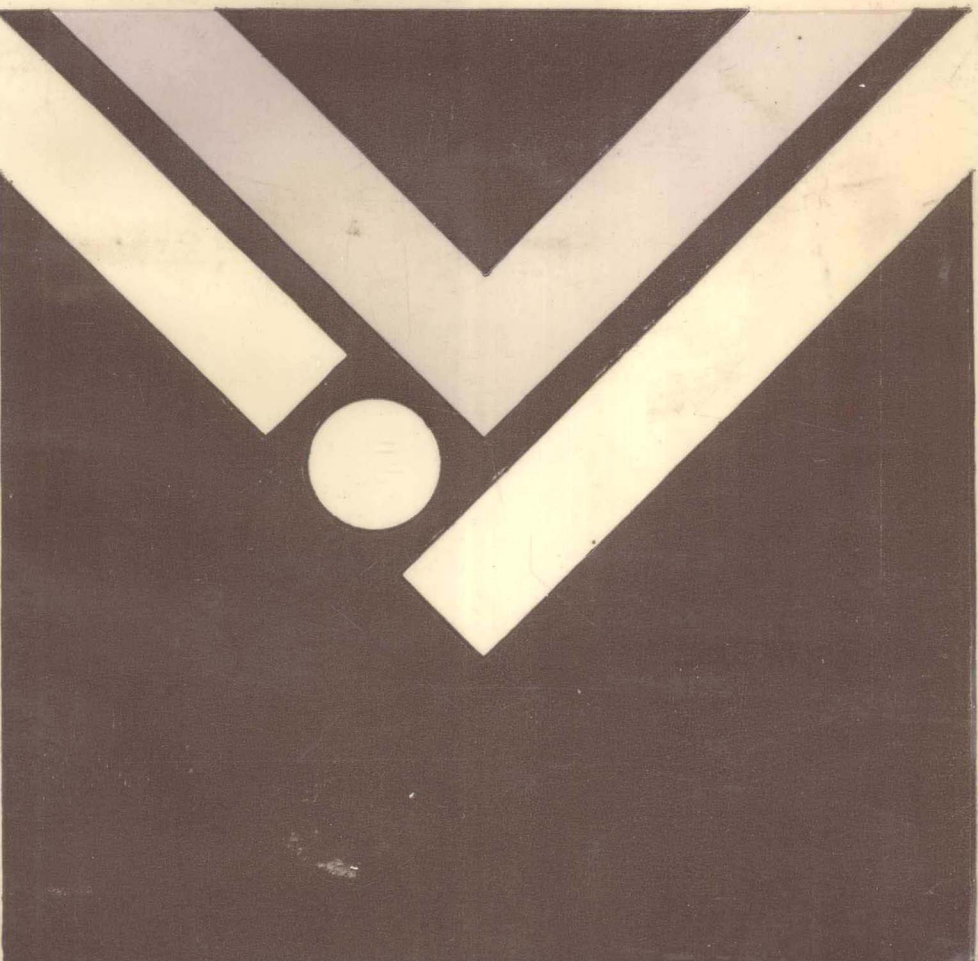
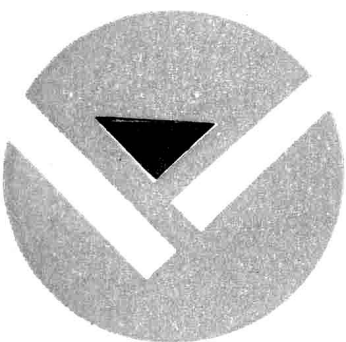


中学数学手册 公式活用指南

〔日〕哇森宣信 等著

四川教育出版社





中学数学手册 公式活用指南

四川省教育科学出版社
刘泽发 刘德明 傅家珍 编著

特约编辑：胡师度

封面设计：周 明

中学数学手册·公式活用指南

〔日〕 畦森宣信等 著

曾祥发 刘耕原 邵家琦 吴素华 译

四川教育出版社出版 (成都盐道街三号)
四川省新华书店发行 自贡新华印刷厂印刷

开本850×1168毫米 1/32 印张30.25 插页5 字数859千

1987年7月第一版 1987年7月第一次印刷

印数：1—5,000册

ISBN7—5408—0142—X/G·141

书号：7344·1

定价：7.85 元

序

数学是一门循序渐进的、有机的、系统性很强的学科，在学习时，尤为重要是要打下坚实的基础。所谓坚实的基础，就是要充分地理解基本内容和基本公式，要能掌握它们，能自如地运用它们。不打下坚实的基础而好高骛远，只热衷于难题，就犹如沙上筑塔，总会塌下来的。数学的硬功夫，是建筑在坚实的基础之上的。

仅仅记住公式，对解决实际问题没有多大作用。公式不是为记住而存在，而是为活用而存在。似乎可以说，只有能自如地活用公式时，才算打下了数学的基础。

本书就是以能自如地活用公式为目标而编写的。牢固地掌握包括公式在内的基本而重要的内容，懂得它们的活用方法，然后用它们去实际地解决问题，从而加深对基础理论的理解，这就是本书的主要特点。如果你不仅仅满足于解题，而能看出问题的背景，能分析问题，然后应用公式解决了问题时，就可以说你有了基础能力了。这本书能教给你这个捷径。如果你掌握了本书，那么就自然而然地达到了得心应手地解决高考标准试题的能力了。

最后，对本书执笔的诸位先生表示深切的谢意。同时，但愿本书对大家的学习长进有所裨益。

编者 1979年1月

本书的构

成及用法

本书包括数学I*的11章63节，数学II B的6章42节，数学III的5章32节，共计22章137节。每一节由要项、活用要点以及问题研究三部分组成。

学习本书，不必从头依次阅读，可根据实际需要，悉心研读必须学习的部分，以求充分理解。本书就是按这种要求编辑的。

▲ 要 项：——

集中了该节有关的重要定理、公式等等。在这里叙述的，可以说都是高中数学的基本内容，务必要牢牢掌握。

● 活用要点：——

对集中于要项中的公式、定理等用于求解问题时的注意点、着眼点，举出具体例子予以解说。只是简单地背得公式、定理等重要事项，还解答不了问题。希望勤于思考，注意学习书中是怎样运用基本理论去求解问题的。还有，这部分的编号与“要项”的编号是一致的，为的是使它们的关系一目了然。

另外，对重要的定理、公式，为了使读者切实理解，都给出了证明。

■ 问题研究：——

这是实践在要项、活用要点中所学得的方法的场所。所有问题分成基本问题（指教科书例题水平）与标准问题（指大学入学考试水平）两类，都值得自己动手做一做。为学习方便，分别以“基本”或“标准”的字样注明。同时，还注明了问题的内容，例如“二次方程的整数解”、“内积对图形的应用”等等。问题的解答为详解。旁边的注释，按照解答的思路，从用到的公式及其运用方法、易于出错的地方、补充说明解答、进一步回过头来证实要项、活用要点等方面进行解说。

为了便于学习，在解答后面，有时还加上了〔研究〕（作为深入学习的资料）、〔注〕（解说解法上应留意的事情）、〔注意〕（指出容易出错之点）等。

* 日本1974年高中数学教本分数学I，数学II A，
数学II B，数学III。——译者

执笔者

执笔章节

畦森宣信	数学Ⅰ第八、九章
市原秀夫	数学ⅡB第一章
伊东元好	数学Ⅰ第十一章
井上正雄	数学Ⅰ第十章
猪股清二	数学Ⅰ第六、七章
岩合一男	数学ⅡB第二章
岩田至康	数学小史
木村 邦五郎	数学ⅡB第六章
久保応助	数学Ⅲ第四、五章
木暮浩司	数学Ⅰ第一、五章
田岛稔	数学Ⅰ第二、三、四章
外岡 庆之助	数学ⅡB第五章
新仓秀雄	定理公式活用要点
浜中 勋	数学ⅡB第三章
南 右内	数学ⅡB第四章
和田秀三	数学Ⅲ第三章
渡部隆一	数学Ⅲ第二章

目 录

序

本书的构成及用法

执笔者·执笔章节

第1编 数学I

数学I 定理·公式活用要点

第一章 数与式

§1 整式的四则运算·····	8
§2 有理数·无理数·····	14
§3 因式分解(最高公因式·最低公倍式)·····	21
§4 因式定理·····	27
§5 分式·····	33
§6 恒等式·····	40
§7 整数问题·····	46

第二章 方程

§1 二次方程·复数·····	52
§2 判别式·····	58
§3 解与系数的关系·····	65
§4 联立方程·整数解·····	72
§5 高次方程·····	78

第三章 不等式

§1 不等式的基本性质·····	88
§2 整式不等式·····	91
§3 各种不等式·····	100
§4 不等式的证明·····	106

§ 5 必要条件·充分条件	113
---------------	-----

第四章 函数与图象

§ 1 二次函数	117
§ 2 二次函数的最大值·最小值	123
§ 3 二次函数在方程上的应用	129
§ 4 二次函数在不等式上的应用	139
§ 5 最大·最小问题	144
§ 6 各种函数	153

第五章 映射

§ 1 映射	160
§ 2 映射的图象	165
§ 3 平面上的映射	168
§ 4 映射的合成, 逆映射	171

第六章 指数·对数函数

§ 1 指数的扩张	181
§ 2 指数函数	187
§ 3 对数的性质	193
§ 4 对数函数	199
§ 5 方程·不等式	205
§ 6 指数·对数的应用	212

第七章 三角函数

§ 1 锐角三角函数	216
§ 2 一般角的三角函数	219
§ 3 三角函数的相互关系	224
§ 4 三角方程·不等式	230
§ 5 正弦定理·余弦定理	236
§ 6 面积	243

第八章 图形与方程

§ 1 直线上点的坐标	250
§ 2 平面上点的坐标	253
§ 3 直线方程	258
§ 4 直线与抛物线	264
§ 5 圆	270

§ 6 椭圆·双曲线·····	278
§ 7 不等式与区域·····	281

第九章 向量

§ 1 向量·····	288
§ 2 向量与图形·····	297
§ 3 向量的分量·····	303
§ 4 向量方程·····	310

第十章 概率

§ 1 场合数·····	316
§ 2 排列·····	319
§ 3 组合·····	324
§ 4 概率的定义·····	329
§ 5 概率的加法定理·····	336
§ 6 条件概率·····	341
§ 7 独立试验的概率·····	347
§ 8 期望值·····	353

第十一章 集合与逻辑

§ 1 集合与运算·····	361
§ 2 合成命题·····	372
§ 3 条件命题与真值集合·····	378
§ 4 条件句与逆·否·对偶·····	384
§ 5 所有, 存在·····	391

第 2 编 数学 I B

数学 I B 定理·公式活用要点

第一章 空间坐标和向量

§ 1 空间坐标·····	402
§ 2 空间向量·····	407
§ 3 向量的内积·····	413
§ 4 向量的分量·····	425
§ 5 直线方程·····	435
§ 6 平面方程·····	444
§ 7 球面方程·····	453

第二章 矩阵和线性变换

§ 1	矩阵	461
§ 2	矩阵的运算	464
§ 3	逆矩阵	475
§ 4	线性方程组	483
§ 5	线性变换	488
§ 6	旋转变换	499
§ 7	合成变换和逆变换	505
§ 8	群	513
§ 9	三角函数的加法定理	515

第三章 数列

§ 1	数列	527
§ 2	等差数列	530
§ 3	等比数列	535
§ 4	各种数列	541
§ 5	数学归纳法	553
§ 6	递推式	559
§ 7	框图	570
§ 8	二项式定理	576

第四章 微分法

§ 1	函数的极限	584
§ 2	导数	590
§ 3	导函数	597
§ 4	切线	604
§ 5	函数的增减与极值	610
§ 6	最大值·最小值	620
§ 7	对方程及不等式的应用	626
§ 8	速度·加速度	636

第五章 积分法

§ 1	不定积分	643
§ 2	定积分	649
§ 3	用定积分表示的函数	659
§ 4	面积	663

§ 5 体积·····	630
§ 6 点的运动·其它·····	691
第六章 公理与证明	
§ 1 平面几何公理的构成·····	699
§ 2 边与角的大小关系·····	710
§ 3 面积与比例·····	717
§ 4 圆·····	729

第 3 编 数学Ⅲ

数学Ⅲ 定理·公式活用要点

第一章 数列的极限

§ 1 数列的极限·····	748
§ 2 无穷等比级数·····	758
§ 3 无穷级数·····	764
§ 4 递推式与极限·····	774

第二章 微分法

§ 1 函数的极限·····	781
§ 2 函数的连续性·····	787
§ 3 导函数·····	790
§ 4 高阶导函数·····	799
§ 5 中值定理·····	803
§ 6 函数的增减与极值·····	806
§ 7 曲线的凸凹与图形·····	812
§ 8 最大值·最小值·····	818
§ 9 速度·加速度·····	824
§ 10 近似公式·····	830

第三章 积分法

§ 1 不定积分·····	837
§ 2 定积分·····	843
§ 3 数列与定积分·····	853
§ 4 面积·····	856
§ 5 体积·····	862
§ 6 曲线的弧长·····	867

§ 7 点的位置和路程.....	873
§ 8 微分方程.....	878
§ 9 定积分的近似计算.....	887
第四章 概率	
§ 1 概率分布.....	894
§ 2 数学期望.....	897
§ 3 方差与标准差.....	903
§ 4 二项分布.....	910
§ 5 连续型随机变量.....	916
§ 6 正态分布.....	922
第五章 统计	
§ 1 抽样调查.....	929
§ 2 估计.....	937
§ 3 假设检验.....	942

数学小史

阿罗冠(不可讲出的秘密).....	32
代数学.....	106
阿贝耳与五次方程.....	159
纳皮尔与布里格斯的会见.....	215
巴比伦的六十进位法.....	249
毕达哥拉斯定理.....	287
七色辣椒粉与“伊吕波同谱歌”.....	359
高斯的日记.....	360
费马大定理.....	394
万物由水生.....	459
欧几里得的《原本》.....	460
不懂几何者禁进此门.....	525
哲人的难题.....	526
阿基米得之死.....	582
平行线的难题.....	588
九章算术.....	641

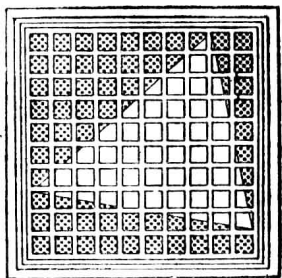
日本人写的最古老的数学书	697
没有专门为帝王准备的几何学	740
莱登纸草	780
3 次方程的纠纷	835
武士关孝和	835
零的发现	892
笛卡儿的几何学	892
人是有思维的芦苇	893
赌博与概率	928
吉田光由的《尘劫记》	948

数 表

平方 · 立方 · 平方根 · 立方根表	949
常用对数表	953
三角函数表	954
正态分布表	955
随机数表	956

第 1 编

数 学 I



- 第 1 章 数与式
- 第 2 章 方程
- 第 3 章 不等式
- 第 4 章** 函数与图象
- 第 5 章 映射
- 第 6 章** 指数·对数函数
- 第 7 章 三角函数
- 第 8 章 图形与方程
- 第 9 章 向量
- 第 10 章 概率
- 第 11 章 集合与逻辑

定理·公式活用要点

总的说明

数学 I 中的定理、公式，包括了初中已学习过的内容（如因式分解、直线方程），以及新编教科书数学 I 中的内容（如指数、对数函数及关于三角函数的各种公式）。然而，仅有这些不能说很够，象二次方程的解与常数的大小（解的配置，见第四章，§3），向量的线性无关性等较教科书的内容稍难一些的，也希望作为定理、公式而会活用。

如果包括了这些内容，数学 I 中的定理、公式就会相当多，要想正确地活用它们，大概有两种途径：很好地理解定理、公式的内容，按具体情况直接活用。通过问题练习领会活用方法。现说明如下。

1. 定理、公式的直接活用

因式分解，二次方程的解的公式，关于三角函数的公式

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

等基础公式，无论在什么场合，都要做到能直接活用（会代入公式），这是解数学问题的第一步。如果边翻公式边作题的话就成问题了。对此，教科书中已给出了足够的练习。

2. 通过问题练习领会活用方法

对稍难一些的定理、公式，只看其内容，会出现不知道在什么场合下，怎样来活用的情形。遇到了这种情形，就要针对要解决的实际问题，理解好有关定理及公式的内容，要注意培养根据不同场

合能灵活运用的本领。数学就是这种学习的积累，不做这番努力就不会有多大希望。

3. 多做练习

数学的基础计算能力与基本概念的掌握是能直接活用各种定理、公式的前提，也是能理解与记住更难的定理、公式及其活用方法的关键。因此，首先要掌握基本概念与计算。然后，通过同类题、标准题，实际综合运用已学基础知识，这才是学习数学的真方法。

4. 数学 I 是高中数学的基础

另一方面，数学 I 乃是学习高中数学的基础，对于学习数学 II B、数学 III 是绝对必要的。

分章说明

数学 I，从第一章到第十一章，包括相当广泛的内容。下面分别对各章的定理、公式的特点以及活用例子或易错的内容，做一些解释。

第一章 数与式

与教科书数学 I 的内容相比，多少有些增减，计有整式的四则运算，有理数与无理数，因式分解，因式定理，分式，恒等式，最后是整数问题，其中式子的计算是重点。在这里，除整数问题，没有包括更要注意的定理、公式。至于整数问题，本章汇集了教科书中所没有的整数的性质，这是近年大学入学考试中经常出题的内容，可以说是数与式中最重要部分。例如

【活用例】1. 证明当 P 是正整数时

$$P^3 + (P+1)^3 + (P+2)^3$$

是9的倍数。

首先，因式分解，得

$$\text{与式} = \{P + (P+2)\} \{P^2 - P(P+2) + (P+2)^2\} +$$