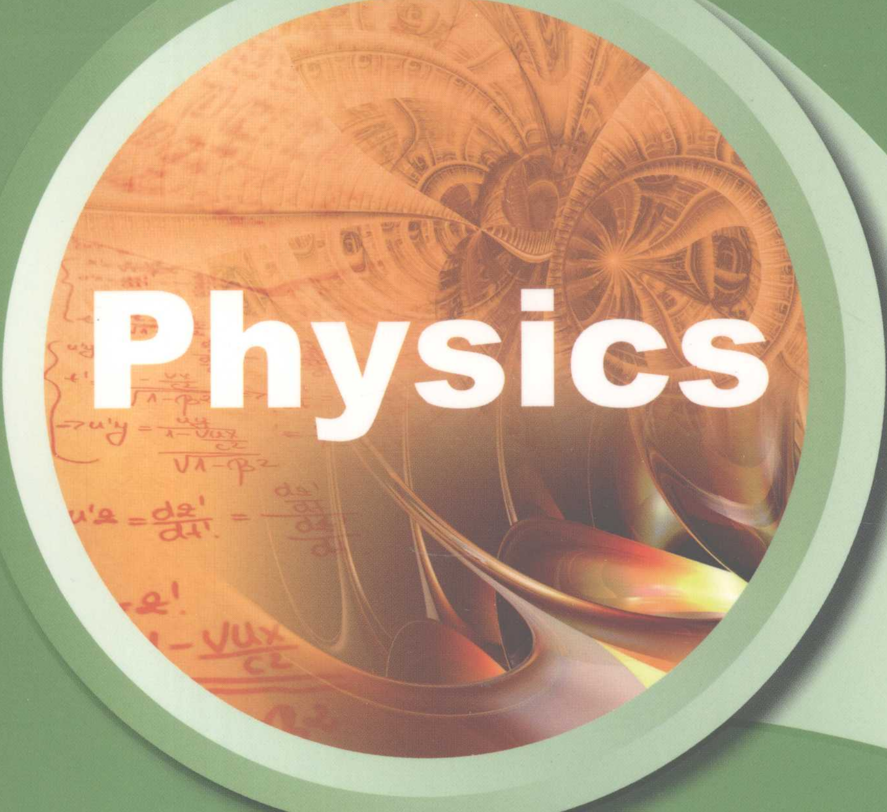


大学物理学（下册）

徐行可　张庆福　主编

高等教育出版社
Higher Education Press

大学物理学

（下册）

徐行可　张庆福　主编
张晓　王莉　吴平　编

高等教育出版社

内容提要

本书是参照教育部物理基础课程教学指导分委员会制订的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2008)编写的，全书分为上、下两册，涵盖了基本要求中的核心内容。

本书体系上以物质的基本存在形式和基本性质为主线，对传统教材结构模式有所突破；内容上压缩经典部分，加强近代部分，反映前沿并保持基础课风格。全书始终融会着关于物质世界的对称性和统一性的物理思想，力图使学生在学习基础物理知识的同时获得科学思想和科学方法的培养和熏陶。

本书可以作为高等学校理工科类大学物理课程的教材，也可供其他读者阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学．下册/徐行可，张庆福主编．—北京：高等教育出版社，2009.2

ISBN 978-7-04-025344-3

Ⅰ．大… Ⅱ．①徐…②张… Ⅲ．物理学-高等学校-教材 Ⅳ．O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第191871号

策划编辑 陶 铮 **责任编辑** 王文颖 **封面设计** 张 志 **责任绘图** 吴文信
版式设计 余 杨 **责任校对** 俞声佳 **责任印制** 尤 静

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京市南方印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2009年2月第1版
印　　张	21.25	印　　次	2009年2月第1次印刷
字　　数	400 000	定　　价	24.60元

物料号　25344-00

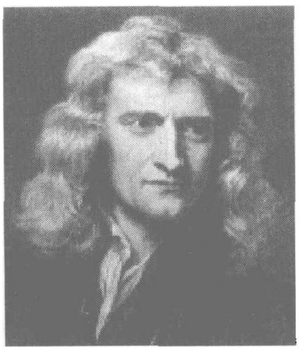
目　　录

第四篇　振动与波动

第五篇　量子现象和量子规律

第六篇　多粒子体系的热运动

第四篇
振动与波动



牛顿

把简单的事情考虑得很复杂，可以发现新领域；把复杂的现象看得很简单，可以发现新定律.

牛顿（*I. Newton*）

无论是在宏观世界还是微观世界，无论是在高速领域还是低速领域，振动和波动都是普遍存在的运动形式. 它们的主要特点是运动在时间、空间上的周期性. 这个特点带来了它们在运动规律和研究方法上的特殊性，如与正弦、余弦形式相联系的简谐运动方程和平面简谐波函数，状态参量"相位"的引入，旋转矢量法，相干现象等.

振动和波动这两种运动形式密切相关. 机械波是机械振动在介质中的传播；电磁波是电磁振荡产生的变化电场和磁场在空间的传播.

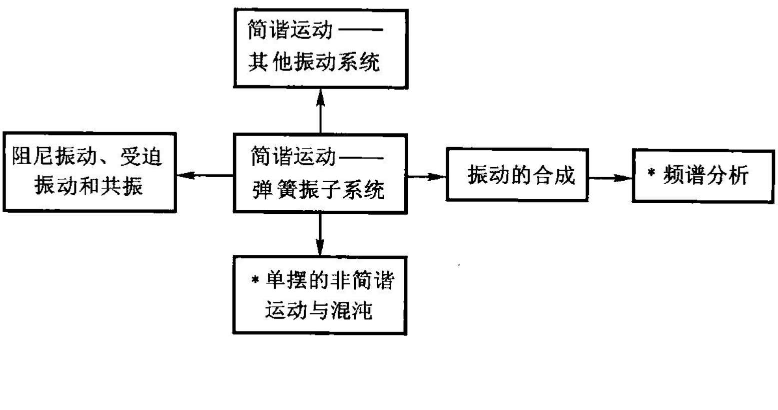
振动和波动的基本理论在声学、光学、原子物理、凝聚态物理等各个分支领域，在交通、机械、建筑、地震学、无线电技术等各个工程技术领域有着广泛的应用. 随着科学技术的发展，还在不断涌现出新课题. 如非线性力学中的混沌现象、孤波，现代光学中的傅里叶光学、强光光学等. 在本篇中主要讨论振动、波动、波动光学的基本理论，同时介绍这些理论的发展和应用.

第十二章

振　　动

广义地说，任何一个物理量随时间在某一定值附近反复变化的现象叫做**振动**. 它主要包括机械振动和电磁振荡两大类. 这两类振动的机理虽然不同，但是有着共同的运动规律，可以用统一的数学形式来描述. 最简单的周期性振动是简谐运动. 由于任何一个复杂振动都可以认为是由若干个简谐运动叠加而成的，所以简谐运动是本章最基本、最重要的内容.

本章结构框图



第一节　简谐运动——弹簧振子系统

一、弹簧振子的简谐运动

1. 微分运动方程

弹簧振子(spring oscillator)是研究简谐运动的理想模型.它由劲度系数(coefficient of stiffness)为 k 的轻弹簧和系于弹簧一端、质量为 m 的质点组成.这个理想模型将系统的弹性全部集中于轻弹簧上,将系统的质量(惯性)全部集中于谐振子 m 上.将该系统置于光滑水平面上,以弹簧振子的平衡位置 O 为坐标原点,水平方向为 x 轴,取向右为正,建立如图 12.1.1 所示的一维坐标系,则坐标 x 表示质点偏离平衡位置的位移(即弹簧的形变).由胡克(Hooke)定律,质点 m 所受的**弹性回复力**(restoring force)与位移 x 的关系为

$$F = -kx \qquad (12.1.1)$$

由牛顿第二定律,作一维运动的谐振子的加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \qquad (12.1.2)$$

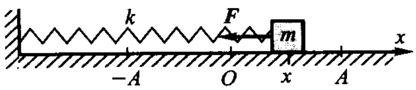


图 12.1.1　弹簧振子

对于给定的弹簧振子,k 和 m 均为正的常量,所以可以用另一常量的平方来表示.令

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \qquad (12.1.3)$$

则(12.1.2)式成为

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \qquad (12.1.4)$$

(12.1.4)式为**弹簧振子的微分方程**.

2. 弹簧振子的位移、速度和加速度

求解(12.1.4)式,得弹簧振子的位移为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \qquad (12.1.5)$$

(12.1.5)式称为弹簧振子的**运动方程**.式中,A 和 φ 为积分常量.A 即弹簧振子的**振幅**,ω 称为振动的**角频率**,余弦函数的幅角($\omega t + \varphi$)称为振动的**相位**(phase),φ 称为**初相位**(initial phase)或**初相**.我们将质点位移随时间按余弦或正弦规律变化的运动称为**简谐运动**.(12.1.5)式对时间求导,可得弹簧振子的

速度和加速度

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-A\omega\sin\,(\omega t+\varphi)\tag{12.1.6}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-A\omega^2\cos\,(\omega t+\varphi)\tag{12.1.7}$$

(12.1.6)和(12.1.7)式表明，弹簧振子的速度和加速度也随时间按余弦(或正弦)函数规律变化. 图12.1.2表示出弹簧振子位移、速度和加速度随时间变化的函数曲线. 其中，$x-t$ 曲线称为简谐运动质点的**振动曲线**(oscillating curve).

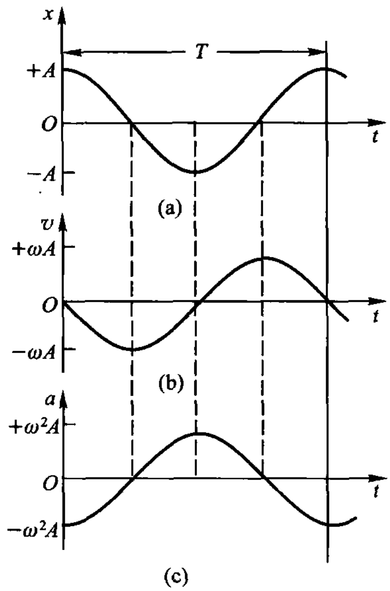


图 12.1.2　简谐运动质点的位移、速度和加速度

在以上讨论中，由弹簧振子系统所受回复力与位移成正比、反向，得到其运动为简谐运动. 推而广之，对于任何力学系统的机械运动而言，若系统所受回复力与位移成正比、反向，即 $\boldsymbol{F}=-kx\boldsymbol{i}$，则该系统将作简谐运动. 这里的回复力 $\boldsymbol{F}$ 可以是弹性力，也可以是其他性质的力或这些力的合力，称为**准弹性力**(quasi-storing force). 比例系数 k 也不一定是弹簧的劲度系数，而是一个由振动系统本身性质决定的常数. x 表示系统离开平衡位置的位移.

将弹簧振子简谐运动的定义推而广之，任何物理量只要满足(12.1.4)或(12.1.5)式，则该物理量将随时间按照简谐运动的规律变化.

【例 1】　边长为 l 的立方木块，浮在水面上，平衡时浸入水中的深度为 h. 现用手把木块向下按，然后松手任其上下自由运动. 若不计水的阻力，试证明木块的运动为简谐运动.

证明：选择水面上一点为坐标原点，向下为正，建立如图12.1.3所示的坐标系. 木块在平衡位置时所受的合力为零. 即

$$mg-F_{浮}=mg-\rho_{水}\,gl^2h=0$$

在任一其他位置时，木块所受合力为

$$\begin{aligned}\sum F&=mg-F'_{浮}\\&=\rho_{水}\,gl^2h-\rho_{水}\,gl^2(h+x)\\&=-\rho_{水}\,gl^2x\end{aligned}$$

令 $k=l^2\rho_{水}\,g$，得

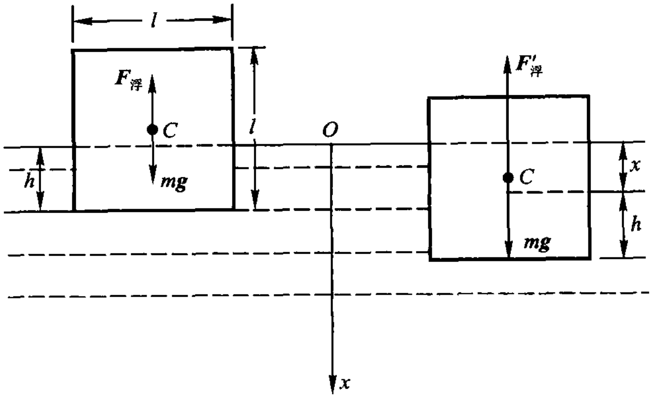


图 12.1.3

$$\sum F = -kx$$

式中负号表示木块所受合力总是指向坐标原点,充当着使系统回到平衡位置的回复力.它与木块离开平衡位置的位移正比反向,因此,木块的运动一定为简谐运动.

3. 描述简谐运动的特征量

由(12.1.5)式可知,只要知道了角频率 ω、振幅 A、初相位 φ,就可以写出简谐运动质点的运动方程,完整地掌握该简谐运动的全部信息.所以,这三个物理量被称为描述简谐运动的**特征量**(characteristic quantities).

角频率 ω、周期 T、频率 ν 由(12.1.3)式可知,对弹簧振子来说,角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$,而对【例 1】中水面上的木块来说,$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}=\sqrt{\dfrac{l^2\rho_水 g}{m}}$.可见,该量是一个完全由振动系统本身性质决定的常量,与初始条件无关.所以我们将 ω 称为振动系统的角频率,也称为**固有角频率**(natural angular frequency).

设振动系统回复到原来状态所需的最短时间,即完成一次全振动所经历的时间为 T,则我们称 T 为**振动周期**(period).由于经历一次全振动,相位应增加 2π,即

$$\omega(t+T)+\varphi=\omega t+\varphi+2\pi$$

所以得到

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{12.1.8}$$

系统在单位时间内完成全振动的次数叫做振动的**频率**(frequency),用 ν 表

示,即

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{12.1.9}$$

由(12.1.8)式可知,振动角频率越大,振动周期越短.所以角频率 ω 描述了振动的快慢.

振幅　由运动方程(12.1.5)可知,振幅 A 是简谐运动质点离开平衡位置的最大距离. A 给出了质点运动的范围为 $-A\leqslant x\leqslant A$,也描述了质点振动的强弱.振幅是在求解微分运动方程(12.1.4)时出现的积分常量,因此,它由初始条件决定.设 $t=0$ 时刻,质点的初始位置为 x_0,初速度为 v_0,由(12.1.5)和(12.1.6)式可知

$$\begin{cases} x_0=A\cos\varphi \\ v_0=-A\omega\sin\varphi \end{cases} \tag{12.1.10}$$

于是

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}} \tag{12.1.11}$$

初相位和相位　初相位 φ 也是在求解微分方程(12.1.4)时出现的积分常量,是由初始条件决定的.由(12.1.10)式可得

$$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \tag{12.1.12}$$

在实际计算时,我们往往可先由 $\cos\varphi=x_0/A$ 确定 φ 的对应值,再由 $\sin\varphi=-v_0/\omega A$ 的符号来确定 φ 所在的象限.

由(12.1.5)式可知,当描述简谐运动的三个特征量确定之后,系统振动状态随时间的变化主要取决于相位($\omega t+\varphi$).例如,当 $\omega t+\varphi=\pi/3$ 时,质点位于 $x=+A/2$ 处,速度为 $v=-\sqrt{3}\,\omega A/2$,即质点向 x 负方向运动;当 $\omega t+\varphi=-\pi/3$ 时,质点仍然位于 $x=+A/2$ 处,但是速度为 $v=\sqrt{3}\,\omega A/2$,即质点向 x 正方向运动.由此可见,在一个周期内,质点的相位反映了它在各时刻的运动状态.

用相位来描述质点振动状态有两个显著的优点:

第一,每经过一个周期,振动相位变化 2π,余(正)弦函数又回到原来的值,质点回到原来的状态.直观、鲜明地体现了简谐运动的周期性.

第二,可以方便地比较两个同频率谐运动的步调.设有两个简谐运动:

$$x_1=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$$
$$x_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi=(\omega t+\varphi_2)-(\omega t+\varphi_1)=\varphi_2-\varphi_1 \tag{12.1.13}$$

当 $\Delta\varphi=\pm 2n\pi(n=0,1,2,\cdots)$ 时,两个质点振动步调相同,即同时越过原点,

并且同向运动，我们说该两个振动**同相**（in-phase）. 当 $\Delta\varphi=\pm(2n+1)\pi(n=0,1,2,\cdots)$ 时，两个质点同时越过原点，但向相反方向运动，即振动步调相反，我们称该两个振动**反相**（antiphase）. 当 $\Delta\varphi$ 为其他值时，两个振动不同相. 当 $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1>0$ 时，我们说 x_2 振动超前 x_1 振动，反之，则说 x_2 振动落后于 x_1 振动.

【例 2】 如图 12.1.4 所示，劲度系数为 k 的轻弹簧，上端与质量为 m 的平板相连，下端与地面相连. 今有一质量也为 m 的物体由距平板为 h 的高处自由落下，并与平板发生完全非弹性碰撞. 以平板开始运动时刻为计时起点，向下为正建立一维坐标系，求振动周期、振幅和初相.

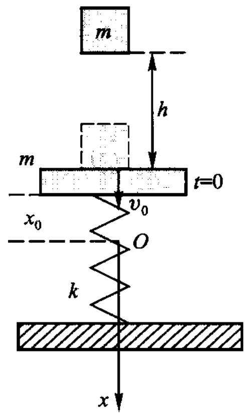


图 12.1.4

解：振动系统为 $(2m,k)$，所以角频率和周期为

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{2m}},\quad T=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$$

以平衡位置为坐标原点，向下为正，建立一维坐标系如图12.1.4 所示. 以物块和平板共同运动时刻为 $t=0$，确定初始条件：

$$\begin{cases}x_0=-\dfrac{mg}{k}<0\\ m\sqrt{2gh}=2mv_0\rightarrow v_0=\sqrt{\dfrac{gh}{2}}>0\end{cases}$$

可得振幅为

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2}+\frac{mgh}{k}}=\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{kh}{mg}}$$

又由

$$\begin{cases}\cos\varphi_0=\dfrac{x_0}{A}<0\\ v_0=-A\omega\sin\varphi_0>0\rightarrow\sin\varphi_0<0\end{cases}$$

知 φ_0 为第三象限角，即

$$\varphi_0=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)+\pi=\arctan\sqrt{\frac{kh}{mg}}+\pi$$

读者可自行练习写出该系统简谐运动方程.

二、简谐运动的旋转矢量描述

当质点 P 在 xy 平面内以角速度 ω 作半径为 R 的匀速率圆周运动时，我们以圆心 O 为坐标原点，建立如图 12.1.5 所示的直角坐标系，可以得到质点 P 运

动的参数方程：

$$\begin{cases} x = R\cos\ (\omega t + \varphi) \\ y = R\sin\ (\omega t + \varphi) \end{cases} \tag{12.1.14}$$

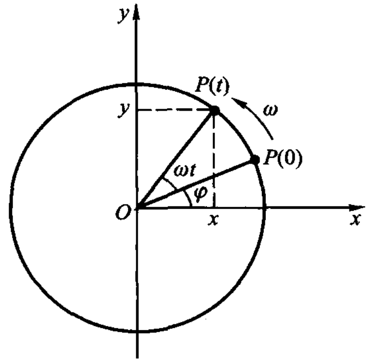


图 12.1.5

我们看到，匀速率圆周运动在 x 或 y 方向上的投影为简谐运动. 于是，我们找到一种通过匀速率圆周运动来研究简谐运动的方便而有效的方法——**旋转矢量法**(rotating vector method).

我们由原点 O 作一矢量 $\boldsymbol{A}$，使 $\boldsymbol{A}$ 的长度等于简谐运动的振幅 A，并且使 $\boldsymbol{A}$ 绕 O 沿逆时针方向匀速转动，其转动角速度 ω 等于简谐运动角频率 ω，$t=0$ 时刻 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴正方向的夹角等于简谐运动的初相 φ_0. 我们将 $\boldsymbol{A}$ 称为**旋转矢量**. 以 $\boldsymbol{e}_t$ 和 $\boldsymbol{e}_n$ 分别表示圆周切向和法向的单位矢量，它与其所描述的简谐运动之间的对应关系如图 12.1.6 和表 12.1.1 所示.

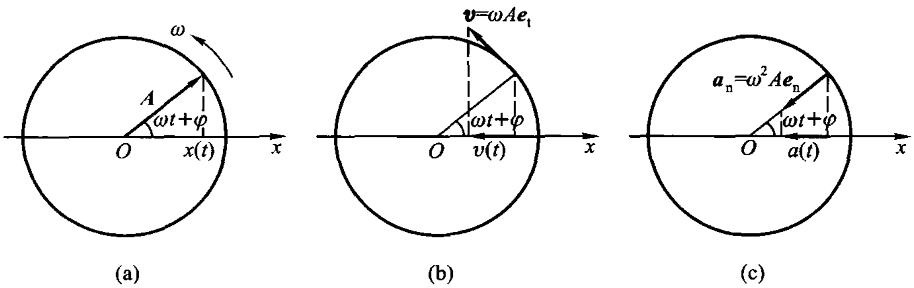


图 12.1.6

表 12.1.1　旋转矢量与简谐运动的对应关系

旋转矢量 $\boldsymbol{A}$	简谐运动	符号或表达式
$\boldsymbol{A}$ 的模或大小	振幅	A
$\boldsymbol{A}$ 旋转的角速度	角频率	ω
$t=0$ 时，$\boldsymbol{A}$ 与 x 轴夹角	初相	φ
旋转周期	振动周期	T
t 时刻，$\boldsymbol{A}$ 与 x 轴夹角	相位	$\omega t + \varphi$
$\boldsymbol{A}$ 在 x 轴上的投影	位移	$x = A\cos\ (\omega t + \varphi)$
$\boldsymbol{A}$ 端点的速度 $\boldsymbol{v}$ 在 x 轴上的投影	速度	$v = -\omega A\sin\ (\omega t + \varphi)$
$\boldsymbol{A}$ 端点的加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 在 x 轴上的投影	加速度	$a = -\omega^2 A\cos\ (\omega t + \varphi)$

【例 3】　已知质点的运动方程为 $x=4\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$(cm),求质点从 $t=0$ 时刻开始到 $x=-2$ cm 且沿 x 正方向运动所需要的最短时间.

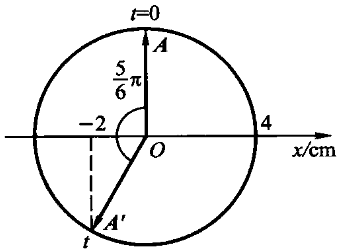


图 12.1.7

解:由运动方程可知,$t=0$ 时刻,$\varphi=\pi/2$. 作出初始时刻的旋转矢量 $\boldsymbol{A}$. 由 $x=-2\ \text{cm}<0, v>0$ 可知,该时刻旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 位于第三象限,且 $\boldsymbol{A}$ 在 x 轴上投影的大小为2 cm,恰为振幅的一半,于是,旋转矢量 $\boldsymbol{A}'$的位置如图12.1.7 所示. 此时,旋转矢量转过的角度为 $5\pi/6$,因此所需时间为

$$t=\frac{5\pi/6}{2\pi}T$$

由运动方程可知,$\omega=2\pi$ rad/s,$T=1$ s,所以

$$t=\frac{5}{12}\ \text{s}\approx 0.42\ \text{s}$$

三、孤立简谐运动系统的机械能

我们把在简谐运动系统运动过程中,由于摩擦产生的能量损耗称为**摩擦阻尼**,由于能量传播产生的能量损耗称为**辐射阻尼**. 我们把质量不变,既无能量损耗(忽略各种阻尼),也无外界能量补充的简谐运动系统称为**孤立简谐运动系统**. 任意时刻 t,弹簧振子的位移和速度分别由(12.1.5)式和(12.1.6)式给出. 在弹簧振子如图 12.1.1 所示水平放置时,系统的重力势能不变,系统的弹性势能和动能分别为

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi) \tag{12.1.15}$$

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

由于 $\omega^2=k/m$,所以系统动能又可写为

$$E_k=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi) \tag{12.1.16}$$

于是,以弹簧振子所在的水平面为重力势能零点,任意时刻 t,简谐运动系统的总机械能为

$$E=E_k+E_p=\frac{1}{2}kA^2=\text{常量} \tag{12.1.17}$$

即简谐运动系统机械能守恒. 设初相位 $\varphi=0$,我们作系统的振动曲线和能量随时间变化的曲线如图 12.1.8 所示.

由图 12.1.8 可知，振动系统的动能 E_k（虚线）和势能 E_p（实线）都随时间周期性变化，其变化的频率为简谐运动频率的两倍. 而且，势能最大时，动能为零；势能为零时，动能最大. 同时，简谐运动系统总机械能为一常量. 这是因为简谐运动系统是一个只有保守力作功的系统，遵从机械能守恒定律. 由(12.1.17)式可知，简谐运动系统总机械能与振幅平方成正比，说明振幅不仅给出了简谐运动质点的运动范围，还表征了振动的强弱.

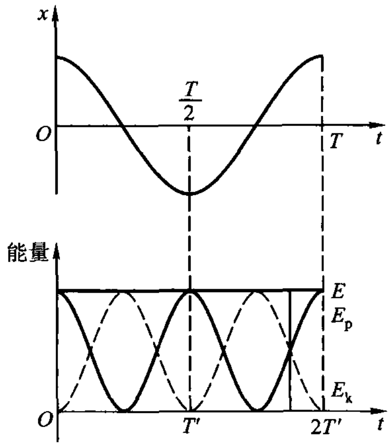


图 12.1.8

图 12.1.9 是简谐运动的能量与振动质点的位移 x 之间的关系曲线. 可以看出，位移为零时，势能为零，动能最大；位移最大时，势能最大，动能为零. 与同一 x 值对应的动能和势能之和等于总机械能 E.

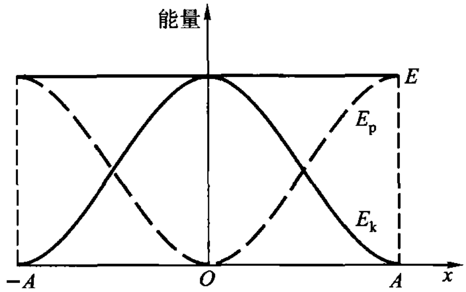


图 12.1.9

【例 4】　竖直悬挂的弹簧振子如图 12.1.10 所示，设平衡时弹簧伸长为 x_0，振幅为 A，计算其总机械能.

（1）以系统平衡位置 O 为坐标原点，以弹簧原长处 O' 为重力势能和弹性势能零点.

（2）以系统平衡位置 O 为坐标原点和重力势能及弹性势能的零点.

解：平衡条件为

$$mg = kx_0$$

容易证明，以系统平衡位置 O 为坐标原点，竖直悬挂的弹簧振子所受回复力为准弹性力，系统的运动为简谐运动.

（1）以弹簧原长处为重力势能、弹性势能零点. 设 t 时刻，谐振子位移为 x，

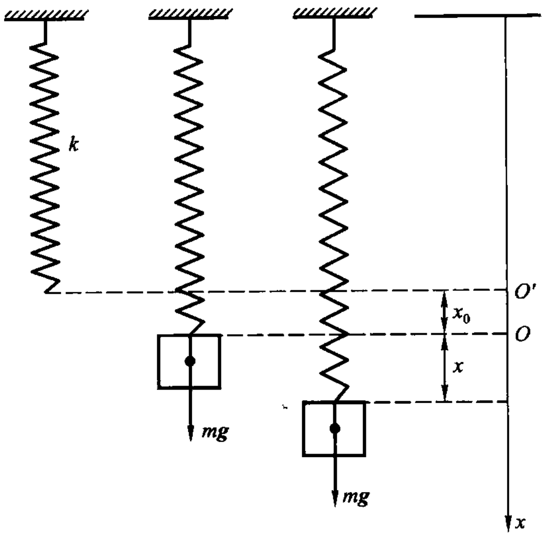


图 12.1.10

速率为 v,则系统的动能和势能分别为

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p=\frac{1}{2}k(x+x_0)^2-mg(x+x_0)=\frac{1}{2}k(x+x_0)^2-kx_0(x+x_0)=\frac{1}{2}kx^2-\frac{1}{2}kx_0^2$$

系统的总机械能为

$$E=E_p+E_k=\left(\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}mv^2\right)-\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}kA^2-\frac{1}{2}kx_0^2=\text{常量}$$

（2）以坐标原点（平衡位置）为势能零点，在计算弹性势能时应该减去弹簧伸长 x_0 时的势能 $\frac{1}{2}kx_0^2$，于是系统的动能和势能分别为

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p=\frac{1}{2}k(x+x_0)^2-mgx-\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}k(x+x_0)^2-kx_0x-\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}kx^2$$

系统的总机械能为

$$E=E_k+E_p=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2$$

可见，选取不同势能零点时，所得总机械能的结果不同，但是二者均为常量，只相差一个常量. 这说明无论如何选择势能零点，简谐运动系统的机械能均守

恒.由于势能是与零势能点选取有关的相对量,当所选取的零势能点不同时,势能的计算值相差一个常量,从而使总机械能的值相差一个常量,这显然是合理的.

此外,如果以平衡位置作为坐标原点,同时又作为势能零点,那么 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$ 就是既包含弹性势能,又包含重力势能在内的总势能.我们称之为**准弹性势能**.由此可见,在计算振动系统能量时,只要我们选取平衡位置为坐标原点和势能零点,无论振动系统如何放置,其总机械能均可用 $E=\frac{1}{2}kA^2$ 表示.

【例 5】 用能量法求简谐运动的振幅和周期.

一轻弹簧的劲度系数为 k,其下端悬有质量为 m 的盘子,现有一质量为 m' 的物体从离盘底高为 h 处自由下落到盘中,并和盘粘在一起运动,求该振动系统的振幅和周期.

解:以轻弹簧和 $(m+m')$ 系统的平衡位置 O 为坐标原点和势能零点,取向下为正方向,如图 12.1.11 所示.开始振动时 $x_0=-m'g/k$,设 m' 与 m 相撞后的共同速度为 v_0,由动量守恒定律得

$$m'\sqrt{2gh}=(m+m')v_0$$

$$v_0=\frac{m'\sqrt{2gh}}{m+m'}$$

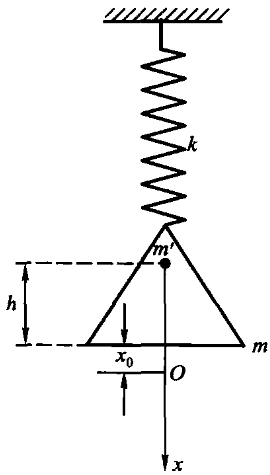


图 12.1.11

振动系统的总能量为

$$\frac{1}{2}kx_0^2+\frac{1}{2}(m+m')v_0^2=\frac{1}{2}kA^2$$

即
$$\frac{1}{2}\frac{m'^2g^2}{k}+\frac{m'^2gh}{m+m'}=\frac{1}{2}kA^2$$

解得
$$A=\frac{m'g}{k}\sqrt{1+\frac{2kh}{g(m+m')}}$$

任意时刻,系统总能量

$$\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}(m+m')v^2=\frac{1}{2}kA^2=常量$$

对上式的两边求时间的一阶导数可得

$$kxv+(m+m')va=0$$

$$a=-\frac{k}{m+m'}x=-\omega^2x$$

于是
$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m+m'}}$$