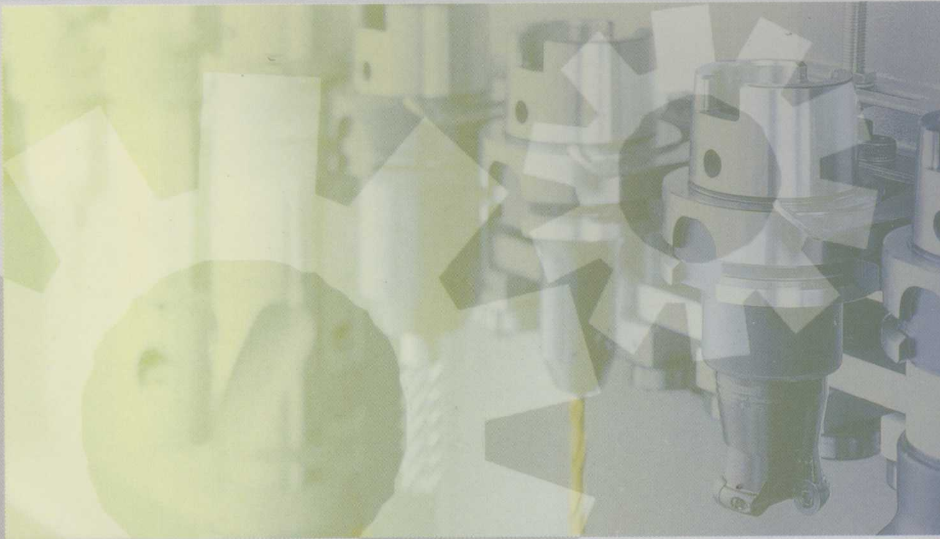


张春林　余跃庆　主编
谢存禧　主审

# 机械原理教学参考书
## （上）

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

# 机械原理教学参考书（上）

张春林　余跃庆　主编
谢存禧　主审

高等教育出版社

## 内容简介

全书共三册，本册为上册，共分四篇，各篇内容相互独立。第一篇为平面机构结构分析，主要内容有运动链的拓扑图及矩阵表示、运动学中的自由度和约束度、机构的结构和分类、平面运动链的结构类型综合、含复铰平面运动链的结构类型综合、机构的杆组分解及型转化；第二篇为平面连杆机构的分析与设计，主要介绍铰链四杆机构的基础知识、连杆机构的运动分析方法、实现刚体导引与预期函数的机构综合、轨迹发生机构综合；第三篇为空间机构，主要介绍运动副与自由度分析、球面机构、空间机构的位移分析、空间机构综合和并联机构位置正解；第四篇为机器人机构，主要介绍机器人的结构和几何模型，机器人的位姿分析，机器人的速度、加速度、微分矩阵和雅可比矩阵，机器人的力学分析基础和机器人的误差及精度分析。

本书可作为高等学校机械原理课程的教学参考书，也可作为本科高年级学生和研究生的学习辅导材料，亦可供有关工程技术人员参考。


**图书在版编目(CIP)数据**

机械原理教学参考书．上/张春林，余跃庆主编．—北京：高等教育出版社，2009.5
ISBN 978-7-04-026134-9

Ⅰ.机… Ⅱ.①张…②余… Ⅲ.机构学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.TH111

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 034223 号

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 购书热线 | 010－58581118 |
| 社　　址 | 北京市西城区德外大街4号 | 免费咨询 | 800－810－0598 |
| 邮政编码 | 100120 | 网　　址 | http://www.hep.edu.cn |
| 总　　机 | 010－58581000 | | http://www.hep.com.cn |
| | | 网上订购 | http://www.landraco.com |
| 经　　销 | 蓝色畅想图书发行有限公司 | | http://www.landraco.com.cn |
| 印　　刷 | 山东省沂南县汇丰印刷有限公司 | 畅想教育 | http://www.widedu.com |
| 开　　本 | 787×960　1/16 | 版　　次 | 2009年5月第1版 |
| 印　　张 | 19.25 | 印　　次 | 2009年5月第1次印刷 |
| 字　　数 | 350 000 | 定　　价 | 24.80元 |





**物料号　26134－00**

# 序

教育部高等学校机械学科教学指导委员会机械基础课程教学指导分委员会在2001年第一次工作会议上，根据上一届课委会对我国当前高等工科学校教师队伍现状的分析，针对青年教师的学历高、专业知识强，但缺少“机械原理”课程教学经验的特点，决定编写一套旨在提高青年教师教学水平的机械原理教学参考书，分工由教指委委员张春林和余跃庆二位教授负责该参考书的编写工作。

在2002年教指委第二次工作会议上，成立了以张策教授为主任的编写委员会，编委会讨论通过了本参考书的编写目的、定位、内容与体系，并根据学术水平、教学经验、国内知名度以及奉献精神等方面确定了各篇的主编，并取得高等教育出版社的支持。

在2003年教指委工作会议上，编写委员会讨论了各篇主编提供的编写大纲，并提出了反馈意见，明确了完成时间。

在2004年教指委工作会议上，张春林、余跃庆二位教授汇报了该参考书的编写进展情况。经过协商，确定了由前教指委委员谢存禧教授、李瑰贤教授、邹慧君教授分别担任上册、中册和下册的主审，该参考书进入了有序的编写工作阶段。

在2005年教指委工作会议上，提出了加快编写进度的要求。

2006年，各篇主编陆续把文稿寄到各分册主审处。2007年5月，所有参编人员在上海集中审稿，讨论了该参考书编写过程中出现的问题，就该书的定位、内容、衔接等问题取得了共识，并与高等教育出版社就出版时间进行了协商。

在2007年教指委第一次工作会议上，余跃庆委员代表编写组就上海会议的若干意见向新一届教指委作了汇报。

2008年5月，各篇主编完成了编写工作，由张春林教授和余跃庆教授最后统稿，各册主审审阅后交付高等教育出版社。

本机械原理教学参考书主要是为从事“机械原理”课程教学的青年教师提高业务素质编写的，目的是使其在教学内容的深度和广度上得到补充和扩展。本书是介于教材和专著之间的教学参考书。国内已出版和使用的教材中普遍包含的内容，本书不再重点介绍，但可能有进一步的细化和深化。目前仍在研究但

还没有成熟结论的内容,以及虽已有成熟结论但程度过深的内容,本书不做详细介绍。

本书采取开放式编写形式,每篇后都附有参考文献,以便读者根据需要自行选取。各分册和各篇内容均有独立性,可单独阅读或参考。为了使读者能更全面地了解有关文献的原始内容,本书各篇编写时所用的公式、符号、名词术语等大多采用原来的形式,因此各册、各篇或各章中有可能出现不同的表达方式。

本参考书由三个分册组成,每分册包含四篇内容。具体如下:

上册:

第一篇　平面机构结构分析

第二篇　平面连杆机构的分析与设计

第三篇　空间机构

第四篇　机器人机构

中册:

第一篇　平面高副机构设计

第二篇　凸轮机构设计

第三篇　变位齿轮传动

第四篇　轮系及其设计

下册:

第一篇　广义机构

第二篇　机械运动方案设计

第三篇　机构的组合与创新设计

第四篇　机械动力学

希望本参考书的出版能对从事“机械原理”教学的青年教师有所帮助,进一步提高我国“机械原理”教学的水平和质量。

**教育部高等学校机械学科教学指导委员会机械基础课程教学分指导委员会**

**机械原理教学参考书编写委员会**

**2008 年 5 月**

# 前　言

本书是由教育部机械基础课程教学分指导委员会规划的“机械原理”课程参考教材，目的在于拓宽和加深课程的基本知识，供任课教师及有关技术人员参考。因此，本书在编写上采取百花齐放的方法，各篇内容独立，在课程教材的平台上予以拓宽，不强调各篇之间的直接联系。

全书共三册，本册为上册。本册共分四篇，第一篇为平面机构结构分析，主要讨论运动链的拓扑图及矩阵表示、运动学中的自由度和约束度、机构的结构和分类、平面运动链的结构类型综合、含复铰平面运动链的结构类型综合、机构的杆组分解及型转化；第二篇为平面连杆机构的分析与设计，主要讨论铰链四杆机构的基础知识、连杆机构的运动分析方法、实现刚体导引与预期函数的机构综合、轨迹发生机构综合；第三篇为空间机构，主要讨论运动副与自由度分析、球面机构、空间机构的位移分析、空间机构综合和并联机构位置正解；第四篇为机器人机构，主要讨论机器人的结构和几何模型、机器人的位姿分析、机器人的速度、加速度、微分矩阵和雅可比矩阵、机器人的力学分析基础和机器人的误差及精度分析。

本书编写分工如下：第一篇由曹惟庆主编；第二篇由韩建友主编；第三篇由廖启征主编；第四篇由谢存禧主编，邱志成、张铁、翟敬梅、李琳参加了编写工作。全书由谢存禧担任主审。

在编写过程中，我们参考并引用了大量的论著、资料，限于篇幅，不能在文中一一列举，在此一并对其作者致以衷心的谢意。

由于作者水平有限，在编写过程中难免出现误漏之处，特别是对难易程度的把握方面也会存在不足，敬请广大读者批评指正。

编　者<br>2008 年 3 月

# 目　　录

## 第三篇 空间机构

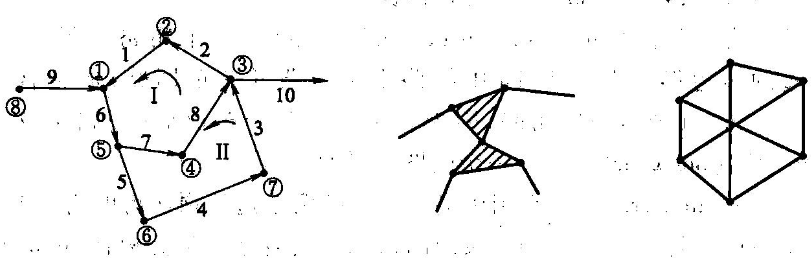
# 第一篇　平面机构结构分析

# 第 1 章　运动链的拓扑图及矩阵表示

## 1.1　名词术语

本篇要用到以下名词术语。

**顶(vertex)或结(node)**　代表运动链的构件。顶点的度为相应构件上的运动副数目。图 1.1a 中顶①、②、④、⑥、⑦是二度顶,③、⑤是三度顶。




a)　b)　c)

图 1.1　平面图及非平面图

边(edge) 是一个线段,代表运动链中的运动副。

端顶(end point) 位于一条边上的顶(例如图1.1a中的顶⑧)。

端边(end line) 只与一个顶连接的边(例如图1.1a中的边10)。

连通(connected) 一个边和顶的系统中,如果任意两个顶可以用一系列的边[一条路径(path)]连接,称之为连通的。如图1.1a是连通的图,图1.1b也是连通的。但图1.1a、图1.1b整个系统并不连通。

图(graph)或者网络(network) 边与顶的连通系统。图1.1a和图1.1b是两个图。

平面图(planar graph) 一个图中各边除了在顶相交之外没有相交的边,称之为平面图。如图1.1a、图1.1b是两个平面图。图1.1c不是平面图。

闭图(closed graph) 没有端顶及端边的图。图1.2是闭图。

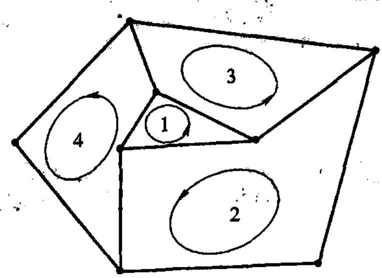


图1.2 具有典型单回路的平面图

子图(subgraph) 一个图是另一个图的边和顶的子集合。

有向边(oriented or directed edge) 有箭头表示正向的边,称之为有向边。

有向图(oriented graph) 图中每一条边都有向,如图1.1a。

关联(incidence) 如果一个顶是在一条边的端,则此顶称为关联于此边。

邻接(adjacent) 如果两个顶是在一对边的两端,则这两个顶是相互邻接的。

回路或闭路(circuit or closed loop) 每一个顶与两条边关联的子图,在图1.1a中边(1,2,3,4,5)形成一个闭路(闭路Ⅰ)。

单回路或单闭路(single circuit or single loop) 一个闭路只封闭一个没有交叉边的多边形。在图1.1a中闭路Ⅰ及闭路Ⅱ是单回路,但包含边(1,2,3,4,5,6)的闭路不是单闭路,因为它包含了两个多边形(闭路Ⅰ及Ⅱ)。

多边形网(polygonal net) 一个闭图的平面图(图1.2)。

缩图(contrated graph) 在图中删去只连接两条边的顶所得的简化图。

树(tree) 不包含闭路的图。如图1.1b,树的各条边称为树枝(branch)。

弦(chord) 边的集合,如果从图中移去弦,将使图成为树,在图1.1a中,边1、7是弦的集合。

同构(isomorphism) 具有同样关联性质的两个图称为同构(相同关联矩阵)。图1.3表明三个同构图。

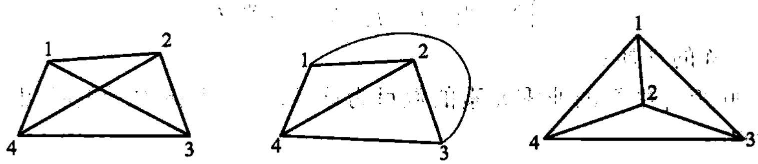



图 1.3　同构平面图

# 1.2　欧拉定理

欧拉指出有 $V$ 个顶、$E$ 条边、$L$ 个单闭路的多边形网络中：

$$V-E+L=1 \tag{1.1}$$

为了证明这个公式，考虑所谓欧拉不变量(Euler invariant)：

$$I=V-E+L$$

对于具有 $n$ 个顶、$n$ 个边的单闭路：$I=n-n+1=1$。对于多边形网络，可以从一个简单的多边形出发，在它外面加边组成。例如，在图 1.4 所示多边形(1,2,3,4)中，加一具有三个顶点(5,6,7)的链以及四条边(2,5)，(5,6)，(6,7)，(7,4)。于是，得到第二个多边形，这样一个变化是不变量 $I$ 的增量。

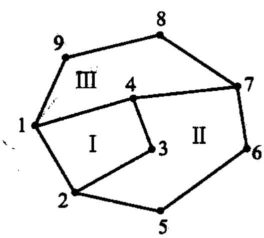



图 1.4　多边形网络

$$\Delta I=\Delta V-\Delta E+\Delta L=3-4+1=0$$

然后，加上链(7,8)，(8,9)，(9,1)得到第三个多边形，此时 $\Delta I=\Delta V-(\Delta V+1)+1=0$。因此方程式(1.1)对多边形网络是成立的。

# 1.3　拓扑图的矩阵表示

## 1.3.1　关联矩阵(incidence matrix)

对于拓扑图 $G(V,E)$ ($V$、$E$ 分别为图 $G$ 中的顶与边的集合)，其关联矩阵为

$$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]_{n\times m}$$

式中，$n$ 为顶点数，即构件数目；$m$ 为边数，即运动副数目。

对无向拓扑图：

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当 } i \text{ 点与 } j \text{ 边相关联时}\\ 0 & \text{当 } i \text{ 点与 } j \text{ 边不相关联时}\end{cases}$$

关联矩阵的性质：

1）关联矩阵中行的非零元素的数目为该顶的度，即该顶所关联相应构件的运动副数目。

2）关联矩阵的每一列有两个非零元素。

3）矩阵的两行或两列置换相当于同一拓扑图中点与边的重新编号。

对有向拓扑图：

$$a_{ij}=\begin{cases}+1 & \text{当边 } j \text{ 自顶 } i \text{ 射出时}\\ -1 & \text{当边 } j \text{ 在顶 } i \text{ 射入时}\\ 0 & \text{当边 } j \text{ 与顶 } i \text{ 不相关联时}\end{cases}$$

**例 1.1** 写出图 1.5 的无向关联矩阵。

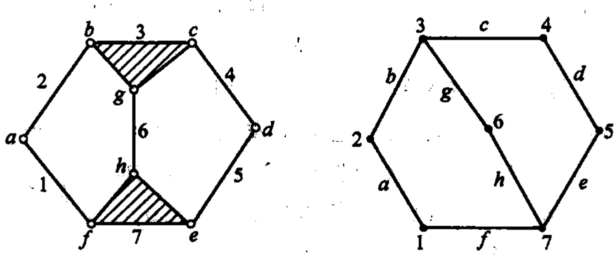



图 1.5 机构简图及拓扑图

**解**：图 1.5 的无向关联矩阵为

$$\begin{array}{c}\\ 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h\end{array}\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0&0&1&0&0\\1&1&0&0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$

## 1.3.2　邻接矩阵(adjacency matrix)

拓扑图 $G(V,E)$ 的邻接矩阵为

$$D=[d_{ij}]_{n\times n}$$

式中：

$$d_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当顶 } i \text{ 与 } j \text{ 之间有一条边直接连接时}\\ 0 & \text{当顶 } i \text{ 与 } j \text{ 之间没有边直接连接时}\end{cases}$$

邻接矩阵的性质：

1) $[d_{ij}]$ 的主对角元素 $d_{ij}$ 皆为零，且 $[d_{ij}]$ 为实对称矩阵。

2) 矩阵 $D$ 的行(或列)的非零元素数目为该行(或列)对应顶点的度数，即对应构件的运动副数目。

3) 两行(及对应两列)的置换相当于顶的重新编号。

**例 1.2**　写出图 1.5 的邻接矩阵。

**解**：图 1.5 的邻接矩阵为

$$\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}1&2&3&4&5&6&7\end{array}\\ \begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0&1\\1&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&1\\1&0&0&0&1&1&0\end{pmatrix}\end{array}$$

## 1.3.3　回路矩阵

有向拓扑图 $G(V,E)$ 有 $m$ 条边和 $V$ 个单回路，对每一单回路给以任意定向(顺时针或逆时针)，则该有向拓扑图 $G(V,E)$ 的回路矩阵为

$$B=[b_{ij}]D_{n\times m}$$

$$b_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当边 } j \text{ 在回路 } i \text{ 中，且两者方向一致}\\ -1 & \text{当边 } j \text{ 在回路 } i \text{ 中，但两者方向相反}\\ 0 & \text{当边 } j \text{ 不在回路 } i \text{ 中}\end{cases}$$

回路矩阵的性质：

1) 每一项的非零元素数目等于该回路的边数。

2) 外回路元素等于所有内回路元素之和。

**例 1.3** 写图 1.6 所示有向拓扑图的回路矩阵。

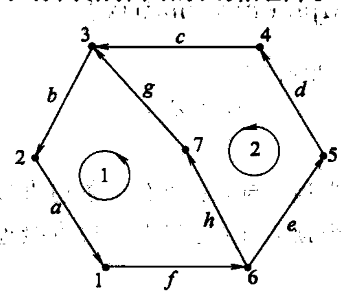



图 1.6 有向拓扑图

**解**:图 1.6 的回路矩阵为

$$
\begin{array}{c}
 \\ 1 \\ 2 \\ 3
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h \end{array} \\
\begin{pmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

# 第 2 章　运动学中的自由度和约束度

## 2.1　拉氏坐标及广义坐标

### 2.1.1　导论

对于由质点系及刚体所组成的约束系统的运动学研究，坐标系的建立常用的是直角坐标系及极坐标系。但如果仅限于用两种坐标系描述系统的运动状态时会很不方便。因此选择合适的坐标系分析是很关键的。约束系统最好用拉格朗日坐标系(Lagrangian coordinates)来描述，众所周知的广义坐标系(generalized coordinates)亦属于这个范畴。

### 2.1.2　质点系

在研究质点系及分散质点系的运动时，在基本坐标系(base coordinate system)中用 $x_i$、$y_i$、$z_i$ 三个基本坐标唯一地规定了质点 $p_i$ 的位置。因之一个质点有三个自由度，对于作平面运动的质点，坐标 $z_i$ 是一个常数，因此只有两个自由度，但如果给出如下关系式：

$$f(x_i, y_i, t) = 0 \tag{2.1}$$

在给定时间 $t$，若已知 $x_i$ 可用此式求 $y_i$，这样一个受约束的质点具有一个自由度。

方程式(2.1)称为约束方程式(equation of constraint)。在任何给定时间 $t$，方程式(2.1)代表平面上一条曲线，如果在方程式(2.1)中没有显示出时间 $t$，曲线是固定不变的，称之为一个稳定约束(stationary constraint)，质点被限制在此曲线上移动。如果 $t$ 出现在方程式(2.1)中，曲线将随时间而变，此系统就称为运动约束(moving constraint)，如果在给定时间 $t$，用 $s$ 代表从曲线上某一点量起的弧线距离，则式(2.1)可用参数形式表示为

$$\begin{aligned} x_i &= x_i(s, t) \\ y_i &= y_i(s, t) \end{aligned} \tag{2.2}$$

方程式(2.2)是把质点的基本坐标用另外与时间有关的变量来表示，称为坐标变换方程式(coordinate transformation equation)。与基本坐标不同的坐标

(例如 $s$)称为拉格朗日坐标,简称为拉氏坐标。

现想象两个自由质点 $P_1$、$P_2$ 由基本坐标 $(x_1,y_1)$ 及 $(x_2,y_2)$ 所规定,这样一个系统共有四个自由度,如果引进下列形式的约束方程:

$$f(x_1,y_1,x_2,y_2,t)=0 \tag{2.3}$$

将降低自由度为三。例如,两个质点用一个长度为 $a$ 的刚体连接(图 2.1),方程式(2.3)将取下列形式:

$$f(x_i,y_i)\equiv(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2-a^2=0 \tag{2.4}$$

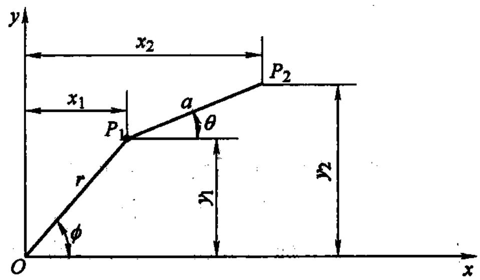



图 2.1 两质点刚体连接

$x_i$、$y_i$ 四个基本坐标中的任何三个都可以用来规定整个系统的位置。

如果用 $P_1$ 点的极坐标 $(r,\phi)$ 以及一个角度 $\theta$ 作为三个拉氏坐标,即 $\{\psi_1,\psi_2,\psi_3\}=\{r,\phi,\theta\}$,如此选择后变换方程式为

$$\begin{aligned}
x_1&=r\cos\phi=\psi_1\cos\psi_2\\
y_1&=r\sin\phi=\psi_1\sin\psi_2\\
x_2&=r\cos\phi+a\cos\theta=\psi_1\cos\psi_2+a\cos\psi_3\\
y_2&=r\sin\phi+a\sin\theta=\psi_1\sin\psi_2+a\sin\psi_3
\end{aligned} \tag{2.5}$$

一般地,可以用 $M$ 个拉氏坐标 $(\psi_1,\psi_2,\cdots,\psi_m)$ 表示一组具有 $N$ 个质点的质点系的基本坐标,可以用下列变换方程式得到:

$$\begin{aligned}
x_i&=x_i(\psi_1,\psi_2,\cdots,\psi_m,t)\\
y_i&=y_i(\psi_1,\psi_2,\cdots,\psi_m,t)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

式中,$i=1,2,\cdots,N$。

所谓显约束方程式(explicit equation of constraint),是在约束方程中包含了拉氏坐标,或者也包括了时间,如下列方程式是显约束方程式的一般形式:

$$f=(\psi_1,\psi_2,\cdots,\psi_m,t)=0 \tag{2.7}$$

方程式(2.4)是用基本坐标来表达约束方程式,称为隐约束方程(implicit equation of constraint)。这些基本坐标可以由坐标变换方程式与拉氏坐标相联