《力学课程教学基本要求》组织编写的。适用于高等工科院校非机械、非土建以及职工大学、自学考试等有关专业的教学用书。课时数为120~140学时。本书亦可供工程技术人员参考。

本书分静力学、材料力学、运动学和动力学四篇。书中有较多的典型例题和一定数量的思考与练习。全书在理论和概念的阐述上力求准确、严谨、文字简洁、精练,适用面较宽。各校可根据专业要求和学时数决定取舍。

高等学校教学用书

工 程 力 学

主编 王益槐 副主编 胡世骏 纪多敏

责任编辑:瓮立平 李朝雯

*

煤炭工业出版社 出版发行

(北京安定门外和平里北街21号)

中国科学院印刷厂 印刷

*

开本 $787 \times 1092 \text{mm}^{1/16}$ 印张 21 $\frac{3}{8}$

字数 508 千字 印数 1—5000

1996年10月第1版 1996年10月第1次印刷

ISBN 7 - 5020 - 1375 - X / TB12

书号 4144 A0346 定价 24.00 元

前 言

工程力学是高等工科院校各专业的一门技术基础课,主要研究机械和结构设计与计算的基本原理和方法,以及机构的运动分析和动力计算。

本书根据国家教委力学课程指导委员会制订的《力学课程教学基本要求》,结合编者多年的教学实践体会编写,其主要特点是:(1)将工程力学的教材体系作了较大幅度的改动。按静力学、材料力学、运动学和动力学的顺序编排,拓宽了专业的使用面。如课时较少,静力学和材料力学可以自成体系;课时较多,则可全部讲授。(2)将作者近年来的教学新方法引入教材。如用斜率跟踪法画内力图等。(3)加强了基本概念、基本理论和基本技能的讲授。静力学以平面力系为重点,动力学则按解题的思路编排教材,加强了基本技能的训练,并重视了力学在工程中的应用。(4)书中各章精选了例题,着重讲述分析问题的思路和解决问题的方法,并且选编了丰富的“思考与练习”,有助于学生的归纳和复习。

本书是在1995年全国煤炭高校力学教学研究会上确定的。参加本书编写的有:山西矿业学院顾铁风(第一章至第三章),河北建筑科技学院陈建涛(第四章、第五章),山西矿业学院王益槐(第六章),焦作工学院纪多辙(第七章、第九章),焦作工学院廖明成(第八章、第十章、附录I),山东矿业学院济南分院胡世骏、陈冠芳、石广岩(第十一章至十四章),淮南矿业学院汪汇、孙明贵(第十五章至第十七章)。全书由王益槐、胡世骏、纪多辙和廖明成审定。王益槐任主编,胡世骏、纪多辙任副主编。

本书在编写过程中得到了山西矿业学院和焦作工学院两院基础部的大力支持和帮助,全国煤炭高校力学教学研究会理事长万德连教授给予了指导和关怀,在此我们一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中可能存在某些缺点和错误,恳请广大师生和读者批评指正。

煤炭高校《工程力学》编写组
1996年5月于太原

目 录

绪 论	1
-----------	---

第一篇 静 力 学

第一章 静力学基础	4
第一节 静力学的基本概念	4
第二节 静力学基本公理	5
第三节 约束类型和约束反力	7
第四节 物体的受力分析与受力图	9
思考与练习	10
第二章 简单力系	13
第一节 汇交力系的实例	13
第二节 汇交力系合成的几何法与平衡的几何条件	13
第三节 汇交力系合成的解析法与平衡的解析条件	15
第四节 力矩	20
第五节 力偶理论	23
思考与练习	26
第三章 一般力系	31
第一节 平面一般力系向作用面内一点简化	31
第二节 平面一般力系的平衡条件	36
第三节 物体系统的平衡	39
第四节 平面简单桁架的内力计算	40
第五节 具有摩擦的平衡问题	42
第六节 空间一般力系的平衡条件	46
第七节 重心	47
思考与练习	50

第二篇 材 料 力 学

第四章 构件的轴向拉伸与压缩	55
第一节 轴向拉伸与压缩时的外力和内力	55
第二节 轴向拉伸与压缩杆件的应力	56
第三节 轴向拉伸与压缩构件的变形 虎克定律	61
第四节 材料在轴向拉伸与压缩时的力学性能	64
第五节 轴向拉伸与压缩杆的强度计算	69
第六节 轴向拉伸与压缩杆的超静定问题	72
第七节 应力集中的概念	74
第八节 拉伸与压缩连接件的强度计算	75
思考与练习	78

第五章 圆轴扭转	83
第一节 圆轴扭转时的外力和内力	83
第二节 圆轴扭转时的应力	85
第三节 圆轴扭转时的强度计算	88
第四节 圆轴扭转时的变形和刚度计算	90
思考与练习	93
第六章 梁的弯曲	95
第一节 梁弯曲变形引言	95
第二节 剪力和弯矩	97
第三节 剪力方程与弯矩方程、剪力图与弯矩图	99
第四节 弯矩、剪力与载荷集度的关系及其应用	102
第五节 纯弯曲梁的正应力	105
第六节 梁弯曲时的剪应力	109
第七节 梁弯曲的强度计算	112
第八节 梁的挠曲轴线	119
第九节 梁的变形计算	121
第十节 梁的刚度计算	129
第十一节 变形比较法解简单超静定梁	131
思考与练习	134
第七章 应力状态与强度理论	141
第一节 应力状态的概念	141
第二节 二向应力状态分析	142
第三节 三向应力状态的最大应力	147
第四节 复杂应力状态下的应力-应变关系	148
第五节 强度理论	150
思考与练习	156
第八章 组合变形杆件的强度计算	160
第一节 组合变形的概念	160
第二节 弯曲与拉伸或压缩的组合变形	160
第三节 弯曲与扭转的组合变形	164
思考与练习	166
第九章 压杆稳定	170
第一节 压杆稳定的概念	170
第二节 细长压杆的临界压力	171
第三节 压杆分类和临界应力总图	174
第四节 压杆稳定的安全计算	176
第五节 提高压杆稳定性的措施	181
思考与练习	182
第十章 疲劳与断裂简介	185
第一节 疲劳的概念	185
第二节 交变应力的循环特征	186
第三节 材料的持久极限	187

第四节 平面应变断裂韧度	188
思考与练习	191

第三篇 运 动 学

第十一章 点的运动	192
第一节 点的运动方程	192
第二节 点的速度与加速度的矢量法	193
第三节 点的速度与加速度在直角坐标轴上的投影	194
第四节 点的速度与加速度在自然坐标轴上的投影	198
思考与练习	202
第十二章 刚体的基本运动	205
第一节 刚体的平行移动	205
第二节 刚体绕定轴转动	206
思考与练习	211
第十三章 点的合成运动	214
第一节 点合成运动的概念	214
第二节 点的速度合成定理	215
第三节 点的加速度合成定理	218
思考与练习	224
第十四章 刚体的平面运动	229
第一节 概述	229
第二节 平面图形上各点的速度	231
第三节 平面图形上各点的加速度	238
思考与练习	240

第四篇 动 力 学

第十五章 动力学的运动微分方程	244
第一节 动力学基本定律	244
第二节 质点的运动微分方程	245
第三节 质点系的质心运动定理——刚体平动微分方程	251
第四节 刚体绕定轴转动的运动微分方程	254
第五节 刚体平面运动的微分方程	261
思考与练习	264
第十六章 动力学普遍定理	267
第一节 动量定理	267
第二节 动量矩定理	272
第三节 动能定理	277
思考与练习	288
第十七章 动静法(达朗伯原理)	293
第一节 质点的达朗伯原理	293
第二节 质点系的达朗伯原理	295
第三节 刚体惯性力系的简化	297

第四节 动力学解题方法综合应用	301
思考与练习	304
附录 I 平面图形的几何性质	308
第一节 静矩和形心	308
第二节 惯性矩、极惯性矩和惯性积	309
第三节 平行移轴定理	311
思考与练习	313
附录 II 型钢表	314
主要参考文献	334

绪 论

一、工程力学的任务

工程力学包括理论力学和材料力学两部分。

力作用在物体上,可能产生的效应有物体的运动状态发生变化或物体产生形变。理论力学的任务是研究物体受力产生机械运动状态变化的一般规律。材料力学的任务是研究在满足强度、刚度和稳定性的前提下,为构件的设计提供必要的理论基础和计算方法。

在客观世界中,运动是多种多样的,如发热、发光、电磁等物理现象,化合、分解等化学变化,以及人的思维活动等。从这个观点来看,运动是物质存在的形式,是绝对的。在物质的各种运动形式中,物体在空间的位置随时间改变的机械运动是最简单的一种。我们研究物体的机械运动时,物体的位置变化必须相对假定不动的参照物而言,所以,机械运动应该说是相对的。

理论力学所研究的是速度远小于光速的宏观物体在惯性坐标系内的机械运动,它以牛顿基本定律为基础,属于古典力学的范畴。至于速度接近光速的物体和基本粒子的运动,则必须用相对论和量子力学的观点才能完善地予以解释,这说明古典力学的应用范围是有局限性的。但是,经过长期的实践证明,截止到现代一些工程中遇到的大量力学问题,用古典力学来解决,不仅方便,而且能够保证足够的准确性,所以古典力学至今仍具有很大的实用价值。

组成机械的零件和结构的元件,统称为构件。当机械或工程结构工作时,每一构件都要受到载荷的作用。为保证机械和工程结构的安全,每一构件都应有足够的能力,担负起所应承受的载荷。这种承载能力主要以下列三个方面来衡量:

- (1)构件应有足够的强度。要求构件在外载荷作用下具有抵抗破坏的能力。
- (2)构件应有足够的刚度。要求构件在外载荷作用下具有抵抗变形的能力。
- (3)构件应有足够的稳定性。要求构件在外载荷的作用下具有保持原平衡状态的能力。

为了满足上述强度、刚度和稳定性的基本要求,一般只要选择较好的材料及较大尺寸即可,但这样做的结果,势必造成良材劣用和大材小用的后果,不符合节约的要求。因此,安全与经济这两方面的要求就形成了矛盾的两个方面,材料力学的理论和方法,就是解决这一矛盾的最好方法。

二、工程力学的研究方法

工程力学的研究和其它任何科学的研究一样,一定要符合辩证唯物主义的认识论。

(1)通过观察生活与生产实践中的各种现象,通过多次的科学实验,经过分析、综合和归纳,总结出力学的最基本的规律。又在大量分析、综合和归纳各个具体的特殊规律的基础上,逐步总结和形成了普遍的基本规律。

(2)在对事物观察和实验的基础上,经过抽象化建立力学模型。观察和实验的大量结果,使人们对事物的感觉产生了多次的反复,再经过“去粗取精,去伪存真,由此及彼,由表及里”的思维分析过程,形成了概念,这个过程就是抽象化的过程。抽象化的方法可以在研究复杂

的客观事物过程中,抓住起决定作用的主要因素,舍弃次要的、局部的和偶然的因素,深入现象的本质,明确事物的内在联系。例如,在研究物体的机械运动时,忽略物体受力变形的性质,得到刚体的模型;忽略摩擦对物体运动时的影响,得到理想约束的模型等等。这种抽象化的方法,一方面简化了所研究的问题,另一方面也更深刻地反映了事物的本质。但是,任何抽象化的模型都是有条件的、相对的。研究问题的条件改变时,原来的模型就不一定适用,必须再考虑影响问题的新因素,建立新的模型。刚体是研究物体受力平衡时的模型,用它研究物体受力变形的规律得到的结论非常荒谬时,又需要重新建立材料力学所研究的变形固体模型。

(3)在建立力学模型的基础上,从基本规律出发,用数学演绎和逻辑推理的方法,得出正确的具有物理意义和实用价值的定理和结论,在更高的水平上指导实践,推动生产的发展。

工程力学的基本规律是根据大量的事实,经过分析、综合和归纳而建立起来的。人们又从这些基本规律出发,结合生产实践或自然界的物理现象,用数学演绎和逻辑推理的方法建立了它们之间的相互关系,并进一步得出了某些具有深刻物理意义和便于应用的定理和结论。因此,在工程力学这门课程中,数学这一有效的工具不但广泛地运用于推理,而且也运用于量的计算。通过数学表达式,有助于更进一步揭示物理量间的内在联系,使力学理论能够更直接地解决复杂的实际问题。

(4)为了认识客观规律,人们不仅在生活和生产实践中进行了观察和分析,而且还进行了大量的实验。构件的强度、刚度和稳定性与材料的力学性能有关,而材料的力学性能要由实验来测定。此外,许多理论分析的结果,是在某些假设条件下得到的,是否可靠,有待实验的验证。还有些问题现在尚无理论分析的结果,须借助于实验方法来解决。所以,实验分析和理论研究同样是工程力学解决问题的手段。

从实践到理论,再由理论到实践,通过实践进一步补充和发展理论,然后再回到实践,如此循环往复,每一循环都在原来的基础上提高一步,像所有的学科一样,工程力学也是沿着这条道路不断向前发展的。

三、变形固体的基本假设

理论力学主要研究物体机械运动的规律,所以忽略了物体受力变形的性质,将研究对象抽象为刚体,忽略了物体的几何尺寸,将研究对象抽象为质点。工程上的构件,在载荷作用下都有不同程度的变形,故材料力学的研究对象为可变形固体。变形固体的性质是多方面的,从不同角度研究问题,侧重面也不一样。研究构件的强度、刚度和稳定性时,常根据与问题有关的一些主要因素,忽略一些关系不大的次要因素,对变形固体作某些假设。

(1)连续性假设。认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的几何空间。从物质结构来说,组成固体的粒子之间并不连续。但它们之间所存在的空隙与构件的尺寸相比,极其微小,可以忽略不计。这样,便于根据连续函数的性质,利用高等数学来研究材料力学中的有关问题。

(2)均匀性假设。认为整个物体都是由同一种材料组成,在物体内各处的力学性质都是一样的。就工程上使用得最多的金属来说,其各个晶粒的力学性质,并不完全相同。但因在构件或构件的某一部分中,包含的晶粒为数极多,而且是无规则地排列的,其力学性质是所有各晶粒力学性质的统计平均值,所以可以认为构件内各部分的性质是均匀的。

(3)各向同性假设。认为物体在各个方向上的力学性质完全相同。具备这种性质的材料

称为各向同性材料。工程上常用的金属,就其每一个晶粒来讲,在不同方向上,其力学性质并不一样。但因为它所包含的晶粒数量极大,而且各晶粒又是杂乱无章地排列的,这样其在各个方向上的性质就接近相同了。铸钢、铸铜和玻璃以及做得很好的混凝土都可以当作各向同性材料。材料力学所研究的问题将局限于各向同性的变形固体。

在各个方向上具有不同力学性质的材料称为各向异性材料,如胶合板、纤维织品、木材以及经过冷扭的钢丝等。

(4)小变形条件。材料力学所研究的问题,仅限于小变形问题,即物体受力变形以后,物体所有各点因变形引起的位移都远小于物体原来的尺寸。这样,在建立物体变形以后的平衡方程式时,就可以略去变形的影响,用变形前的原始尺寸来代替变形后的尺寸,误差很小,分析计算工作大大简化了。至于构件的变形过大,超出了小变形的条件,一般已超出了材料力学所研究的范围。

试验结果表明,如外力不超过一定极限,绝大多数材料在外力作用下发生变形,在外力解除后又可恢复原状,称为弹性变形;但如外力过大,超过一定的限度,则外力解除后只能部分复原,而遗留下一部分不能消失的变形称为塑性变形。工程上一般不希望发生塑性变形。

概括地说,在材料力学中,把实际构件看作是均匀、连续和各向同性的变形固体,而且通常只限于研究弹性范围的小变形问题。除了上述几项基本假设和限制条件外,还常常采用一些为简化计算的假设。

四、学习工程力学的目的

工程力学是一门理论性较强的技术基础课。学习它的目的如下:

(1)工程力学是现代工程技术的基础。工程实际中的力学问题,有的可直接应用工程力学的基本理论去解决,有些比较复杂的工程实际问题,则需要用工程力学和其它专门知识共同来解决。

(2)工程力学是工科各专业的技术基础课。工程力学研究力学中最普遍、最基本的规律。很多工程专业的课程,如机械原理、机械零件、结构力学、弹塑性力学、流体力学、振动理论、断裂力学及许多专业课程都是以工程力学为基础的,所以工程力学是学习一系列后续课程的重要基础。

(3)工程力学是培养学生分析问题,解决问题能力的重要环节。工程力学的研究方法,具有科学研究的普遍性。因此充分理解并掌握这种方法,不仅可以深刻地掌握这门学科,而且有助于其它技术理论的学习与掌握,有助于培养辩证唯物主义的世界观,培养正确的分析问题与解决问题的能力,是工科院校学生培养的重要环节,为今后解决生产实际问题和从事科学研究工作打下良好的基础。

第一篇 静 力 学

第一章 静力学基础

静力学主要研究物体在力系作用下的平衡规律,同时研究力的一般性质及力系的简化方法。本章将介绍静力学基本公理、基本概念、约束的基本类型以及物体受力图的绘制。静力学的全部理论在四个公理的基础上加以扩展、推论而成,而受力图的绘制是对物体进行受力分析的实践基础。

第一节 静力学的基本概念

一、常见的力学模型

在理论力学中,为了使问题的研究得到简化,须略去其研究对象的次要特性,根据其共性将其抽象为不同的理想力学模型,如质点、刚体等。

质点是只计质量,不计其形状与大小的几何点。如研究各种星体的运行规律时(如地球公转),星体可视为质点。

质点系是指有限个或无限个有着一定联系的一群质点的总称。一般分为可变质点系与不变质点系。质点系中各质点间的距离保持不变的系统称不变质点系,又称刚体,即受力后永远不变形(形状与体积不变)的物体。研究各种星体的自转(地球自转)时,星体视为刚体。由若干个刚体组成的系统称为刚体系统,或简称物系。引入抽象化的“刚体”概念,可简化静力学的研究。因此,静力学又称“刚体静力学”。

二、力的概念

力是物体间的相互机械作用,其作用结果是使物体的机械运动状态发生变化(外效应)或使物体的几何形状发生改变(内效应)。如人推车的力使车由静止到运动或由慢到快(运动状态改变)。锻锤对工件的冲击力使工件变形等(形状变化)。

既然力是物体间的相互作用,则力就不能脱离物体而存在。有一个力,就必须有一个物体,或为施力体,或为受力体。

实践证明,力对物体的作用决定于力的大小、方向和作用点。其中任何一个要素发生变化,力的作用效应也随之改变。例如,用扳手拧螺母时(图 1-1),要拧紧螺母,作用在扳手上 A 点的 P_1 必大于 B

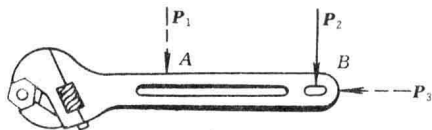


图 1-1

点的 P_2 ,而作用在 C 点的 P_3 对螺母无转动效应。

力既有大小又有方向是矢量。它可以用带箭头的直线段来表示,如图 1-2 所示。其中线段 AB 的长度表示力的大小,线段的方位(如线段与水平线成 θ 角)和箭头的指向表示力的方向,起点 A 或终点 B 表示力的作用点。沿矢量方位画出的直线称力的作用线(图 1-2 中

KL)。书写时用符号 F 表示力的大小, $\mathbf{F}$ 表示力矢量。力的单位为 N 或 kN。

同时作用于同一物体的一群力组成力系,若两力系分别作用于同一物体而外效应相同时,则这两力系称为等效力系。若一力系与一力等效,则此力就称为该力系的合力,该力系中其它各力称为该合力的分力。

三、平衡的概念

物体的平衡是指物体相对地球静止或作匀速直线运动的状态。亦即指物体相对地球不改变运动状态。平衡是相对的、暂时的,一般指物体相对于地面静止。若一个力系对物体的作用是使物体保持平衡状态,则此力系称为平衡力系。即平衡力系不能改变刚体的外效应。

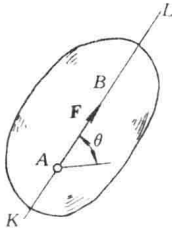


图 1-2

第二节 静力学基本公理

静力学基本公理反映了作用于物体上力的基本性质。它是静力学的理论基础。

公理一(二力平衡公理) 作用在同一刚体上的两力使刚体平衡的必要和充分条件是这两个力大小相等、方向相反,并作用在同一条直线上。此公理揭示了作用在刚体上最简单力学平衡的条件,是静力学中最基本的平衡条件。受两个力作用而平衡的构件(不考虑几何形

状)或直杆称为二力杆。如图 1-3a、b、c 所示。二力杆是工程上常见的物体。应用二力杆的概念,可以很方便地判断结构中某些构件的受力方向。

这个公理所指出的条件,对于一个刚体是必要而充分的。但对于变形体及二个以上刚体系统是不充分的。例如,软绳受两个等值、反向的拉力作用能平衡,但受压力不能平衡。

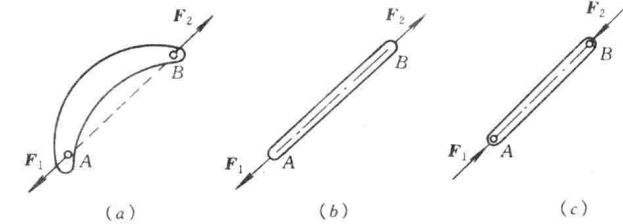


图 1-3

公理二(加减平衡力系公理) 在作用于刚体上的任意一个已知力系上,加上或去掉任何一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应。

该公理是研究力系等效替换的基础。由公理一、公理二可以得到一个重要推论。

推论 1(力的可传性原理) 作用于刚体上的力可沿其作用线任意移动而不改变此力对刚体的作用效应。

[证明] 设力 $\mathbf{F}$ 作用于刚体上 A 点(图 1-4),在力的作用线上任取一点 B,在 B 点加一平衡力系 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$,使 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}$ (图 1-4b)。由于 $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{F}_1$ 又构成一对平衡力系,根据公理二,去掉这对平衡力($\mathbf{F}, \mathbf{F}_2$),不改变物体原有的运动状态。因此,刚体上只剩下力 $\mathbf{F}_2$ 与原力 $\mathbf{F}$ 等效。这样,就把原来作用在 A 点的力 $\mathbf{F}$,沿其作用线移到了 B 点(图 1-4c),其效应不变。

由力的可传性可知,力的作用点可被作用线代替。力的三要素可表述为大小、方向、作用线。即力矢是一滑移矢量。

公理三(力的平行四边形法则) 作用于物体上同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力。合力的大小和方向由这两个力矢量为邻边所构成的平行四边形对角线表示,如

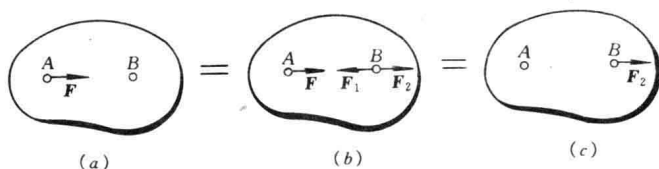


图 1-4

图 1-5a 所示。以 R 表示 F_1 、 F_2 的合力，则 $R = F_1 + F_2$ ，即作用于刚体上同一点的两个力的合力，等于这两个力的矢量和，作用在汇交点上。

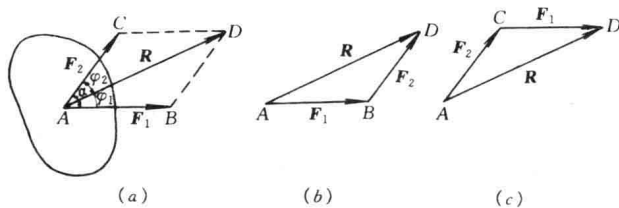


图 1-5

由图 1-5a 看出，求 F_1 、 F_2 的合力 R 时，只要作出平行四边形的一半就可以了。作法如下：选 F_1 为基边，即从任意点 A 作力 F_1 的矢量 AB ；再以力矢 F_1 的末端 B 作出力 F_2 的矢量 BD （两分力矢首尾相接），连接 A 、 D 两点，即得合力 R 的矢量 AD （图 1-5b）。分力矢与合力矢所构成的三角形 ABC 称力三角形。这种求两个共点力的合力的方法称力三角形法则。若选 F_2 为基边也会得到相同的合力 R 如图 1-5c。

如严格按一定比例作图，合力 R 的大小及方向可由图上量得。此法简单，工程上常采用，但作图易有误差。如需精确解，则可应用余弦定理及正弦定理来计算 R 的大小和方向。

由 $\triangle ABC$ （图 1-5a），应用余弦定理，得

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cos(180^\circ - \alpha) \quad (1-1)$$

或

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cos \alpha}$$

R 的方向

$$\sin \varphi_1 = \frac{F_2 \sin \alpha}{R}, \sin \varphi_2 = \frac{F_1 \sin \alpha}{R}$$

式中 $\alpha = \varphi_1 + \varphi_2$

应当注意：力三角形只表示各力的大小和方向，并不表示各力作用线的位置。因此，力三角形只是一种矢量运算方法，不完全表示力系的真实作用情况。

推论 2（三力平衡汇交定理） 一刚体受互不平行的三个力作用而处于平衡时，此三力的作用线必共面且汇交于一点。

〔证明〕 设刚体上 A 、 B 、 C 三点有共面力 F_1 、 F_2 、 F_3 的作用，如图 1-6 所示。根据力的可传性原理，将 F_1 、 F_2 的作用线延长至交点 O ，并根据平行四边形法则，将 F_1 、 F_2 合成为 R 。又由公理一知 R 与 F_3 必构成平衡力系。因此， F_3 必过 O 点。于是， F_1 、 F_2 、 F_3 均过 O 点。

刚体只受同平面的三个力作用而平衡称三力构件。但必须注意：

（1）三力平衡必汇交，且其中任意两个力互不平行。

(2)刚体在三个力作用下并不一定平衡。三力汇交仅是平衡的必要条件(图 1-7)。

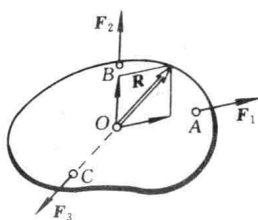


图 1-6

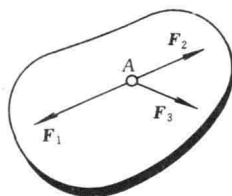


图 1-7

公理四(作用与反作用定律) 两物体间相互作用的一对力,总是大小相等、方向相反、沿同一直线,并分别作用在这两个物体上。

这个公理概括了任何两物体间相互作用的关系。对于力学中的一切相互作用的现象都普遍使用。有作用力必有反作用力,两者总是同时存在。可见,力总是成对地出现在两相互作用的物体之间,并通过作用与反作用传递。

第三节 约束类型和约束反力

一、约束与约束反力的概念

凡是在空间自由运动的物体称为自由体。如果物体受到一定限制,使它不能在某些方向上产生运动,则这种物体称非自由体。例如,绳吊的重物、轴受轴承的限制等都是非自由体。凡是阻碍物体运动的装置总称为约束,上述绳是重物的约束,轴承是轴的约束。可见,约束是实际物体抽象化的概念。

约束限制着物体的运动。那么,当物体沿着约束所能限制的方向有运动或有运动趋势时,约束对该物体必然有力的作用,这种力被称为约束反力,它阻碍物体的运动。约束反力以外的其它力统称为主动力,主动力往往是给定的或可测定的。如重力、风力等。而约束反力的大小和方向一般不能预先确定,它决定于约束类型及主动力,即约束反力的方向总是与约束所能阻止的物体的运动方向或运动趋势方向相反,并作用在约束与物体的接触点。

二、几种常见的约束类型

1. 柔性约束

绳索、链条、胶带等都是柔性约束。这类约束只能限制物体沿柔体中心线方向的运动。因此,柔性约束的约束反力必是沿着柔体的中心线且为拉力。例如,用钢丝绳起吊构件 BC ,如图 1-8a。根据约束特性,钢丝绳只能承受拉力。钢丝绳给构件的拉力 T_{AC} 、 T_{AB} 也分别沿 AC 、 AB 连线。如图 1-8b 所示。又如柔性的胶带或链条绕过轮子时,柔体的约束反力就沿轮缘的切线方向,如图 1-9 所示。

2. 光滑接触面约束

当两物体接触面上的摩擦可忽略不计时,可认为是光滑接触。这类约束只能限制物体沿接触面法线方向的运动。因此,约束反力通过接触点,方向沿接触面的公法线并指向被约束的物体(即压力)。如图 1-10 所示。

3. 铰链约束

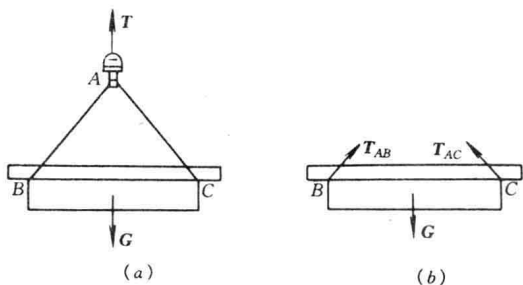


图 1-8

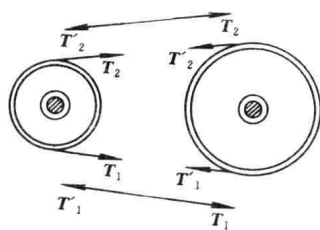


图 1-9

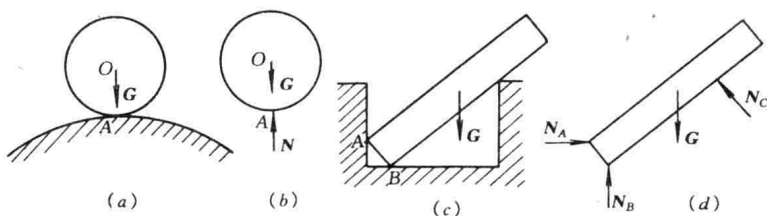


图 1-10

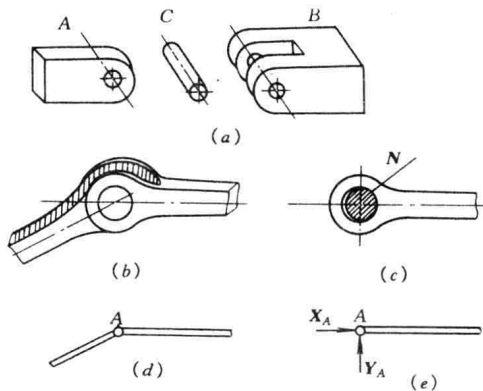


图 1-11

铰链约束为两构件采用圆柱定位销所形成的联接。其结构是圆柱销同两个构件通过销孔连接,如图 1-11 所示。铰链的简图见图 1-11c。

这种联接使两构件相互限制了彼此的相对平移,只允许存在相对转动及轴向移动。销钉与构件的接触是有间隙的光滑接触。因此,铰链的约束反力必在沿两接触点的公法线方向上。故铰链的约束反力作用在垂直于销钉轴线的平面内,通过销钉中心,方向待定(图 1-11d 所示)。在实际应用中,习惯上把 R 分解成两个互相垂直且通过销钉中心的分力,以 X_A, Y_A 表示(图 1-11e)。其

指向可以任意假定,再根据计算结果来判断其正确性。

(1) 固定铰链支座。用圆柱销联接的两个构件中,若有一个是固定件,称支座。整个结构称固定铰链支座。其结构如图 1-12 所示。固定铰链约束的特性与铰链相同。铰链支座的简图及其约束反力的表示法如图 1-12b、c 所示。

固定铰链的约束反力方位在下述情况下是可以确定的。①固定铰链所联接的构件是二力杆,例如,图 1-13a 中 CB 支杆,其作用力见图 1-13c。②固定铰链所联接的构件是三力杆。如图 1-13b 的 AB 杆,可根据三力汇交判断 A 铰链支座反力方位。

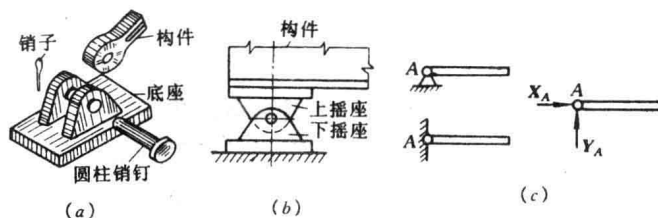


图 1-12

(2)活动铰链支座(辊轴支座)在桥梁、屋架等结构中,常用一种放在几个圆柱形滚子上的铰链支座,如图 1-14a 所示。支座在滚子上可左右移动,在不计摩擦时,支座只能限制构件沿支承面垂直方向的运动,称活动铰链支座。其约束反力必定通过铰链中心,并垂直于支承面。其简图及其约束反力的表示法如图 1-14b、c。

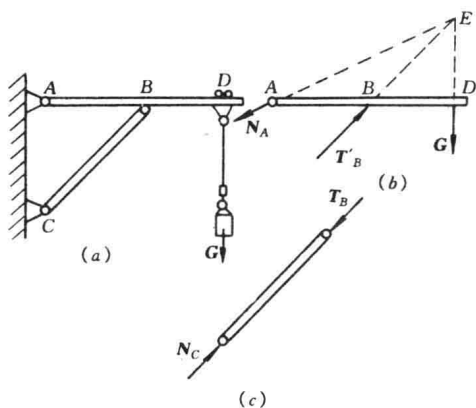


图 1-13

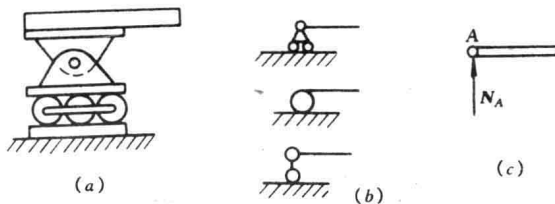


图 1-14

上面介绍的几种约束是基本类型的约束。还有一些其它类型的约束,见表 2-1。

第四节 物体的受力分析与受力图

当结构或机械中的构件受到主动力作用后,在它受到约束的地方将受到约束反力的作用。在研究构件的平衡问题时,为显示构件的受力情况,就必须将约束解除,以约束反力表示原有的约束作用。

解除约束后的物体称分离体或研究对象。将作用在分离体上的主动力和约束反力用力矢量全部画在图形上,这种图形称为物体受力图。

恰当地选取研究对象、正确地画上受力图是解决力学问题的基础。下面举例说明如何画物体的受力图。

例 1-1 重为 W 的细直杆 AB 放在台阶上,与 A 、 D 两点光滑接触,在 E 点用绳索 EF 与墙壁相连,如图 1-15a 所示。试画直杆 AB 的受力图。

解 取直杆 AB 为研究对象。去掉约束,将 AB 杆画出来,画上主动力 W ,找出约束与物