普通高等教育“十一五”国家级规划教材

Digital Signal Processing

# 数字信号处理

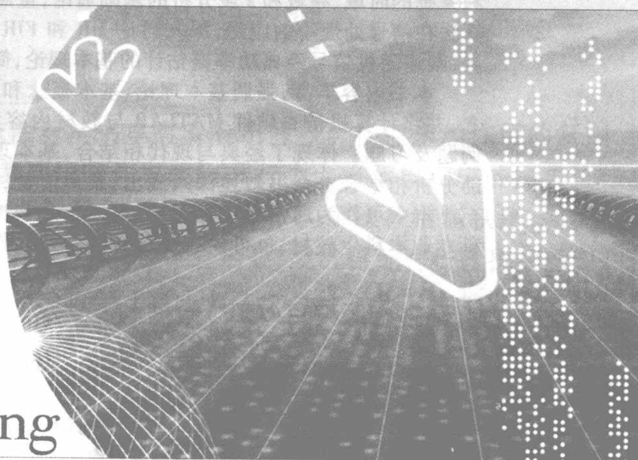
（第2版）

陈后金　主编

陈后金　薛健　胡健　编著

高等教育出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材



Digital Signal Processing

# 数字信号处理

（第2版）

陈后金　主编

陈后金　薛健　胡健　编著

高等教育出版社

## 内容简介

本书是2004年出版的北京交通大学陈后金主编《数字信号处理》一书的修订版。本书第1版于2001年被列为普通高等教育“十五”国家级规划教材，2003年被列为高等教育百门精品课程教材建设计划精品项目。第2版被列为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书介绍数字信号处理的基本原理、基本分析方法和处理技术。简要介绍离散时间信号和系统的时域、频域和 $z$ 域分析的基础理论，重点介绍离散 Fourier 变换的原理，以及 DFT 快速算法在信号处理中的应用，深入讨论 IIR 和 FIR 数字滤波器的设计方法。根据信息技术的发展，阐述随机信号经典功率谱估计的基本理论，简要介绍多速率信号处理以及信号的小波分析。

本书内容丰富，强调基本理论、基本概念和基本方法，注重数学概念、物理概念和工程概念，并将计算机仿真软件 MATLAB 与教材内容紧密结合，增加了设计性、综合性和工程性的例题及习题。体现了经典与现代相结合，基本理论与工程技术相结合，解析方法与计算机辅助分析相结合。全书叙述深入浅出，条理清楚，概念清晰。

本书可作为通信与信息系统、交通信息与控制工程、信号与信息处理、生物医学工程等学科专业本科生教材，也可供有关领域的科技工作者自学参考。

**图书在版编目(CIP)数据**

数字信号处理/陈后金，薛健，胡健编著．—2版．—北京：高等教育出版社，2008.11

ISBN 978-7-04-024721-3

Ⅰ．数…　Ⅱ．①陈…②薛…③胡…　Ⅲ．数字信号-信号处理-高等学校-教材　Ⅳ．TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第140400号

**策划编辑** 刘激扬　**责任编辑** 许海平　**封面设计** 于　涛　**责任绘图** 杜晓丹
**版式设计** 陆瑞红　**责任校对** 朱惠芳　**责任印制** 朱学忠

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 购书热线 | 010-58581118 |
| 社　址 | 北京市西城区德外大街4号 | 免费咨询 | 800-810-0598 |
| 邮政编码 | 100120 | 网　址 | http://www.hep.edu.cn |
| 总　机 | 010-58581000 | | http://www.hep.com.cn |
| | | 网上订购 | http://www.landraco.com |
| 经　销 | 蓝色畅想图书发行有限公司 | | http://www.landraco.com.cn |
| 印　刷 | 人民教育出版社印刷厂 | 畅想教育 | http://www.widedu.com |
| | | 版　次 | 2004年7月第1版 |
| | | | 2008年11月第2版 |
| 开　本 | 787×960　1/16 | | |
| 印　张 | 20.5 | 印　次 | 2008年11月第1次印刷 |
| 字　数 | 380 000 | 定　价 | 25.70元 |

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

**版权所有　侵权必究**

**物料号　24721-00**

# 第2版前言

《数字信号处理》教材自2004年出版以来，得到广大读者的关注，该教材于2001年被列为普通高等教育"十五"国家级规划教材，2003年被列为高等教育百门精品课程教材建设计划精品项目。本次修订经过近年来的教学研究与实践，对此教材的体系和内容进行了较为系统地完善和更新。修订后的教材体系与内容得到同行专家的高度评价，并被列为普通高等教育"十一五"国家级规划教材。

本次修订进一步优化教材体系，突出基本原理和基本方法，按照认知规律组织教材内容，注重知识的呈现方式。进一步整合教学内容，文字叙述更加简洁，以全新的角度阐述了某些教学内容，如信号的时域抽样、DFT快速算法等。例题和习题体现数字化技术及其工程应用。修订后的教材力求原理更加清晰，概念更加明确，层次更加分明。

在此新版教材中，结合教学实践深入研究了一些读者普遍关注的问题，并以全新的视角阐述这些知识的内涵。

1. 可否适当介绍离散信号与系统分析的内容？离散信号与系统分析是信号分析和系统设计的理论基础，也是"信号与系统"和"数字信号处理"课程承上启下的内容。因此有必要在"数字信号处理"课程中，简要介绍离散信号时域和频域分析的基本理论、信号的时域抽样定理和频域抽样定理、离散系统 $z$ 域分析的基本理论和系统函数。

2. 如何理解DFT的作用？信号的Fourier变换从理论上解决了如何从时域映射到频域，而DFT解决了利用数字化方法实现信号的频域分析。DFT利用信号Fourier变换所建立的信号时域与频域之间的内在关系，即时域的离散化对应频域的周期化，时域的周期化对应频域的离散化，实现了由DFT分析四种信号的频谱。

3. 如何阐述FFT算法？重点介绍FFT算法的重要作用和基本思想。DFT

解决了利用数字化方法实现信号与系统分析，但 DFT 计算效率极低，无法满足实时性的要求。FFT 解决了 DFT 计算的有效性，为 DFT 的实际应用铺平了道路。FFT 算法的基本思想是将长序列 DFT 分解为短序列的 DFT，再由短序列的 DFT 表示长序列的 DFT。由于旋转因子 $W_N^{km}$ 的周期性、对称性和可约性，由短序列的 DFT 表示长序列的 DFT 的过程十分简洁。根据基 2 时间抽取 FFT 算法的基本思想，可以非常清晰地引入基 4 时间抽取 FFT 算法和混合基 FFT 算法，形成 FFT 算法的完整概念。

4. 如何介绍 IIR 和 FIR 数字滤波器的设计？利用系统的频域分析和系统函数的基本概念，根据 IIR 和 FIR 数字滤波器的特性和系统函数的特点，介绍 IIR 和 FIR 数字滤波器设计的基本方法，以及它们的频率特性及适用范围。在 IIR 数字滤波器设计中，突出模拟低通滤波器设计是基础，模拟滤波器到数字滤波器的转换是核心。在 FIR 数字滤波器设计中，强调 FIR 数字滤波器可设计成具有线性相位特性，重点阐述基于时域近似的窗口法和基于频域近似的频率取样法，以及优化设计的基本思想和主要方法。

5. 如何引入某些新内容？根据信号的抽取和内插理论引入多速率信号处理，实现信号的抽样速率转换，并以此为基础简述滤波器组的概念及分析方法。从信号的 Fourier 变换、信号的短时 Fourier 变换的不足，引入信号的小波（wavelet）变换。从信号表示的角度阐述信号时频分析的数学概念和工程概念，从信号小波变换的应用展现信号时频分析的特点。

在信号处理系列教材建设过程中，统筹规划“信号与系统、数字信号处理、信号分析与处理实验”课群体系，已编著出版普通高等教育“十一五”国家级规划教材《信号与系统》、《信号分析与处理实验》、《数字信号处理学习指导与习题精解》、《信号与系统学习指导与习题精解》、《数字信号处理电子教案》、《信号与系统电子教案》，形成了立体化的教材体系，提供了丰富的教学资源。

本书由陈后金、薛健、胡健编著，陈后金对全书进行了整理和统稿。郝晓莉提供了部分素材，钱满义和高海林也给予了许多帮助。本书由北京交通大学吴湘淇教授审阅，并提出了改进建议，在此深表感谢。

限于编者水平，书中错误及不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

2008 年 3 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

# 第1版前言

随着信息技术的不断发展，新的信号处理的理论和技术不断涌现。信息科学与技术研究的核心内容主要是信号的获取、传输和处理、识别及综合等。信号是信息的载体，系统是信息处理的手段。因此，作为研究信号和系统的基本理论与方法的数字信号处理教材，应跟踪信息技术发展趋势，积极吸收国内外教研成果。为此，编者在研究国内外最新同类教材的基础上，结合多年教学经历，重新组织和编写了本教材，使它具有以下几个方面的特色：

在教材的观念上，体现教材不仅是人类知识的载体，也是人类思维方法和认知过程的载体。教材的体系结构循序渐进，教材的内容深入浅出，符合认知规律。努力实现在教材学习的过程中，既能够获取有效的知识，又能够锻炼和提高自主学习能力。

在教材的体系上，正确处理局部与整体的辩证关系。根据电气信息学科的技术基础课程“路、场、信号处理”的知识体系，确立信号处理系列课程的体系，以信号分析为基础、系统分析为桥梁、处理技术为手段，突出理论和方法中所蕴涵的数学概念、物理概念和工程概念，实现原理、方法和应用的有机结合。

在教材内容上，体现经典与现代相结合、基本理论与工程技术相结合、解析方法与计算机辅助方法相结合的特点。在介绍经典的理论与方法的基础上，适当引入现代信号处理的理论与方法，体现基础性、时代性和先进性，如较系统地介绍了信号处理的多速率分析、信号的时频分析及小波分析等新内容。数字信号处理是技术性很强的课程，本书引入 MATLAB 仿真分析软件的介绍，突出信号处理理论的技术应用，如在信号谱分析、滤波器设计、信号的时频分析及应用等内容中，都利用 MATLAB 实现其工程应用。

本教材于 2001 年被评为普通高等教育“十五”国家级规划教材，2003 年列入高等教育出版社“高等教育百门精品课程教材建设计划”精品项目，同时也是北京交通大学国家工科基础课程电工电子教学基地的系列教材之一。本书编者

长期从事信号与系统、数字信号处理的系列课程教学与研究，立体化建设信号处理教材。纵向按信号与系统、数字信号处理进行系列化建设，已主编出版了北京市精品立项教材《信号与系统》，主持建设的《信号与系统》课程 2003 年被评为国家精品课程；横向按理论教材、教学辅导、电子教案、实验教材、试题库等进行多媒体建设。本教材的出版得到了教育部、高等教育出版社、北京交通大学教务处和电子信息工程学院的大力支持。

本书共分 9 章，第 1 ~7 章是经典的数字信号处理内容，第 8 ~9 章中大部分是现代的数字信号处理内容。根据不同学科专业的需求，适当地选取第 8 ~9 章中的教学内容，建议学时为 48 ~64 学时。数字信号处理是技术性较强的课程，该教材配备了大量的基于 MATLAB 的例题和习题，应充分利用 MATLAB 仿真软件以加深对课程原理与方法的理解。

第 1 章是信号与系统课程、数字信号处理课程之间承上启下的内容，也是后续章节的信号频谱分析和系统设计的理论基础。本章简要总结了离散信号与系统的时域、频域和 $z$ 域分析的主要内容，引入了最小相位系统及全通滤波器的概念，并简要介绍了信号的时域抽样和频域抽样。

第 2 章首先回顾四种信号 Fourier 变换，从信号表达的角度引入了有限长序列的离散 Fourier 变换（DFT），介绍了 DFT 的性质，着重介绍了利用 DFT 分析连续信号频谱的原理和方法，并列举了多个基于 MATLAB 的信号谱分析的例题，力求从数学概念和工程概念阐述分析过程中出现的混叠现象、泄漏现象和栅栏现象。

第 3 章主要介绍了 DFT 的快速算法 FFT，重点分析了基 2 时间抽取 FFT 和基 2 频率抽取 FFT 的算法原理，并介绍了基 4 时间抽取 FFT 算法和线性调频 $z$ 变换算法，为进一步学习信号处理的其他快速算法奠定基础。

第 4 章重点介绍了无限脉冲响应（IIR）数字滤波器设计的基本思想与基本方法，简要介绍了模拟滤波器的设计过程，并阐述了脉冲响应不变法与双线性变换法的特点，给出了多个利用 MATLAB 设计 IIR 数字滤波器的例题。

第 5 章首先讨论了有限脉冲响应（FIR）数字滤波器的时域特性和频域特性，重点介绍了线性相位 FIR 数字滤波器的设计方法，即窗口法和频率取样法，并简单介绍了 FIR 数字滤波器的优化设计方法，给出了利用不同设计方法由 MATLAB 设计 FIR 数字滤波器的例题，分析了不同设计方法中的误差原因，比较了各设计方法的优越性。

第 6 章简要介绍了随机信号的特征描述，重点介绍了经典功率谱估计的基本原理和改进方法，在此基础上，简要介绍了现代功率谱估计的基本原理和基本方法，并给出了利用 MATLAB 进行随机信号功率谱估计的例题。

第 7 章主要介绍了 IIR 和 FIR 数字滤波器的基本结构，并分析了有限字长

对信号处理和系统实现可能产生的影响，利用 MATLAB 讨论了数字滤波器在不同结构下的有限字长效应。

第 8 章简要介绍了多速率信号处理的基本概念，从频域讨论了在离散域实现信号的抽取和内插的基本原理，并简要介绍了多速率信号处理中半带滤波器和两通道滤波器组的基本设计方法。

第 9 章在讨论信号 Fourier 变换的基础上，引入了信号短时 Fourier 变换，根据信号展开的理论引入了信号小波变换，从多分辨分析(MRA)的角度阐述了信号小波变换的数学概念，从滤波器组的角度分析了信号小波变换的物理概念，从信号时频分析的角度展现了信号小波变换的工程概念，并给出了许多基于 MATLAB 的信号小波变换及应用的例题，以加深理解信号小波分析的理论和方法。

本书由陈后金主编，第 1、4、5、8 章由薛健执笔，第 6、7 章由胡健执笔，陈后金执笔第 2、3、9 章，并对全书进行了整理和统稿。郝晓莉提供了部分素材，钱满义和高海林也给予了许多帮助。本书由北京交通大学吴湘淇教授审阅，并提出了许多具体建议，在此深表感谢。

限于编者水平，书中错误及不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者
2004 年 5 月
于北京交通大学电子信息工程学院

# 目　录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

# 第1章

# 离散信号与系统分析

离散时间信号与系统的基本理论是数字信号处理的基础。本章简要介绍离散时间信号的时域描述,以及线性非时变离散时间系统的时域特性。在离散时间信号与系统时域分析的基础上,重点介绍离散时间周期信号的频域分析、离散时间非周期信号的频域分析及线性非时变离散时间系统的频域特性。根据这些基本理论阐述信号的时域抽样与频域抽样的基本内容。此外还介绍离散时间信号的 $z$ 域分析和线性非时变离散时间系统的系统函数,以及最小相位系统与全通系统的基本特性。

## 1.1 离散时间信号

信号可以表示为一个或多个自变量的函数。在信号的分类中,自变量连续变化的信号称为连续时间信号,自变量离散变化的信号称为离散时间信号。离散时间信号通常称为(离散)序列。在通用的计算机或专用的数字信号处理器(Digital Signal Processor,DSP)中,只能用有限位二进制数来表示离散时间信号的幅度,即离散时间信号的幅度值只能取有限个离散值。这类在幅度上只能取有限个离散值的离散时间信号称为数字信号(digital signal)。

离散序列 $x[k]$ 可以用图形来表示,如图 1-1 所示,其中横轴为整数 $k$,纵向线段的长短表示信号幅度的大小。

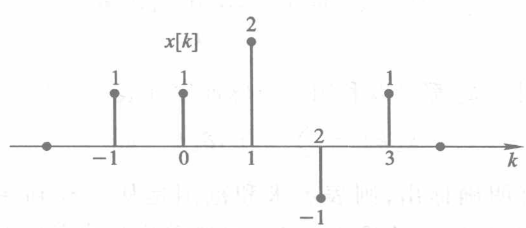



图 1-1 离散序列的图形表示

离散序列 $x[k]$ 也可由矩阵形式表示。图 1－1 所示的离散序列可表示为

$$x[k]=\{1,1,2,-1,1;k=-1,0,1,2,3\}\quad \text{或}\quad x[k]=\{1,\overset{\downarrow}{1},2,-1,1\}$$

上式中的箭头表示序列 $k=0$ 所在位置。若没有特别的说明，约定 $k=0$ 为起点。

离散序列 $x[k]$ 也可以由解析表达式表示，如指数序列

$$x[k]=3\,(2)^{k},\quad k\in\mathbb{Z}$$

式中 $\mathbb{Z}$ 表示整数的集合。

## 1.1.1 常用序列

在分析离散时间信号时，常将复杂的离散时间信号表示为基本离散序列的线性组合，这些基本离散时间信号也是实际应用中的常用序列。因此，基本离散序列在离散时间信号分析中起着非常重要的作用。下面分别介绍这些常用的基本离散序列。

### 1. 单位脉冲序列

单位脉冲序列(unit impulse sequence)定义为

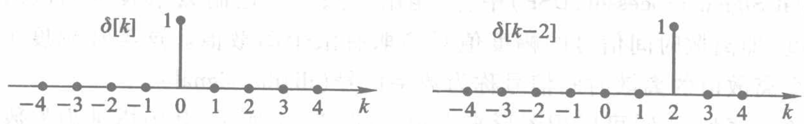
$$\delta[k]=\begin{cases}1, k=0\\0, k\neq 0\end{cases}\tag{1-1}$$

单位脉冲序列 $\delta[k]$ 的波形如图 1－2(a)所示。

位移 $n$ 个样本点的单位脉冲序列定义为

$$\delta[k-n]=\begin{cases}1, k=n\\0, k\neq n\end{cases}$$

图 1－2(b)为序列 $\delta[k-2]$ 的波形。




(a)　　(b)

图 1－2　单位脉冲序列及其位移

(a) $\delta[k]$　(b) $\delta[k-2]$

任意离散序列 $x[k]$ 都可以利用单位脉冲序列表示，即

$$x[k]=\sum_{n}x[n]\delta[k-n]\tag{1-2}$$

若求和上下限没有明确标出，则表示求和范围是从 $-\infty$ 到 $+\infty$。如离散序列 $x[k]=\{1,1,2,-1,1;k=-1,0,1,2,3\}$，可用单位脉冲序列表示为

$$x[k] = \delta[k+1] + \delta[k] + 2\delta[k-1] - \delta[k-2] + \delta[k-3]$$

**2. 单位阶跃序列**

单位阶跃序列(unit step sequence)定义为

$$u[k] = \begin{cases} 1, k \geq 0 \\ 0, k < 0 \end{cases} \tag{1-3}$$

单位阶跃序列 $u[k]$ 的波形如图 1-3 所示。

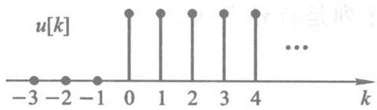



图 1-3 单位阶跃序列

单位阶跃序列 $u[k]$ 与单位脉冲序列 $\delta[k]$ 之间的关系为

$$u[k] = \sum_{n=-\infty}^{k} \delta[n] \tag{1-4}$$

$$\delta[k] = \nabla u[k] = u[k] - u[k-1] \tag{1-5}$$

即单位阶跃序列 $u[k]$ 是单位脉冲序列 $\delta[k]$ 的累加,单位脉冲序列 $\delta[k]$ 是单位阶跃序列 $u[k]$ 的后向差分。序列累加与序列差分是一对逆运算。

**3. 矩形序列**

长度为 $N$ 的矩形序列(rectangle sequence)定义为

$$R_N[k] = \begin{cases} 1, & 0 \leq k \leq N-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{1-6}$$

矩形序列 $R_N[k]$ 的波形如图 1-4 所示。


图 1-4 矩形序列

矩形序列 $R_N[k]$ 可用单位脉冲序列 $\delta[k]$ 或单位阶跃序列 $u[k]$ 表示为

$$R_N[k] = u[k] - u[k-N] = \sum_{n=0}^{N-1} \delta[k-n] \tag{1-7}$$

**4. 指数序列**

指数序列(exponential sequence)定义为

$$x[k] = \alpha^k, \quad k \in \mathbb{Z} \tag{1-8}$$

若序列中的每个样本的幅度绝对值都小于某个有限的正数,则该序列称为

有界序列(bounded sequence),即

$$|x[k]| \leqslant M_x < \infty, \quad k \in \mathbb{Z} \tag{1-9}$$

式中 $M_x$ 是一个与 $k$ 无关的正常数。

由有界序列的定义可知,仅当 $\alpha = \pm 1$ 时,式(1-8)定义的指数序列才是有界序列;当 $\alpha$ 取其他值时,指数序列都是无界序列。

右边指数序列定义为

$$x[k] = \alpha^k u[k] \tag{1-10}$$

当 $|\alpha| \leqslant 1$ 时,右边指数序列是有界序列。

**5. 正弦型序列**

正弦序列定义为

$$x[k] = A\sin(\Omega_0 k + \phi), \quad k \in \mathbb{Z} \tag{1-11}$$

式中 $A$ 是正弦序列的幅度,$\Omega_0$ 是正弦序列的角频率,单位是弧度或弧度/样本,$\phi$ 是正弦序列的初相位。

如果存在一个正整数 $N$,使得

$$x[k] = x[k+N], \quad k \in \mathbb{Z} \tag{1-12}$$

则称序列为周期序列。满足式(1-12)的最小正整数 $N$ 称为序列的基本周期。

若正弦序列是周期序列,则由周期序列的定义有

$$A\sin(\Omega_0 k + \phi) = A\sin(\Omega_0 k + \Omega_0 N + \phi) \tag{1-13}$$

由正弦函数的性质可知,当 $\Omega_0$ 满足

$$\Omega_0 N = 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

时,式(1-13)的等式才成立。因此,正弦序列不一定是周期序列。仅当 $\Omega_0/2\pi$ 为有理数时,正弦序列才是周期序列。由此推出,如果

$$|\Omega_0|/2\pi = m/N \tag{1-14}$$

式中 $N,m$ 是不可约的正整数,则正弦序列的(基本)周期为 $N$。

余弦序列 $x[k] = A\cos(\Omega_0 k + \phi), k \in \mathbb{Z}$ 与正弦序列只相差 90°相位,因而具有相同的特性。正弦序列和余弦序列统称为正弦型序列。

**6. 虚指数序列**

角频率为 $\Omega$ 的虚指数序列定义为

$$x[k] = e^{j\Omega k} = \cos(\Omega k) + j\sin(\Omega k), k \in \mathbb{Z} \tag{1-15}$$

根据 Euler(欧拉)公式,正弦序列和余弦序列可由虚指数序列表示为

$$\cos(\Omega k) = (e^{j\Omega k} + e^{-j\Omega k})/2 \tag{1-16}$$

$$\sin(\Omega k) = (e^{j\Omega k} - e^{-j\Omega k})/(2j) \tag{1-17}$$

由于虚指数序列与正弦型序列可以相互线性表达,因而虚指数序列具有正弦型

序列类似的性质。当 $\Omega/2\pi$ 为有理数时，虚指数序列才是周期序列。角频率 $\Omega$ 相差 $2\pi$ 整数倍的虚指数序列是同一个虚指数序列。

若序列 $x[k]$ 只在 $k$ 的有限范围内有非零值，称为有限长序列，反之称为无限长序列。无限长序列又可分为双边序列、左边序列、右边序列。若无限长序列 $x[k]$ 的非 0 值范围位于区间 $(-\infty,+\infty)$，则称序列 $x[k]$ 为双边序列；若无限长序列 $x[k]$ 的非 0 值范围位于区间 $(-\infty,k_1]$，则称序列 $x[k]$ 为左边序列；若无限长序列 $x[k]$ 的非 0 值范围位于区间 $[k_2,+\infty)$，则称序列 $x[k]$ 为右边序列。此外，序列可以分为因果序列与非因果序列，若序列 $x[k]$ 在 $k<0$ 时，$x[k]=0$，则称序列 $x[k]$ 为因果序列，反之称为非因果序列。

## 1.1.2 序列的卷积与相关运算

序列存在许多基本运算，如序列的翻转、位移、差分、累加、抽取、内插、相加、相乘、卷积、相关等，根据基本序列及序列的基本运算可以表示复杂信号。在序列的基本运算中，序列的卷积与相关运算比较重要。序列的卷积运算是离散线性非时变系统响应时域分析的核心，而序列的相关运算在信号检测和谱分析等方面得到广泛应用。

**1. 序列卷积运算**

两个序列的卷积(convolution)定义为

$$y[k]=x_1[k]*x_2[k]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_1[n]x_2[k-n] \qquad (1-18)$$

两个序列的卷积得到的仍是一个序列。序列的卷积包含序列的翻转、位移、乘积及求和运算。序列的卷积运算具有下列基本特性：

交换律(commutative property)

$$x_1[k]*x_2[k]=x_2[k]*x_1[k]$$

结合律(associative property)

$$(x_1[k]*x_2[k])*x_3[k]=x_1[k]*(x_2[k]*x_3[k])$$

分配律(distributive property)

$$x_1[k]*(x_2[k]+x_3[k])=x_1[k]*x_2[k]+x_1[k]*x_3[k]$$

位移特性

$$x[k]*\delta[k-m]=x[k-m]$$

**例 1-1** 已知 $x[k]=\{-0.5,0,0.5,1;k=-1,0,1,2\}$，$h[k]=\{1,1,1;k=-2,-1,0\}$，试计算 $y[k]=x[k]*h[k]$。

**解：**将 $h[k]$ 用单位脉冲序列的线性组合表示为

$$h[k]=\delta[k+2]+\delta[k+1]+\delta[k]$$

利用位移特性,可得

$$\begin{aligned} y[k] &= x[k] * h[k] = x[k] * \{\delta[k+2] + \delta[k+1] + \delta[k]\} \\ &= x[k+2] + x[k+1] + x[k] \\ &= \{-0.5, -0.5, 0, 1.5, 1.5, 1; k = -3, -2, -1, 0, 1, 2\} \end{aligned}$$

若有限序列 $x[k]$ 的非 0 范围为 $N_1 \leqslant k \leqslant N_2$,序列长度为 $L_1 = N_2 - N_1 + 1$;有限序列 $h[k]$ 的非 0 范围为 $N_3 \leqslant k \leqslant N_4$,序列长度为 $L_2 = N_4 - N_3 + 1$。则序列 $x[k]$ 与 $h[k]$ 的卷积 $y[k]$ 的非 0 范围为 $N_1 + N_3 \leqslant k \leqslant N_2 + N_4$,序列长度为 $L = L_1 + L_2 - 1$。即卷积 $y[k]$ 非 0 范围的起点等于序列 $x[k]$ 与 $h[k]$ 的起点之和,终点等于序列 $x[k]$ 与 $h[k]$ 的终点之和,$y[k]$ 的长度等于序列 $x[k]$ 与 $h[k]$ 的长度之和减 1。可以证明,此结论在一般情况下成立。

**2. 序列相关运算**

两个能量有限的实序列 $x[k]$ 与 $y[k]$ 的互相关(correlation)运算定义为

$$r_{xy}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y[k+n] \tag{1-19}$$

两个序列的相关得到的仍是一个序列。式(1-19)表示互相关函数 $r_{xy}[n]$ 在 $n$ 时的值等于序列 $x[k]$ 与序列 $y[k]$ 左移 $n$ 个样本后相乘,再求和的结果。序列互相关运算与序列卷积运算类似,但没有卷积运算中的序列翻转过程。

互相关运算也可等价地写为

$$r_{xy}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k-n]y[k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[-(n-k)]y[k]$$

所以可以利用卷积运算表示互相关运算为

$$r_{xy}[n] = x[-n] * y[n] \tag{1-20}$$

在式(1-19)中,若 $y[k] = x[k]$,则可得序列 $x[k]$ 的自相关函数 $r_x[n]$ 为

$$r_x[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[k]x[k+n] \tag{1-21}$$

序列的相关运算具有下列基本特性:

自相关函数 $r_x[n]$ 为偶对称序列

$$r_x[-n] = r_x[n]$$

自相关函数 $r_x[n]$ 在 $n=0$ 处的数值 $r_x[0]$ 最大

$$r_x[0] \geqslant |r_x[n]|, \quad n \neq 0$$

互相关函数 $r_{xy}[n]$ 与 $r_{yx}[n]$ 互为其翻转序列

$$r_{xy}[n] = r_{yx}[-n]$$

**例 1-2** 已知 $x[k] = \{2, 1, -2, 1; k = 0, 1, 2, 3\}$,$y[k] = \{-1, 2, 1, -1; k = 0, 1, 2, 3\}$,试计算序列 $x[k]$ 与 $y[k]$ 的互相关函数 $r_{xy}[n]$ 和 $r_{yx}[n]$,以及序列

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com