

20世纪
科普经典
特藏

中译本

aha! 啊哈!

原来如此

Aha! Gotcha

〔美〕马丁·伽德纳 著
李建臣 刘正新 译

$$9+8+9+4+6+0=36$$

$$3+6=9$$



科学出版社

www.sciencep.com

中译本

20世纪
科普经典
特藏

Aha! Gotcha

啊哈！ 原来如此

〔美〕马丁·伽德纳 著

李建臣 刘正新 译

科学出版社

北京

图字：01-2008-0262 号

First published in the United States under the title

“Aha Insight Aha Gotcha”

© 2006 by Martin Gardner for the Mathematical Association of America

Washington, D. C.

图书在版编目(CIP)数据

啊哈！原来如此 / (美) 伽德纳 (Gardner, M) 著；李建臣，刘正新译。
—北京：科学出版社，2008

(20 世纪科普经典特藏)

ISBN 978-7-03-022803-1

I. 啊… II. ①伽… ②李… ③刘… III. 数学-普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 124238 号

责任编辑：胡升华 郝建华

责任印制：钱玉芬 / 封面设计：黄华斌

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 9 月第 一 版 开本：B5 (720 × 1000)

2008 年 9 月第一次印刷 印张：12

印数：1—6 000

字数：245 000

定价：28.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈科印〉)

译者前言

本书作者马丁·伽德纳是一位享誉世界的趣味数学大师。他1914年生于美国俄克拉荷马州，中学时代就对数学产生了浓厚的兴趣，大学时代专攻哲学，奠定了他长于推理和思辩的思维特质。1936年芝加哥大学毕业后从事5年新闻工作，炼就了出色的观察能力、概括能力和语言表达能力，为其后一生的创作生涯打下了坚实的基础。1941年应征入伍服役4年，退伍后多数时间作为自由撰稿人以写作维持生计。1956年，美国著名科普杂志《科学美国人》开设“数学游戏”专栏，并力邀马丁·伽德纳主持这个专栏，于是马丁·伽德纳开始了在趣味数学园地的耕耘，不料这竟成了他的终生事业。他几乎是每月一篇，一口气为这个专栏写了25年。撰写的内容涵盖数论、几何、逻辑、排列组合、运筹、拓扑、统计、概率、悖论等各数学分支。下至数学基础知识、上至数学前沿最新成果他都有所涉及。因此许多大数学家都给予他高度评价。美国数学会也为他在数学传播中的突出贡献而颁发了最高荣誉奖。结集出版的趣味数学科普作品十几本，文字数以百万计，有的被译成法文、德文、俄文、日文等多种外国文字。

中国科普界对这位趣味数学大师非常熟悉。自1981年他的代表作《啊哈！灵机一动》首度在中国亮相，马丁·伽德纳的名字便进入了中国知识界的视野，他高超的写作水平很快为中国读者所认可，随后他的其他作品也被陆续介绍到中国。

马丁·伽德纳的表达方式独特而富于技巧。他往往从人们生活中习以为常的普通现象入手，用生动活泼诙谐幽默的语言，寥寥数语就把一个深奥数学问题的灵魂抽了出来，与大家把玩。读着他的作品，我们仿佛在欣赏一个熟练的艺人在耍弄他的道具，炉火纯青，令人瞠目。当然马丁·伽德纳不是要把式艺人，而是因其巨大的精神创造成就为全世界读者所崇敬的科普巨匠。大师

之所以是大师，就在于你感觉不出他是大师，只是一个诙谐睿智、偶尔又带几分顽皮的老头儿在与你做游戏。你只感觉到他的作品如潺潺溪水清新欢畅，丝毫没有斧凿之痕，这种感觉当然源自他深刻的思想、高超的智慧和优美的文笔。在他的笔下，我们发现数学不是供奉在庙堂里的冰冷泥像令我们望而却步，也不只是那些戴着深度眼镜、走路撞电线杆上的人才能琢磨的事，原来数学就在我们身边，数学会给我们带来许多快乐和超越自我智慧的成就感。

1981年，67岁的马丁·伽德纳退休了，然而他依然笔耕不辍勤奋创作，并于一年后完成了这本《啊哈！灵机一动》的姊妹篇——《啊哈！原来如此》。本书从逻辑、数、几何、概率、统计、时间等6个方面探讨了悖论的产生过程和解读角度，书中蕴涵着深刻的智慧和哲理。马丁·伽德纳自己非常推崇此书，把它视作自己写得最好的作品之一。我们在翻译过程中亦有同感。但是由于种种原因，这部作品鲜为中国读者所知，现在是首次译介到国内。这里首先应该感谢的是科学出版社本书策划胡升华、郝建华两位同志，是他们慧眼识珠，在茫茫书海中找到了这部作品，并且经过艰苦努力获得了中文版的授权，使这部优秀的趣味数学科普作品能够同我国读者见面。在翻译过程中，我们还得到了中国科学院胡作玄教授、中国机械科学研究院范政文同志的支持和帮助，在此一并表示衷心感谢。

马丁·伽德纳是一个老寿星，虽然94岁高龄，但思维清晰，身体健康。得知《啊哈！原来如此》中文版即将面世，老人十分高兴，通过越洋电话表达了自己欣喜之情。在此，我们愿以此书的出版来祝福马丁·伽德纳先生健康长寿！

李建臣 刘正新

2008年8月18日

前言

这些经典悖论耐人寻味，足以让啤酒屋里的傻小子们痴迷忘返。

戴斯迪蒙那

《奥赛罗》第一场第1幕

如果要对本书的内容做一个恰如其分的描述，只需把戴斯迪蒙那这句话稍做修改：“经典悖论固然耐人寻味，现代悖论同样妙趣无穷。悖论的魅力就体现在我们茶余饭后苦思顿悟的会心微笑中。”“悖论”一词有多种含义，本书中的“悖论”指的是广义的、与一般道理或直觉相矛盾的意思，有时候一种蓦然发现陷入矛盾之中的感觉会不自觉地激起你的惊奇和探求欲。这里提到的“悖论”主要包括以下四类：

1. 有些说法看起来是错误的，其实是正确的。
2. 有些说法看起来是正确的，其实是错误的。
3. 一个推理过程看似无懈可击，却推出了矛盾的结论（这种悖论通常被称为“谬误推理”）。
4. 有些说法无法确定其正误。

数学中的悖论——如自然科学中的悖论，其中蕴涵着深刻的人类智慧的光芒，这种智慧的深刻远不是一个玩笑或一个脑筋急转弯堪与比拟的。例如，古希腊学者无论怎样把刻度尺的标记精确化，也不能准确测量出正方形对角线的长度，这就是一个非常让人困惑的悖论。这种困惑推动人类开启了无理数理论的广阔研究领域。对于19世纪的数学家来说，最不可思议的是一个无限的集合中所有的元素都能和它的某个子集中的某个元素一一对应，而元素不能形成一一对应关系的两个无限集合也有可能是存在的。这些悖论催生了现代集合理论的产生和发展，而现代集合理论的出现反过来又对科学哲学产生了巨大影响。

悖论使我们受益匪浅。面对精彩的魔术表演，我们总是想立刻知

道这些奇妙的魔术是怎样变出来的，可是魔术师守口如瓶，从来不会泄漏魔术表演的秘密。但数学家不是这样。数学家会对妙趣无穷的悖论进行详尽的阐明。一直以来，我都在尽最大努力、用最简洁通俗的语言来诠释和解析悖论以及它的矛盾形成原理。如果本书能够激发你继续阅读相关的书籍或文章，那么你将不仅学到大量的科学知识，而且一定会在学习的过程中得到乐趣。在本书的后面还列出了一些比较通俗易懂的相关书籍的目录供你参考。

马丁·伽德纳

1981 年 11 月

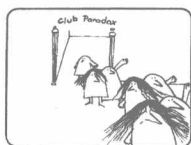
目 录

译者前言	i
------------	---

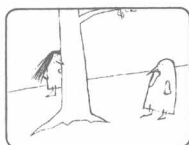
前言	iii
----------	-----



1 逻辑	1
说谎者悖论	4
圆形小徽章和涂鸦	6
句子及其反义句	9
疯狂的电脑	10
无穷的回溯	11
柏拉图—苏格拉底悖论	13
艾丽丝和瑞德国王	14
鳄鱼和婴儿	16
堂·吉珂德悖论	17
理发师悖论	18
算命先生、机器人和索引目录	19
有趣与乏味	21
语义学和集合论	23
元语言	23
类型论	25
斯瓦密的预言	26
没有料到的老虎	28
纽康门悖论	30

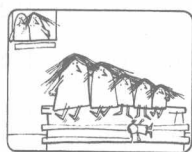


2 数	33
6 把椅子的谜题	35
难以确定的利润	37
人口爆炸	39
无处不在的“9”	40
困惑的汽车司机	43
丢失的美元	46
魔幻矩阵	48
古怪的遗嘱	51
惊人的码	53
无穷大旅店	56
阿列夫阶梯	58

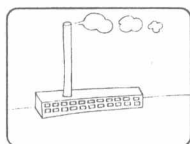


3 几何学	61
绕着追女孩	64
月亮之大谜题	65
镜子魔术	68
立方体和女士们	71
兰迪的不同寻常的小地毯	72
消失的小妖精	76
银行大骗局	79
油炸圈饼图形内外表面的神奇变幻	80
令人困惑的辫子	82
不可绕开的点	84
不可能的对象	86
病态曲线	87
未知的宇宙	89

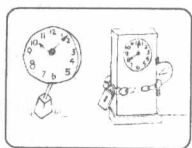
反物质	93
-----------	----



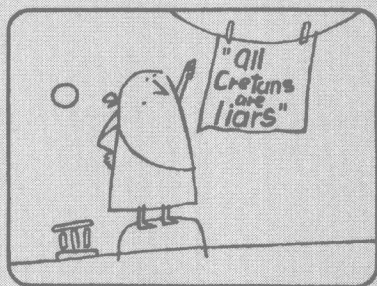
4 概率	95
赌徒的错误想法	98
四只小猫	101
三牌骗局	105
电梯悖论	108
困惑的女友	110
三壳游戏	112
鸟笼赌博	114
令人费解的鹦鹉	116
钱包游戏	119
无差别原理	120
帕斯卡的赌注	123



5 统计	125
有欺骗性的“平均值”	128
年度母亲	131
跳到结论	133
小世界悖论	135
你是什么星座的?	137
π 的模式	139
JASON 和太阳 (SUN)	140
疯狂的成簇	141
令人吃惊的纸牌戏法	143
投票悖论	145
“孤独心”小姐	147
亨普尔的乌鸦	151



古德曼的“绿蓝”	153
6 时间	155
卡洛尔的怪钟	158
令人困惑的轮子	159
失望的滑雪者	160
芝诺的悖论	161
橡皮绳	164
超级任务	166
玛丽、汤姆和菲多	168
时光能否倒流？	171
时间机器	173
快子电话	174
并行世界	176
时间延迟	178
命运、机遇和自由意志	180



① 逻辑

关于说真话者、说谎者、
鳄鱼以及理发师的悖论

不只是数学，包括很多演绎推理，都必须考虑到逻辑的不可或缺性。我们常常惊异地发现逻辑就是那些充满迷惑性的、看似没有缺陷但却是矛盾的辩论。这种辩论就比如：假定 $2 + 2 = 4$ ，然后我们去同样充分地证明出 $2 + 2$ 不等于 4，那么到底是怎么回事呢？是不是致命性的缺陷就隐藏在我们推理思考的过程中呢？

现代逻辑和集合理论的巨大进步就是解答经典悖论案例的直接结果。伯特兰·罗素 (Bertrand Russell) 历尽艰辛长年研究这些经典案例，然后才和怀特霍德 (Alfred North Whitehead) 共同完成巨著《数学原理》。此书为现代逻辑和数学奠定了统一基础，是一部里程碑式的作品。

悖论不仅能提出问题，而且能回答问题。这章里面涉及能由悖论解答的问题包括以下几类：

1. 是否存在逻辑上不可能正确预示未来事件的情况？
2. 为什么集合理论能够大多排除包括自身作为元素的集合结构？
3. 当我们谈到一种语言的时候，为什么必须区分我们正在谈论的语言（我们的目标语言）和我们正在用以表达思想的元语言？

所有能解答这些问题的悖论都有证可循，要么是环形推理，要么是自我解释。在逻辑学里，自我解释既可能毁掉一个理论，又可能使理论更丰满，更有趣。问题就在于我们要修正我们的理论，让它保持能让主题更丰满的正确的可能性，而排除引起自我矛盾的可能性。悖论的产生正是检验我们是否给自己的逻辑思想设定了合理界限的基本工具。

不要认为现代逻辑的所有悖论都已被破解了。远远没有！康德 (Immanuel Kant) 曾做出过一个鲁莽的评述，他说在他那个时代，逻辑已经得到完全的发展，再也不会有任何新的内容可以讨

论。现在看来，康德所理解的逻辑只是现代逻辑学的一个很小很初级的部分。还有一些连最伟大的逻辑学家们都有分歧的深刻层面。那些层面里的悖论性问题悬而未决，有待阐明。

说谎者悖论



“所有的科莱特人都是说谎者。”艾普蒙尼迪斯因说了这样的话而出名。可是艾普蒙尼迪斯自己也是科莱特人，那么他这句名言你应该相信还是不应该相信呢？

艾普蒙尼迪斯是公元前6世纪古希腊传奇诗人。他就是美国著名作家欧文（W. Irving）写的小说《瑞普·凡·温克尔》（Rip Van Winkle）* 中主人公的原形。在这个神奇故事中，他曾一觉睡了57年。

我们假定说谎者总是说谎，而诚实的人总是说真话。那么，艾普蒙尼迪斯说“所有科莱特人都是说谎者”从逻辑上来看便是自相矛盾的。假设艾普蒙尼迪斯是个诚实人，那么他的名言便理所应当是正确的，可他自己也是科莱特人，所以也一定是说谎者；假设艾普蒙尼迪斯是个说谎者，那么他的名言便是错的，即科莱特人不是说谎者，所以他也不是说谎者。总之，无论怎么推理你都逃不出悖论的怪圈。

古希腊人常常对一些文字叙述很完美、形式上看不出什么破绽而实际上总是自相矛盾的问题感到迷惑不已。禁欲主义哲学家克里斯普斯曾写过6篇著述，试图对说谎者悖论的现象进行解释，

* 美国小说家及历史家华盛顿·欧文（Washington Irving, 1783 - 1859）的名篇。欧文被誉为“美国小说之父”。——译者注

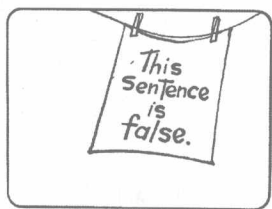
但没有一篇存世。古希腊时期克斯诗人菲勒特斯，他瘦骨嶙峋弱不禁风，据说曾在鞋里放一块铅，以免自己一不留神被大风吹走了。他担忧自己因此悖论而未老先衰。在《新约全书》中，圣·保罗在给提多的书信中再次重复了这个悖论：

科里特人中的一个本地先知说，科里特人常说谎话，乃是恶兽，又馋又懒。

这个见证是真的……

《提多书》1：12-13

我们不知道圣·保罗在说这些话的时候是否意识到他的话本身就是个悖论。



“说谎者悖论”是一个非常有趣的现象，其最简单的形式是：“这句话是错误的。”你说它是对的吗？如果是，它就是错的；你说它是错的吗？如果是，它就是对的。像这样的矛盾怪圈实际上大量存在，比我们想到的要多得多。

这种悖论的特点是语言描述的内容即是自身。为什么这种形式会使悖论这样简洁明了？因为它剔除了所有冗言赘句，不论你从说谎者的角度还是从诚实人的角度开始推理，结果都是一样的。

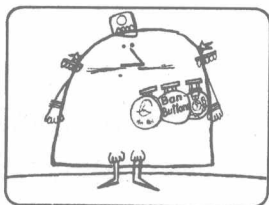
当然这类悖论还有很多变形。伯特兰·罗素曾一本正经地说哲学家乔治·爱德华·摩尔有生以来只说过一次谎话。就是当有人求证于摩尔是不是总说真话时，摩尔想了一下说：“不是。”

许多故事因为有“说谎者悖论”而变得妙趣横生。我最喜欢的是邓萨尼勋爵撰写的《信誓旦旦》。这个故事收在邓萨尼勋爵（Lord Dunsany）的选集《亥维赛层鬼怪幻想录》（*The Ghost of the Heaviside Layer and Other Fantasies*）中，这个选集并不很有名。在这个故事中，邓萨尼遇到了一个号称永远说实话的人。故事是这

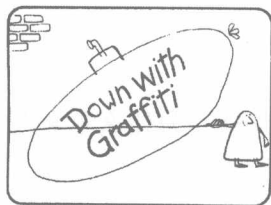
样的：

一天，这个人在一个聚会上遇到了撒旦，两人做了一笔交易。撒旦让这个球技最差的家伙今后在俱乐部中打球总能一杆进洞。久而久之，人人都怀疑此人有诈，便把他从俱乐部赶了出去。故事的结尾邓萨尼问这个人：“撒旦得到了什么好处？”这个人说：“他敲诈了我，夺走了我永远说实话的能力。”

圆形小徽章和涂鸦



注意这个一度流行的小徽章，上面写着“禁止小徽章。”



或者在大街上乱写“此处禁止涂鸦。”

为什么这些叙述存在矛盾？因为每一个叙述都违反了它所提倡的行为。这样的例子还有很多。比如汽车保险杆上的不干胶标签上面写着：“消除不干胶标签”；一个提醒标志上写着“不要阅读此标志”；一位学者声称他要娶的老婆必须聪明到不肯嫁给他；戈洛克·马克斯说他拒绝加入任何请他加入的俱乐部；一个口香糖标签上写着“如果此标签在搬运中掉落，请通知我们。”

与说谎者悖论相似的自相矛盾的叙述还有许多，如“对所有的知识都不要相信”，再如乔治·肖伯纳所说的“唯一的黄金法则