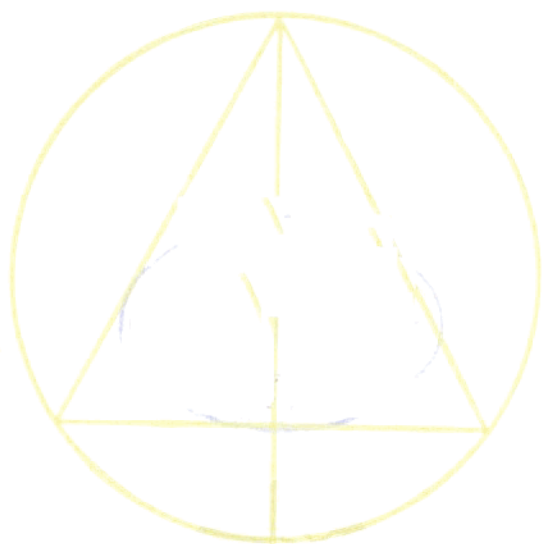


初中三年

数学练习



SHUXUE LIANXI

初 中 三 年

数 学 练 习

东 北 师 大 附 中

孙 海 正 谢 再 皋
于 永 泉 于 彦 文 編

吉 林 人 民 出 版 社

初 中 三 年
数 学 练 习

东北师大附中
孙海正 谢再皋 编
于永泉 于彦文

*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行
吉林市印刷厂印刷

*

787×1092毫米32开本 6印张
1981年5月第1版 1981年5月第1次印刷
印数：1—129,910册
统一书号：7091·1208 定价：0.36元

内 容 提 要

本练习题是根据全日制十年制学校初中数学课本第五册、第六册的内容编写的。这本书包括直角坐标系、解三角形、圆、函数及其图象、直线和圆的方程等方面的练习题。本书配备的习题一是较课本习题多，有选择余地；二是补充了一些类型题。本书注重基础知识的训练和运用，紧密与课堂教学相配合，适于初中三年级学生使用，也可供中学数学教师参考。

目 录

第一章 直角坐标系

习题一..... 1

复习题一..... 6

第二章 解三角形

一、三角函数

习题二..... 12

二、解直角三角形

习题三..... 20

三、解斜三角形

习题四..... 26

复习题二..... 34

第三章 圆

一、圆的基本性质

习题五..... 39

二、直线和圆的位置关系

习题六..... 47

三、圆和圆的位置关系

习题七..... 55

四、正多边形和圆

习题八..... 59

五、点的轨迹

习题九..... 62

复习题三..... 66

第四章 函数及其图象

一、函数

习题一..... 77

二、正比例函数和反比例函数

习题二..... 79

三、一次函数的图象和性质

习题三..... 82

四、二次函数的图象和性质

习题四..... 85

五、一元一次不等式组 and 一元二次不等式

习题五..... 89

复习题四..... 92

第五章 直线和圆的方程

一、直线的方程

习题六..... 98

二、两条直线的位置关系

习题七..... 100

三、圆的方程

习题八..... 102

复习题五..... 104

总复习参考题..... 108

习题答案与提示..... 117

第一章 直角坐标系

(直角坐标系、两点间的距离、定比分点)

习 题 一

- 1 描出横坐标分别等于 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, 而纵坐标由方程: $2y = x$ 决定的点, 并把各点依次连结起来.
- 2 描出纵坐标分别等于 $-2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 2$, 而横坐标由方程: $x = y^2$ 决定的点, 并用光滑的曲线依次把各点连结起来.
- 3 如图1·1, $OA = 4, OB = 3$, $\angle X'OA = 45^\circ, \angle X'OB = 30^\circ$, 求A点和B点的坐标.
- 4 怎样由给出的两个点的坐标 $A(a, b), B(c, d)$, 去判断这两个点是否关于 x 轴、 y 轴及原点对称的.
- 5 已知点 $A(-4, 3)$, 求A点关于两坐标轴交角平分线对称点的坐标.
- 6 一点 $A(a, b)$, 关于两坐标轴交角平分线对称的点为 A_1 和 A_2 , 写出点 A_1 和 A_2 的坐标并指出 A_1 和 A_2 这两点的位置关系.

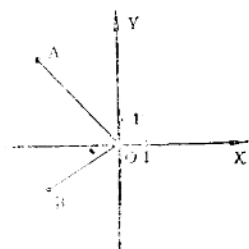


图 1·1

- 7 一条直线在 X 轴的上方与 X 轴平行, 距离 X 轴 3 个单位, 一点 $A(-2, 4)$, 求 A 点关于这条直线对称点的坐标.
- 8 一条直线在 y 轴左边与 y 轴平行, 距离 y 轴 2 个单位, 一点 $A(a, b)$, ($a \neq -2$), 求 A 点关于这条直线对称点的坐标.
- 9 直线 m 平行 x 轴, 直线 n 平行于 y 轴, 点 A, B 在 m 上, 点 C, D 在 n 上, 若这四点的坐标分别为 $(X_A, Y_A), (X_B, Y_B), (X_C, Y_C), (X_D, Y_D)$, 求: $AB, CD, |AB|, |CD|$.
- 10 $\triangle ABC$ 的三顶点 A, B, C , 试由下述条件判断 $\triangle ABC$ 的形状:
 - (1) $A(-a, b), B(2a, b), C(\frac{a}{2}, a)$;
 - (2) $A(-a, b), B(2a, b), C(-a, a)$;
 - (3) $A(-a, b), B(2a, b), C(\frac{a}{2}, \frac{3a+2b}{2})$.
- 11 在第一, 第三象限交角平分线上求一点, 使它到点 $(-1, 3)$ 的距离等于 4.
- 12 在第二, 第四象限交角平分线上求一点, 使它到点 $(3, 4)$ 和点 $(-6, 5)$ 的距离相等.
- 13 在 y 轴上求一点, 使它到点 $(-4, 3)$ 的距离是它到点 $(2, 6)$ 的距离的二倍.
- 14 建立适当的坐标系证明: 矩形的两条对角线相等.
- 15 建立适当的坐标系证明: 对角线互相垂直平分的四边形是菱形.
- 16 建立适当的坐标系证明:

- (1) 三角形的中位线平行于底边且等于底边的一半;
 (2) 梯形的中位线平行两底且等于两底和的一半.

17 建立适当的坐标系证明: 菱形各边的中点是矩形的四个顶点.

18 已知线段 AB 的长 $|AB| = 10$, 求 P 点分线段 AB 的比 λ 的值

- (1) $|AP| = 4$, P 点在线段 AB 上;
 (2) $|BP| = 2$, P 点在线段 AB 的延长线上;
 (3) $|AP| = 20$, P 点在线段 BA 的延长线上.

※ ※ ※

19 已知点 $M(x, y)$, 根据所给出坐标 x, y 的关系式确定 M 点的位置并画出图形:

- (1) $y = x$; (2) $y = -x$;
 (3) $y = |x|$; (4) $y^2 = x^2$;
 (5) $x^2 + y^2 = 0$; (6) $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = 1$;
 (7) $xy = 0$; (8) $x = 5$;
 (9) $y = -2$; (10) $|x| = 2$.

20 直角坐标系内有一边长为 1 的正方形 $ABCD$, AB 边平行于 x 轴, AD 边平行于 y 轴, 根据以下条件求各顶点的坐标:

- (1) 正方形中心在坐标原点, A 点在第三象限;
 (2) A 点的坐标为 $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$, 坐标原点在正方形的内部;
 (3) A 点和 C 点的坐标分别为 $(2, 1), (3, 2)$;
 (4) A 点和 B 点的坐标分别为 $(2, 1), (3, 1)$;
 (5) AD, AB 与轴的交点坐标分别为 $(-\frac{1}{4}, 0), (0, \frac{1}{4})$.

- 21 如图1·2, 正方形 $ABCD$, 边长 $AB = 1$ 且 AB 与 x 轴平行, 其面积的比 $S_1:S_2:S_3 = 1:2:4$, 求: A, B, C, D 的坐标.

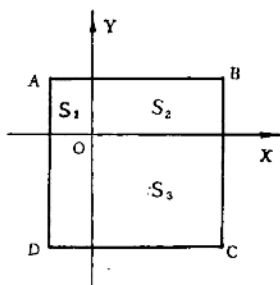


图 1·2

- 22 正六边形边长为 a , 中心在坐标原点上, 有两个顶点在 x 轴上, 求各顶点的坐标.

- 23 正六边形 $ABCDEF$, (如图 1·3), 中心在坐标原点上, 有两个顶点在第一、三象限角的平分线上, A 点的坐标为 $(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4})$, 求: 其余

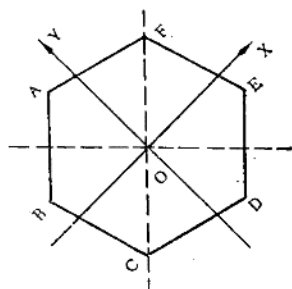


图 1·3

各顶点的坐标.

- 24 菱形的三个顶点的坐标

分别为 $(0, 0), (a, 0), (\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}a)$, 求它的第四个顶点的坐标.

- 25 平行四边形三个顶点的坐标分别为 $(a, b), (c, d), (e, f)$, 求它的第四个顶点的坐标.

- 26 正三角形 ABC , $A(a, b), B(c, b)$, 求 C 点的坐标.

- 27 平行四边形 $ABCD$ 对角线交点为 E , 已知 $A(2, -3), B(3, 6), E(5, 1)$, 求: C, D 的坐标.

- 28 $\triangle ABC$, 三边中点 $D(1, 6), E(0, 1), F(-9, 4)$, 三

中线为 AD , BE , CF ,

(1) 求三顶点 A, B, C 的坐标;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的重心 G 的坐标.

29 已知: $A(-1, -6)$, $B(3, 0)$, 在直线 AB 上求一点 P , 使
 $|AP| = \frac{1}{3}|AB|$.

30 已知: B 点分线段 AC 的比 $\lambda = \frac{3}{5}$, 求:

(1) B 点分线段 CA 的比 λ_1 ;

(2) A 点分线段 BC 的比 λ_2 ;

(3) A 点分线段 CB 的比 λ_3 ;

(4) C 点分线段 AB 的比 λ_4 ;

(5) C 点分线段 BA 的比 λ_5 .

31 线段 AB , $A(2, 1)$, $B(3, 5)$, $\frac{AP}{PB} = -\frac{3}{2}$, 求 P 点的坐标, 画图表示 P 点的位置.

32 正六边形 $ABCDEF$, $A(0, 0)$, $B(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, 求中心 O 及顶点 D, E 的坐标.

33 一条长为 l 的棒 AB , 两端点分别在二坐标轴上滑动, 一个端点 A 的坐标为 $(a, 0)$, 求:

(1) B 点的坐标;

(2) AB 的中点 M 的坐标;

(3) $|AP| = \frac{1}{3}|PB|$, 求 P 点坐标;

(4) 设 M 点的坐标为 (x, y) , 求证: $x^2 + y^2 = (\frac{l}{2})^2$.

复 习 题 一

- 1 坐标平面内两个点 A, B , 位置如图1·4所示, 根据所给出的这两个点的坐标, 分别画出直角坐标系的坐标轴和坐标原点:

(1) $A(1, 3), B(4, 3);$ $A \cdot B$

(2) $A(2, -3), B(-1, -3);$

(3) $A(-1, 3), B(2, 3);$

(4) $A(-1, -3), B(2, -3).$ 图 1·4

- 2 在坐标平面内, 画图说明符合下列条件的点 $M(x, y)$ 所在的位置;

(1) $x \geq 0;$ (2) $x < 0;$ (3) $y > 0;$

(4) $y \leq 0;$ (5) $xy > 0;$ (6) $\frac{x}{y} \leq 0;$

(7) $|x| \leq 1;$ (8) $|y| > 1;$ (9) $x > y;$

(10) $y > -x;$ (11) $|x| > |y|;$ (12) $|x| \leq |y|.$

- 3 正三角形 ABC , 边长为 $2\sqrt{3}$, 若 $A(0, y), B(x, y), C(z, 5)$, 求: x, y, z .

- 4 菱形 $ABCD$, 对角线 $AC \parallel x$ 轴, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 求 C, D 的坐标.

- 5 直线 l 上顺次四点 $A, P, B, Q, A(-3, -8), B(3, -2), P(1, 6)$, 并且 $|AP| : |PB| = |AQ| : |QB|$, 求 P, Q 的坐标.

- 6 直线 AB 上一点 $P, \frac{AP}{PB} = \lambda$, 建立适当的坐标系证明:

(1) 当 $\lambda > 0$ 时, P 在线段 AB 上;

(2) 当 $-1 < \lambda < 0$ 时, P 在 BA 的延长线上;

(3) 当 $\lambda < -1$ 时, P 在 AB 的延长线上.

并且指出当 $\lambda = 0, 1, -1$ 时 A, B, P 三点的位置关系.

7 利用两点间的距离公式证明不等式:

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \leq \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

(其中: x_1, x_2, y_1, y_2 是实数).

8 等腰 $\triangle ABC$, 底边上一点 P , 求证:

$$AB^2 - AP^2 = BP \cdot PC.$$

9 正六边形相邻二顶点的坐标为 $(2, 0), (5, 3\sqrt{3})$, 求这正六边形中心的坐标.

10 求和三点 $A(2, -3), B(3, -2), C(-2, 1)$, 等距离的点的坐标.

11 直线 $l \parallel x$ 轴并且和 x 轴的距离为 3 个单位, 直线 $m \parallel y$ 轴并且和 y 轴的距离为 2 个单位, 线段 AB 的两端点 A, B 分别在 l 上和 m 上, AB 中点的坐标为 $(3, 1)$, 求 A, B 两点的坐标.

12 已知 $A(2, 3), B(8, 4)$, 若 $AP : PB = PB : AB$, (P 是线段 AB 上的点) 求 P 点的坐标.

13 已知 $A(12, 8), B(3, 4)$, 在直线 AB 上求一点 P , 使 $|AP| = 2|BP|$.

14 $\triangle ABC$, 三顶点的坐标分别为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$, 其重心 $G(x, y)$, 求证:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}.$$

15 求以下形状的匀质铁板重心的位置 (铁板的厚度不计):

(1) 三边的长为 $5\text{ cm}, 5\text{ cm}, 8\text{ cm}$ 的三角形;

(2) 二底边长为 $3\text{ cm}, 6\text{ cm}$, 高为 9 cm 的等腰梯形.

- 16 (1) 用细铁丝围成顶点的坐标分别为 $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(6, 8)$ 的三角形, 求这三角形重心的坐标.

(2) 用细铁丝围成的三角形的三边长分别为 5 cm , 5 cm , 8 cm , 试确定其重心的位置.

- 17 分别据下述条件确定点 $M(x, y)$ 的二坐标 x, y 满足的关系式:

(1) $A(1, 2)$, $B(-3, 1)$, $|AM| = |BM|$,

(2) $A(-4, -3)$, $|MA| = 5$;

(3) 如图 1.5, 直线 l 过点 $(-1, 0)$ 与 x 轴垂直, 点 F 的坐标为 $(1, 0)$, 且 $|MF| = |MQ|$.

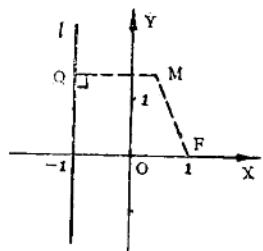


图 1.5

- 18 选取适当的坐标系证明: 平行四边形二对角线的平方和等于四条边的平方和.
- 19 用解析法证明, $\triangle ABC$, AD 为 BC 边上的中线,

$$\text{求证: } AD = \frac{1}{2} \sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}.$$

※ ※ ※

- 20 x 为实数, 求以下各式的值:

(1) $|x+1| - |x-1|$;

(2) $\frac{|x-3|}{x-3}$; (3) $\frac{|x+3|}{x+3} + \frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$.

- 21 因式分解:

(1) $a^8 - 27b^8$;

(2) $x^2 - xy - 2y^2 + 3x - 3y + 2$;

$$(3) x^2(a+b) + a^2(b+x) + b^2(x+a) + 3abx;$$

$$(4) 6x^3 - x^2 + 8x + 3;$$

$$(5) (x^2 + 3x - 3)(x^2 + 3x + 4) - 8;$$

$$(6) x^4 + x^2y^2 + y^4;$$

$$(7) x^4 + y^4 + (x+y)^4.$$

22 化简:

$$(1) \frac{b^2}{(c+a)b - b^2 - ac} + \frac{c^2}{(a+b)c - c^2 - ab} \\ + \frac{a^2}{(b+c)a - a^2 - bc};$$

$$(2) \frac{3 + \sqrt{10}}{3 - \sqrt{10}} + \frac{37(\sqrt{45} + \sqrt{8})}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}.$$

23 $x = \frac{2a}{a^2 + 1}$ 求:

$$\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \text{ 的值.}$$

24 若 a, b, c 为正数且 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$, 求证: $a = b = c$.

25 解以下方程:

$$(1) \frac{3x}{x-1} + \frac{x}{x-3} + 1 = \frac{2x}{x^2 - 4x + 3};$$

$$(2) 2x^2 + 3\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 6x - 1;$$

$$(3) a^2(x-1) = 3(3x-a) \quad a \text{ 为已知数.}$$

26 解以下方程组:

$$(1) \begin{cases} x^2 + y^2 - xy + 3x + 3y = 12, \\ 3xy - x - y = 3, \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x^2 - xy + y^2 = 5, \\ x^2 + 2xy - 3y^2 = -7, \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x^2 - xy + y^2 - 3y + 2 = 0, \\ 6x^2 - 3xy - y^2 - y + 6 = 0, \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} xy - 3y + 1 = 0, \\ x^2 - 6y + 2 = 0, \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x^2 + xy + x = 1, \\ xy + y^2 + y = 1. \end{cases}$$

27 二次方程: $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m+1 = 0$ 的二根都是正数, 求 m 的范围.

28 解以下不等式:

$$(1) |x-2| < 7; \quad (2) 5|3x+1| - 15 > 0;$$

$$(3) x > \frac{1}{x}; \quad (4) \frac{1}{2} \leq \frac{a+1}{a-1} \leq 1.$$

29 a, b 为正数, 求证:

$$(1) (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4;$$

$$(2) a+b+1 \geq \sqrt{2}(\sqrt{a} + \sqrt{b}).$$

30 x, y, a, b, c, d 为正数, 且 $x^2 = a^2 + b^2$, $y^2 = c^2 + d^2$, 求证: $xy \geq \sqrt{ac+bd}$.

31 已知 $\log_{33} 99 = a$, $\log_{22} 44 = b$, 求: $\log_{11} 6$ 的值.

32 已知: $\lg 2 = 0.30$, 试估出 2^{84} 这个大数的整数位数.

33 计算:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{a^4}} \div (a^8)^{\frac{1}{6}} + \frac{(a - a^{-1})(a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}})}{a^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{2}{3}} + 1}.$$

34 若 $8^a = 9^b = 6^c$, 求证: $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = \frac{6}{c}$.

- 35 某种产品的产量每年按一固定的百分数增长,五年后产量增长30%,问大约几年后增长一倍 ($\lg 2 = 0.30, \lg 1.3 = 0.12$).

36 比较大小: $\log_{16} 81, \log_{81} 625, \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2} \log_2 9 - 1}$.

- 37 求 x :

(1) $2(4^x + 4^{-x}) - 3(2^x + 2^{-x}) - 1 = 0$,

(2) $3 \cdot 2^{x+2} + 2 \cdot 4^x = 80$.

- 38 求 x :

$\log_2(x-3) = \log_4(x-1)$.

39 $(\log_3 x)^2 - \log_3 x^2 - 2 = 0$, 求 x .

- 40 $\triangle ABC$, AC 上一点 D , 延长 CB 到 E , 使 $BE = AD$, 连结 DE 为 AB 交于 F , 求证: $AC \cdot DF = BC \cdot EF$.

- 41 $\triangle ABC$, $BC = a$, 高 $AD = h$, 其内接正方形 $EFGH$ (如图 1.6), 求正方形的边长.

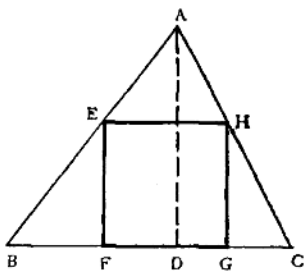


图 1.6

- 42 梯形 $ABCD$, $AB \parallel CD$, 腰 AD 的中点为 M , 求证: $\triangle CMB$ 的面积等于梯形面积的一半.

- 43 四边形 $ABCD$, AB 上两点 E, F , CD 上两点 G, H , 且 $AE = EF = FB$, $CG = GH = HD$, 求证: 四边形 $EFGH$ 的面积等于四边形 $ABCD$ 的面积三分之一.

- 44 $\triangle ABC$, 在 BC 上取一点 P , 在 CA 上取一点 Q , 使 $BP:PC = 2:5$, $CQ:QA = 3:4$, 设 AP, BQ 交于 R , 求: $AR:RP$ 的值.

第二章 解三角形

一、三角函数

习 题 二

- 1 角 α 的顶点在坐标原点上, α 角的始边为 x 轴的正方向, 其终边分别经过以下各点, 求 α 角的四个三角函数 (即 $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$) 的值:

- (1) (18, 24); (2) (14, 48);
(3) (18, 80); (4) (16, 63);
(5) $(2\sqrt{3}, \sqrt{13})$; (6) $(10\sqrt{5}, 10\sqrt{5})$.

- 2 求下列各式的值:

- (1) $\sin 30^\circ \cos 45^\circ - \cos 30^\circ \sin 45^\circ$;
(2) $2\sin 30^\circ \cos 30^\circ$;
(3) $1 - 2\sin^2 45^\circ$;
(4) $\cos^2 60^\circ - \sin^2 60^\circ$;
(5) $\frac{2\operatorname{tg} 30^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 30^\circ}$; (6) $\sqrt{\frac{1 - \cos 45^\circ}{1 + \cos 45^\circ}}$;
(7) $2\sin^2 60^\circ - 12\sin 60^\circ \cos 60^\circ + 9\cos^2 60^\circ$;
(8) $\frac{\operatorname{ctg}^2 60^\circ - \operatorname{tg}^2 45^\circ}{\operatorname{ctg} 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ}$.

- 3 利用特殊角的三角函数值改写下列各式:

- (1) 把 $\frac{1 + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\beta}$ 改写成 $\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$ 的形式;