

TONGSU SHUXUE MINGZHU YICONG



通俗数学名著译丛

XUSHU DE GUSHI

[美] 保罗·J·纳欣 著

朱惠霖 译

上海教育出版社

虚数的故事

虚数的故事

[美] 保罗·J·纳欣 著 朱惠霖 译 • 上海教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

虚数的故事 / (美) 纳欣著; 朱惠霖译. —上海: 上海教育出版社, 2008.12

(通俗数学名著译丛)

ISBN 978-7-5444-2207-9

I. 虚… II. ①纳…②朱… III. 复数—普及读物 IV. 0122-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第202395号

通俗数学名著译丛

虚数的故事

[美] 保罗·J·纳欣 著

朱惠霖 译

上海世纪出版股份有限公司

上海教育出版社 出版发行

(上海永福路123号 邮编: 200031)

各地新华书店经销 昆山市亭林印刷有限责任公司印刷

开本 850×1156 1/32 印张 11.25 插页 2

2008年12月第1版 2008年12月第1次印刷

印数 1-5,000本

ISBN 978-7-5444-2207-9/O·0079 定价: 22.00元

(如发生质量问题, 读者可向工厂调换)

译丛序言

数学,这门古老而又常新的科学,已阔步迈进了 21 世纪.

回顾过去的一个世纪,数学科学的巨大发展,比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位.数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透,并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献.同时,数学作为一种文化,已成为人类文明进步的标志.因此,对于当今社会每一个有文化的人士而言,不论他从事何种职业,都需要学习数学,了解数学和运用数学.现代社会对数学的这种需要,在未来的世纪中无疑将更加与日俱增.

另一方面,20 世纪数学思想的深刻变革,已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路.面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法,门外汉往往只好望而却步.这样,提高数学的可接受度,就成为一种当务之急.

一般说来,一个国家数学普及的程度与该国数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础.随着中国现代数学研究与教育的长足进步,数学普及工作在我国也受到重视.早在 60 年代,华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读物,激发了一代青少年学习数学的兴趣,影响绵延至今.改革开放以来,我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力.但总体来说,我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距.我国数学要率先赶超世界先进水平,数学普及与传播方面的赶超乃是一

个重要的环节和迫切的任务。为此,借鉴外国的先进经验是不可避免的。

《通俗数学名著译丛》的编辑出版,正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物,推动国内的数学普及与传播工作,为我国数学赶超世界先进水平的宏伟工程贡献力量。丛书的选题计划,是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的。所选著述,基本上都是在外国已广为流传、受到公众好评的佳作。它们在内容上包括了不同的种类,有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用;有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧;有的富于哲理阐释数学与自然或其他科学的联系;等等,试图为人们提供全新的观察视角,以窥探现代数学的发展概貌,领略数学文化的丰富多彩。

丛书的读者对象,力求定位于尽可能广泛的范围。为此丛书中适当纳入了不同层次的作品,以使包括大、中学生;大、中学教师;研究生;一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益。即使是对于专业数学工作者,本丛书的部分作品也是值得一读的。现代数学是一株分支众多的大树,一个数学家对于他所研究的专业以外的领域,也往往深有隔行如隔山之感,也需要涉猎其他分支的进展,了解数学不同分支的联系。

需要指出的是,由于种种原因,近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版并不景气。在这样的情况下,上海教育出版社按照国际版权公约,不惜耗资购买版权,组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》,这无疑是值得称道和支持的举措。参加本丛书翻译的专家学者们,自愿抽出宝贵的时间来进行这类通常不被算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作,同样也是值得肯定与提倡的。

像这样集中地翻译、引进数学科普读物,在国内还不多见。值得高兴的是,这项工作从一开始就得到了数学界许多人士的赞同与支持,特别是数学大师陈省身先生两次为丛书题词,使我

们深受鼓舞.到目前为止,这套丛书已出版了 20 余种,印数大多逾万,有的已经是第四次印刷,这对编译者来说确是令人欣慰的信息.我们热切希望广大读者继续关心、扶植这项工作,使《通俗数学名著译丛》的出版获得更大的成功.

让我们举手迎接数学科学的新的黄金时代,让公众了解、喜爱数学,让数学走进千家万户!

《通俗数学名著译丛》编委会

2001 年 8 月

致读者

《虚数的故事》绝大部分是在讲一段历史,但这并不意味着其中的数学内容可以让你轻松过关.不过在阅读时对这两方面都不要过于深究.这不是一本打算只给某种神奇的精英群体阅读的学术著作.这里所说的精英群体,就是20世纪20年代那个无稽之谈——全世界只有十二个人真正理解爱因斯坦(Albert Einstein)的相对论——所描述的人们.长期以来, $\sqrt{-1}$ 也背负着“神秘莫测”这样一个类似的虚妄之说.启蒙运动时代的法国哲学天才狄德罗(Denis Didero)这样描写数学家:他们“就像那些站在高耸入云的峰顶上出神凝望的人.下面平面上的物体已从视野中消失;他们观察到的景象只是他们自己的思想,他们意识到的对象只是他们所攀登的高度.在那个高度上,恐怕一般人都无法适应,也无法呼吸[那种稀薄的空气].”好吧,在本书中,空气几乎总是在海平面的气压水平.本书中大段大段的文字其实可以让一位高中毕业班学生读懂和理解,只要他或她在享用大学预科课程的标准套餐时用心听了老师的讲解.然而,对于学完一门大学初等微积分课程的人(这样的人每年都会产生,如今大约已有上百万)来说,它将是更具有可读性的.这不是一本教科书,不过我坚信,作为对陈述比较标准的数学作品的一种补充,它是一本可以让学生受益匪浅的读物.我是一名电气工程师,而不是数学家,我的写作风格反映了这一差别.事实上,我可以不受教科书式语言——这种教学语言在其最差的表现中甚至

会显得迂腐不堪——的习惯性约束,于是我就利用了这种自由,以一种随意的、引人入胜的(我希望是这样)风格进行写作.但是当我需要计算一个积分时,我可以向你保证,我并没有双膝下跪,恐惧得目瞪口呆.你也不应该这样.对于本书中相对较难的部分,可能要求你全神贯注.不管你全神贯注到什么程度,复数和复变函数的威力和魅力,以及这个描述它们怎样被发现的动人故事,就是给你的丰厚回报.

致 谢

对我来说,向那些帮助我创作一本新书的人致谢,总是一件愉快的事.在新罕布什尔大学,物理学家托伯特(Roy Torbert)热情地支持了一名电气工程师想写一本数学史书籍的念头.由于他是我的系主任,这种支持是极其重要的!还有,柯林斯(Nan Collins)输入了文稿,赖利(Kim Riley)创作了线条图,勒奇(Barbara Lerch)帮助我做了索引,我1996年秋季的“通识教育荣誉研讨班”(General Education Honors Seminar)中那些刚入学的新生们,以一种敏锐而审慎的集体性眼光审阅了一份非常早期的文稿.恰普伦学院(魁北克)的圣加利(Arturo Sangalli)教授审阅了初稿的一份早期修改稿,他可能不知道他的热情回复对我的价值大到什么程度.洛约拉大学的马奥尔(Eli Maor)教授、加州理工学院的拉特利奇(David Rutledge)教授和哈佛玛德学院的莫林德(John Molinder)教授审阅了一份几乎是最终的修改稿,并给了我许多有益的意见.我那位明察秋毫的文字编辑珍妮弗·斯莱特(Jennifer Slater),把一段本来很容易是令人难熬的时光变成了一段令人愉快的时光.在普林斯顿大学出版社,我的编辑利普斯科姆(Trevor Lipscombe)和他的助理埃尔沃西(Sam Elworthy),以及制作编辑韦尔德(Karen Verde),把一堆打印稿——上面贴满了珍妮弗和我关于修改和增删的便条——变成了一本书.最后,与我共同生活了36年的妻子安(Patricia Ann),在我进行写作的无数个日日夜夜中,耐

心地听着我的谈论、我的嘟哝、我的咆哮,有时甚至是自我抽泣。她不止一次地对我说请冷静,为此(但不仅仅是为此)我真的很爱很爱她。

前 言

那是很久以前的事了，当时我还是一名高中新生（这段生活是如此遥远，以至于今天看来似雾里梦中）。那一年——1954年，我父亲送了我一件礼物——给我订了一份名叫《大众电子学》（*Popular Electronics*）的新杂志。他这样做是因为他是一名科学家，而且他的大儿子我看来在科学和数学方面颇有些天赋，但是这种天赋正面临着被科学幻想小说这个魔鬼引上歧途的危险。事实上，对于这种爱好，我已经跟他说了大量的理由。你看，我当时对科学幻想小说是这样如饥似渴：我经常在晚间 11 点的时候坐在厨房里，吃着一块硕大的三明治，读着一本以一百万年之后的火星为故事发生地的小说。当然，爸爸希望我最好是在读一本关于代数或者物理的书。

作为一个聪明人，他决定，不是简单地禁止我看科学幻想小说，而是采取侧面迂回的策略，让我去看技术故事，比方说每个月刊登在《大众电子学》上的故事“卡尔和杰瑞”，从而挡住科学幻想小说对我的诱惑。卡尔和杰瑞是两名在念高中的电子小天才——用今天的不讨人喜欢的称呼，就是“极客”^①或“书呆子”^②——他们每

① 原文为 geek，又译“极客”、“奇客”，指智力超群、善于钻研、痴迷于某种学问或技术，但不懂得与人交往的人。——译者注

② 原文为 nerd，有译为“书呆子”的。一般认为指“极客”中痴迷程度比较严重的人。现按谐音译为“书呆子”。——译者注

个月都要弄出什么很刺激的冒险行动,然后用他们的技术知识来化险为夷.他们是哈代兄弟^①和汤姆·斯威夫特^②的一种 20 世纪 50 年代混合物.我父亲的计划是让我把自己设想为卡尔和杰瑞,而不是设想为海因莱恩^③笔下那些神经兮兮的时间旅行者.

好,爸爸的阴谋计划成功了(尽管我从来没有将科学幻想小说抛之脑后),我不仅被卡尔和杰瑞迷住了,而且被这本杂志每期刊载的电子制作项目迷住了.我从这本杂志上学会了怎样看电路原理图.这本杂志的编辑用了元件分解图和图画式线路图,凡是用邮购套件组装过电子器件的人,对它们都十分熟悉.我在屋后的汽车库里设立了一个家庭工场,许多惊人的电子小玩意儿就在那里制造了出来——尽管它们不是每一样都能派上用场,或者说至少不是按设计者原来所设想的方式派上用场.

我最成功的作品是一个“掌声测量仪”,有一年在高中生才艺选秀比赛上为评委们所采用——它其实就是一个用作拾音器的扬声器、一个音频放大器,以及联结在这个放大器输出端上的一个 500 毫安电流表.但是真正给我最大影响的并不是这个玩

① 美国青少年侦探系列小说《哈代兄弟》(*Hardy Boys*)的主人公.这部系列小说从 1927 年开始,至今仍在出版,共达 300 多集.署名一直是富兰克林·W·狄克逊(Franklin W. Dixon),这个名字其实代表着一个作家团队,称为“施特拉特迈尔辛迪加”(Stratemeyer Syndicate),由美国出版商兼作家施特拉特迈尔(Edward Stratemeyer, 1862—1930)于 20 世纪初创建.——译者注

② “施特拉特迈尔辛迪加”另一部青少年系列小说《汤姆·斯威夫特》(*Tom Swift*)的主人公.这部系列小说从 1910 年开始出版,至 1984 年为止,共 80 多集.署名是维克托·阿普尔顿(Victor Appleton).——译者注

③ 海因莱恩(Robert Anson Heinlein, 1907—1988),美国科学幻想小说家.主要作品有《双星》(*Double Star*)、《星际飞船警察》(*Starship Troopers*)等.——译者注

意儿,也不是我在高中阶段制作的其他什么东西。那是这样一个东西——我在年轻人的那种感情冲动之下(这种感情冲动,只有我对理论的极端无知可与之媲美),居然没有认识到它是不可能造出来的。

当1955年4月号的《大众电子学》寄来的时候,其中的一张照片展示了一幅不可思议的景象——一盏台灯放射出来的不是一束圆锥形的亮光,而是一束圆锥形的黑暗!我看着它,目瞪口呆。是什么奇妙的科学在这里起作用,我激动得喘不过气来(当然,这是一种比喻性的说法,因为你知道一个14岁的孩子,除了在电视情景喜剧中,哪有这样夸张的?)根据所附的文章,秘密在于这盏灯不是插在一个常规的电源插座上,而是插在一个输送反极电源(contra-polar-power)的插座上。另一张照片,是一把电烙铁,插在反极电源的插座上——它上面结满了冰!还有一张照片,那是一个冻住的冰块格,放在一个电热灶上,但它现在是一个电冷灶,因为它也插在反极电源上。我看着这三张照片,记得我当时心跳加快,只觉得一阵眩晕。这简直是太神奇了。

啊,当然,这只不过是编辑们借助于某种巧妙的照片修整技术开的一个大玩笑。我把这篇文章拿给父亲看时,他扫了一眼,然后用一种我现在知道是既怜悯又乐不可支的神情看着我。爸爸不是电气工程师,也不是物理学家,但是作为一名化学博士,他对于落在苯环和分子键范围之外的技术方面的事儿并非一无所知。他马上就觉得,这个“反极电源”可能违反了大约七条物理学基本原理。然而,他没有笑话我,他只是说,“儿子,看看封面上的日期”。我原先并没有注意到这个“4月号”,甚至没有注意到还有这样一个副标题:“请遵循4月1日的传统惯例”^①,于是我

^① 4月1日是西方传统中的愚人节。在这一天,人们可以发挥自己丰富的想像力,哄骗、取笑、愚弄别人,而且对这样做所导致的任何后果都不负法律责任。——译者注

立即恍然大悟。我至今仍记得我为我如此彻底地上当而羞愧得无地自容。其实，我只要读到这篇文章的末尾，看到它的脚注 4，就应该能看穿反极电源的这种“滑稽模仿表演”的本质。那儿列出了一条伪造的引用文献：“反极电源委员会会刊，第 45 卷，第 1324—1346 页（编者按——其复印件可在一个飞碟上找到）。”

就像任何优秀的滑稽模仿节目一样，其中蕴含着大量发人深省的真理，只是以一种有点傻乎乎的方式表现出来。为了让你体会一下这篇文章的风格，这里给出它的一段典型文字：“当把‘反极能源’用于一盏普通的台灯时，光没有被产生出来，而是被取走了，于是这盏灯所影响到的区域就变得一片漆黑。（编者按：不要把这种现象与所谓的‘黑光’混淆起来，那其实只是一种不含任何可见成分的光。就人的眼睛而言，‘黑光’相当于零光，而反极能源产生的光，则可被称为‘负光’，因为它使已存在的光减少）”

为了给读者提供一个关于反极能源这种令人惊骇的特性的“解释”，接下来的那句话作出了下述断言（几十年后的今天当我读到它时，觉得十分可笑，但在 1955 年，它对我来说完全合乎逻辑）：“原子能之所以还没有在家庭实验者中得到普及，原因之一就是，要理解它的产生原理，需要知道一些非常高级的数学。”然而，只要用代数，就能将反极能源的奥秘暴露无遗，这篇文章如此宣称。在计算一个包含电感器和电容器的电路中的共振频率时，只取负平方根（而不是取正根）^①，就能让反极电源“起效”。这个让频率取负值的想法令我好奇心大增（电气工程师们实际上已经理解了负频率的意义，前提是把它与 $\sqrt{-1}$ 相结合^②），但

① 在这种电路中，共振频率 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ，其中 L 和 C 分别是电感器和电容器的值。——译者注

② 由交流电的复数表示可知，负频率交流电与相应的正频率交流电只是在相位上相差 180° 。——译者注

接下来编辑又要了一些更为巧妙的花招,说到负电阻这个话题上去了。

那些喜欢在晚上盖着一条暖洋洋的电热毯在床上蜷身睡觉的人,或者那些喜欢在早晨嘎吱嘎吱地嚼着一块松脆的烤面包片的人,都知道电阻(正电阻)通电时会发热。那么,“显而易见”,负电阻通电时就应该冷却——于是就有了那些电烙铁和冰块格的照片。(然而,台灯会放射出一束圆锥形的黑暗是什么原理——如果你能称它为原理的话——我仍然不得其解)是的,确实是有着负电阻这种东西,而且它早就为电气工程师们所知——在某些特定条件下,电弧会表现出负电阻的特性。这种电弧具有利用价值,例如,在无线电技术发展早期的前电子时代,它用于制造极其有效的电弧发射机。这种发射机能播送音乐和语言,而不像赫兹(Hertz)和马可尼(Marconi)的火花隙发射机只能传送仅有通断两种状态的电报码信号。后来我在大学里知道,不理解 $\sqrt{-1}$,是不可能在一个深刻的理论水平上理解无线电工作原理的。

所有这一切,让年轻的我如此心醉神迷,即使在这40年之后,即使我掌握的词汇多少有所增加,我也无法向你表达。它们告诉我,在电子世界中有着激动人心的大想法,比我跑到汽车库里去捣鼓我那些小玩意儿时所能想像到的要大得多。后来,当我在高中代数课上学到作为某种二次方程解的复数时,我就知道(不像我那些被弄得一头雾水的同学们)它们不会只是一种枯燥乏味的智力游戏的一部分。我那时已经知道,对于电气工程师来说,以及对于他们制造真正惊人的设备的本领来说, $\sqrt{-1}$ 是很重要的。

在读到关于反极电源的内容又过了三年半之后,我坐在一列清晨的火车上,离开洛杉矶的联合火车站,一路北上,去帕洛阿尔托的斯坦福大学1958届新生班报到。在卡尔和杰瑞出现在《大众电子学》上的岁月里,随着故事的发展,他们从高中新生逐

步成长为虚构的“帕武大学”(Parvoo University)电工学系的学生。同他们一样,我也在做一名电气工程师的职业道路上(我在这条路上一直走到现在)迈出了第一步。一进入斯坦福大学,我把整天时间都花在看书上还嫌不够,因此很快就与《大众电子学》分手了,但是它曾在最恰当的时候陪伴了我;爸爸的计划比他所可能预想的还要成功。还有,从某种意义上说,我的整个职业生涯就是我年轻时被 $\sqrt{-1}$ 之谜弄得神魂颠倒的结果,而且这正是我写这本书的原因^[1]。①

爱尔兰数学家哈密顿(William Rowan Hamilton)在给他英格兰朋友德摩根(Augustus De Morgan)的一封信(日期是1852年1月13日)中写道:“我认为或者是你或者是我——但我希望是你——必须在这个时候或其他什么时候写一写 $\sqrt{-1}$ 的历史。”5天之后,德摩根答复道:“关于 $\sqrt{-1}$ 的历史,要从印度人那儿开始好好地写下来,那可不是一件小事。”不过,无论哈密顿还是德摩根,都从未写过这段历史,而且就我所知,也没有其他人写过。于是这就成了我写这本书的另一个原因。我只是想要多学习一些东西。

令我深感遗憾的是,爸爸不可能读到这本书了。但如果他在世,看到他大约半个世纪前在订阅一本杂志上的投资能有这样的效益,我想他会很高兴的。

① 本书中方括号的注释见书后。——译者注

引 子

1878年,一对就要名扬天下的盗贼兄弟艾哈迈德和穆罕默德(Ahmed and Mohammad Abd er-Rassul),在代尔巴哈里(Deir el-Bahri)^①偶然发现了国王谷(Valley of Kings)的古埃及墓葬遗址.他们很快就有了家生意兴隆的商号,专门出售盗来的文物.其中有一件文物是一份数学纸草书:这兄弟俩中的一个于1893年把它卖给了俄国埃及学家戈列尼谢夫(B. C. Голенищев),后者又于1912年把它交给了莫斯科美术博物馆^[1].这份纸草书在那儿一直是个未解之谜,直到1930年人们把它完全翻译出来.这时学术界才认识到,古埃及人在数学上竟是如此的先进.

特别值得一提的是,这份“莫斯科数学纸草书”(人们现在这样称呼它)的第14题是关于怎样计算平截头方锥(即正方棱锥的所谓平截头台)的体积 V 的一个具体数值例子.这个例子有力地表明,古埃及人知道公式

$$V = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2),$$

其中 a 和 b 分别是下底正方形和上底正方形的边长, h 是高.埃及人居然有这种知识,难怪一位科学史家称这件事“让人惊奇得

^① 位于现埃及首都开罗南约670千米的尼罗河西岸,与卢克索(Luxor)隔河相望.有大量的古埃及祭祀神庙和陵墓.——译者注