

用數值方法研究氣象要素場的 預告和局地現象理論的概述

Е. М. Добрышман 著

張 玉 玲 譯

中央氣象局氣象科學研究所

1958 年

序 言

这些报告的目的是对最近几年在苏联所进行的用流体力学热力学方法研究大气过程的工作作一一般的介绍：自然，注意力是集中在预报问题，及解决一些作为制定预报方法的基础的问题。因为报告是综合性的，所以无论如何不能奢望这些报告对已有的工作进行完全的阐述，或对这些工作进行深刻的分析。由于同样原因，无论对那个问题，也都没有进行详细的演算，仅仅介绍了问题的提法，提出了现成的解或得到解的方法；在个别情况下叙述了获得解的个别步骤。

对于报告中所涉及的许多问题，都有相当多的研究工作，就是介绍其中某几个也要花费许多时间，佔据不小的篇幅。因此，所列举的个别工作的结果，在某种程度上应该看作是这类题目的已有工作的个例。这些个例是用来说明一般概念，同时也反映这个问题的最特殊的，最重要的细节。在大多数情况下，所介绍的是莫斯科中央预报研究所动力气象处的工作人员所得到的结果。这一点不能仅仅这样解释；因为我是这个部门的工作人员，对于这些工作比其他工作更熟悉，而是因为以前只有这个部门在直接用流体力学热力学的方法研究预报问题方面集中了主要力量。现在已经在莫斯科，列宁格勒，基辅，塔什干，梯比利斯以及其他城市的许多有关部门中进行着数值预报的科学研究工作以及日常业务工作。

除了阐明问题的物理实质这个主要目的之外，同时根据中国同志所提出的要求，介绍解决各种大气物理问题的不同的数学方法。报告中的材料，尤其是第四个报告，是根据这个意见挑选的。同时根据同志们要求，对第一个报告作了一些补充，在第一个报告中介绍了一些有关苏联电子计算机的主要资料。

我所有的挑选图例说明材料的可能性，不允许像我所希望的那样，更完全地用预报图例及有关计算个例来充实报告。然而我相信报告中所列举的图表能够使所介绍材料更清晰，更好地说明应用数值预报方法的可能性。

在第一个报告「以动力气象学方法开展短期及长期天气预报的概述」中作了一般的介绍，并列举了短期预报，长期预报工作及局地现象理论的主要结果。

第二个报告「用动力气象学方法解决短期预报问题的概述」的大部分材料是选自不久前出版的基培尔的著作「流体力学方法作短期天气预告引论」，除基培尔本人所得到的一些新的结果以外，在这本书中也相当完全地，比较详细地介绍了1957年以前，苏联和其他国家作者所作的短期数值预报工作。

第三个报告「解决气象要素长期预报问题模式的简述」完全是根据中央预报研究所动力气象处所作的研究工作写成的。

第四个报告「局地现象理论的某些问题及其解法」的材料是这样选择的：要使

这些材料能够说明，藉助于解有关的流体力学热力学方程组，来研究各种各样的小尺度大气过程的可能性（科氏力很小）。

最后，我愿意向报告的听众致谢，感谢他们对报告给予了极大的注意。

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель настоящих докладов заключается в том, чтобы дать общее представление о гидротермодинамических методах исследования атмосферных процессов, которые проводились за последние годы в СССР.

Главное внимание, естественно, уделено прогностическим задачам и решению проблем, послуживших основанием для разработки методов решения прогностических задач. Поскольку доклады носят обзорный характер, они ни в какой степени не могут претендовать ни на полноту освещения имеющихся работ по рассматриваемым вопросам, ни на глубокий анализ этих работ. По той же причине нигде не приводятся подробных выкладок. Дается только постановка задачи и указывается или готовое решение или же способ его получения; в отдельных случаях излагаются отдельные этапы нахождения решения.

По ряду вопросов, затронутых в докладах, имеется достаточное количество исследований. Изложение даже нескольких из них заняло бы много времени и места. Поэтому приведенные результаты отдельных работ в известной мере следует рассматривать как примеры имеющихся исследований по соответствующей тематике. Эти примеры призваны отражать как общие идеи, так и наиболее характерные и важные детали рассматриваемой проблемы. В большинстве случаев указываются результаты, полученные сотрудниками отдела динамической метеорологии Центрального Института Прогнозов в Москве. Это объясняется не только тем, что мне, как сотруднику того же отдела, эти работы известны лучше других; до настоящего времени именно здесь сосредоточивались основные усилия по разработке непосредственно прогностических задач методами гидротермодинамики. Сейчас уже во многих соответствующих учреждениях Москвы, Ленинграда, Киева, Ташкента, Тбилиси и других городов ведется научно-исследовательская и частично оперативная работа по численным методам прогноза.

Помимо основной цели—изложения физической сущности рассматриваемых проблем—было принято во внимание, высказанное в предварительных беседах, пожелание познакомиться также и с различными математическими методами решения задач физики атмосферы. Материалы к докладам, особенно к четвертому, подбирались с учетом этого замечания. Также по просьбе товарищей написано дополнение к первому докладу, где приводятся основные параметры некоторых советских электронных вычислительных машин.

Имеющиеся у меня возможности выбора иллюстративного материала не позволили снабдить доклады примерами прогнозов и соответствующих расчетов так полно, как хотелось бы. Надеюсь однако, что и приведенные рисунки сделают более наглядным изложение материала и лучше покажут возможности применения численных методов прогноза.

В первом докладе «Краткий обзор развития долгосрочных и краткосрочных прогнозов погоды методами динамической метеорологии» дается общий обзор и приводятся основные результаты из работ по краткосрочному, долгосрочному прогнозу и теории локальных явлений.

Большинство материала ко второму докладу «Краткий обзор методов решения задач о краткосрочном прогнозе методами динамической метеорологии» взято из вышедшей недавно монографии И.А. Кибеля «Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды». Помимо оригинальных результатов полученных самым Кибелем в этой книге имеется весьма полное и подробное изложение результатов работ по численным методам краткосрочного прогноза как советских так и иностранных авторов, выполненных до 1957 г.

Третий доклад «Краткий обзор схем решения задач о долгосрочном прогнозе метеорологических элементов» построен целиком на исследованиях, проводившихся в отделе динамической метеорологии Центрального Института Прогнозов.

Материалы к четвертому докладу «Некоторые задачи теории локальных явлений и методы их решения» подбирались таким образом, чтобы показать возможность изучения весьма разнообразных атмосферных процессов небольшого масштаба (влияние силы Кориолиса мало) с помощью решения соответствующей системы уравнений гидротермодинамики.

Сейчас во всем мире принимают широкий размах работы по всестороннему исследованию атмосферных процессов. Особенно интенсивно развиваются гидротермодинамические методы исследования. Составление надежного, точного прогноза будет возможно тогда, когда сама наука о прогнозе погоды полностью превратится в точную науку. Хочется надеяться, что содержание этих докладов позволяет сделать вывод о стремлении советских ученых как можно скорее осуществить такое превращение.

Наконец мне хотелось бы поблагодарить аудиторию, которая проявила к докладам заметное внимание.

以動力氣象學方法开展短期及長期

天气預報的概述

動力氣象學最重要的任務就是應用流體力學、熱力學等物理學科的基本定律來作各種氣象要素的預報，最後作出整個天氣預告。現在這個問題正在順利地解決。因而，天氣預報這門科學也正在逐漸地由描述性的、定性的過渡到精確的、定量的科學。這段還未結束的過渡歷史，也就是將流體力學、熱力學應用到天氣預報問題上的歷史，可以分為三個主要階段。

在第一階段中，只有個別的流體力學熱力學規律在研究大氣過程及制定天氣預報時獲得直接的應用。四十年代初，已經了解了相當多的重要結果：例如（1）風隨高度的偏轉——熱成風，（2）“引導氣流”的存在，（3）研究了鋒面的擺動，（4）弄清楚了緯圈環流及其擾動的基本特點，（5）指出了仔細研究行星尺度渦旋的必要性等等。

在第一階段，李查遜（*Ричардсон*）就已經開始嘗試用流體力學熱力學的方法解決天氣預報的問題。正像現在所了解的，這次嘗試的失敗，其中一個原因就是解決問題的方法不能從普遍的流體力學熱力學方程組中區分出重要的天氣形成因子；慣性波、重力波以及聲波都和氣壓系統有同等的重要性。善於區分或是“濾去”一些氣象上不重要的“雜音”是很必要的。當這種區分的原則明確之後，真正地研究用流體力學熱力學方法解決氣象要素的預報問題便成為可能的了。在這方面1940年基培爾（*Н. А. Кибель*）的研究工作就是一種奠基性的工作。

在大體上包括四十年代的第二階段內，加緊地研究了適用於預報的流體力學熱力學方程解的“工作模式”。這類模式的試驗一方面表明了這些模式是有效的，有前途的，另一方面也表明了方程最後形式及預報公式的複雜性，因此迫使研究工作人員去研究近似的預報方法，例如，圖解方法。這種簡化了的方法常常使問題的物理本質大為遜色，因而造成顯著的誤差。僅僅某些比較簡單的气壓場及溫度場的長期預報模式能夠做到用鍵盤計算機來進行計算。因此1948年在水文氣象業務系統建立了包括12—15人的不大的計算局，計算局主要是為中央預報研究所的動力氣象處工作。那時包含3個或4個獨立變數的非線性偏微分方程組的直接積分實際上曾經是不可能完成的。

隨著現代化快速通用計算機的出現，動力氣象發展的第三階段開始了。已經顯示出來的可能性在氣象工作者面前提出這樣的任務：為了用數值積分解大氣動力學方程的方法來預報，應該學會應用現代化的計算機。最早的工作模式出現了，同時也產生了一些與所用的數學方法及应用電子計算機的技术有關的新的特殊問題，因

而，目前动力气象学方法的天气预报是以三个学科为基础的，即：气象学，流体力学热力学* 及计算数学。

第一阶段的工作及第二阶段的部分工作，现在看来只具有历史意义。因此，现在我們只讨论那些有预报的趋势，为长期及短期数值天气预报的发展打下基础的研究工作。

垂直分量涡度方程的应用是流体力学预报方法发展中的重要一步。1943 年布利諾娃 (E. H. Блинкова) 将涡度方程作为解决大气作用中心的准定常问题的基本方程，布利諾娃指出了解决问题的有效方法，此方法就是将描写某一基本状态的方程式线性化。基本状态即气象要素的数值为只与地理纬度有关的带状分布。由于线性化，便成功地得到了闭合形式的解。这个工作一方面可以作为制定更精确的气候理论的出发点，另一方面也是研究长期预报方法的出发点。

研究气象要素气候分布的形成因子，其所以重要，不仅因为研究工作本身是一种了解大范围大气过程规律的方法，同时还因为它为解决长期预报问题建立了基础。根据气候理论我们用比较简单的模式来验证物理假设的正确性，阐明可以容许的简化的程度，确定初始方程的准确度。因此，解决长期预报方面的许多问题都是气候及大气环流理论中有关问题的直接继续，或者，甚至是这些问题理论上的修正。满意地解决了气候方面的某些问题，使我们有可能去解决准定常的问题（例如，决定某些气象特征的年变化），然后再过渡到解决非定常问题，也就是解决预报问题。不准备详细地介绍用流体力学方法作长期预报的发展历史，仅仅指出，最近六年中这些方法的研究主要沿着三个方向进行：（一）发展线性预报模式，（二）用旧有资料及在业务工作中试验线性模式，（三）解非线性问题。

（一）在最早的线性问题中（1943, 1950, 1952 年）解决了平均的、无辐散层的问题（按其他国家学者所用的术语，即正压模式）。而海平面的预报，是用压高公式自上向下推算。最近几年，已经解决了考虑各层大气相互作用的问题。在已经获得的最有兴趣的各种结果中，我们应该指出失去“解”的稳定性的可能。

如果重力位势的单项解为以下形式

$$h_n^m P_n^m(\cos \theta) e^{-im\lambda} e^{-i\sigma_n^m t}$$

其中 h_n^m 为初始重力位势场的展开系数， $P_n^m(\cos \theta)$ 为联属勒尚德多项式， λ 为经度， σ_n^m 为不同尺度波的移动速度，即问题的本征值，那么，当层结参数 $\gamma = -\frac{dT}{dZ}$ 及环流指标等于一定数值时，某些本征值 σ_n^m 就可能成为复数。图(1)为根

* 原文是 Гидро-термодинамика——譯者註

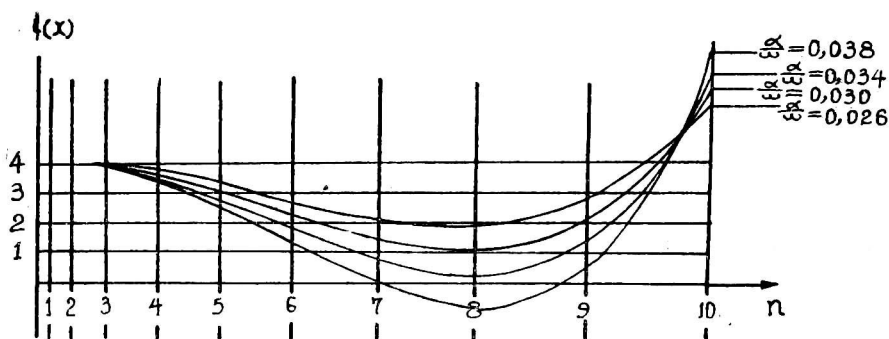


图 1 (a)

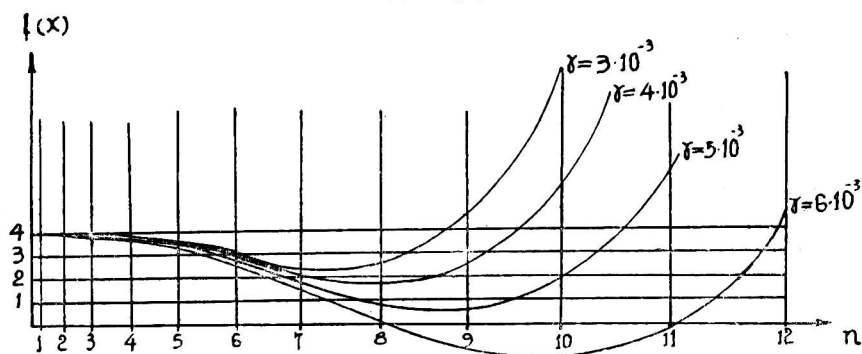


图 1 (b)

号下式子的数值，根据这式子可由稳定度及环流指标求波速 σ_m ，很清楚地看出，如果其他条件相同，则緯圈环流越强，越不容易失去稳定性， γ 越大，越可能失去稳定性。这就说明，某些尺度的波的振幅是随时间增加的，在线性理论中，增长是无限的，显然，在非线性理论中，这将意味着新的气压系统迅速的产生。

线性理论的进一步精确化可沿以下两个方向进行，第一，引进一些补充因子，例如地形，仔细地考虑湍流热传导等等，第二，引入非线性项的订正，此订正作为第二近似。个别例子的试验证明，以上两种方法，能够提高由简单模式所作预报的准确性，此外，又明确了为了使这些结果能在实际业务工作中应用，还必须作大量的辅助及附加的工作。

(二) 为了把线性模式能够算出来，也就是把它变成对于个别例子能够应用的形式，还要求完成大量的计算工作，没有计算机之前，所有的工作都须用手来完成。模式用个例试验之后，又利用旧的及当时的资料进行试验。此时产生了技术上的以及原则性的困难，克服这些困难常常需要进行大量的新的科学研究工作及计算工作。例如：表示有必要精确度的初始时刻的重力位势场，要求制定 $P_m(\cos \theta)$ 的表，其中 $m=36$, $n=56$ ，这种表在世界文献中是没有的。以后，作地面温度月平均距平长期预报的经验表明，起始时刻场的影响是不显著的，必须明确，从那一

時刻開始可以只取穩定情況。這種例子還可以繼續提。為了類似的輔助工作需要花很多時間，有時甚至需要幾年。總之，只有經過全面的試驗及用大量資料試驗之後，模式才能够在實際預報中應用。

現在我們比較詳細地介紹月平均溫度距平的實際預報結果。從 1952 年起在中央預報研究所的動力氣象處就開始作這種預報，這個預報公式的基礎就是解以下綫性化的方程。此方程是對非定常的非緯圈分佈的溫度而言的，

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \alpha \frac{\partial}{\partial \lambda}\right) T - \frac{K'}{r_0^2} \Delta T - K'' \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = \frac{1}{r_0^2 \sin \theta} \cdot \frac{dT}{d\theta} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} \quad (1.1)$$

其中 α 為環流指標，即大氣相對於地球的角速度， t 為時間， λ 為經度， θ 為余緯， $r_0 = 6,37 \cdot 10^6$ 米，為地球平均半徑， K' 及 K'' 為水平及垂直混合系數， Z 為地面以上的高度， $\Delta = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2}$ 為球面坐標的兩度空間拉普拉斯算符。

$\bar{T} = T_0 + M \sin^2 \theta$ 為沿緯圈分佈的溫度，認為是已知的， ψ 為流函數的非定常，不沿緯圈的部分，它滿足下列方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \alpha \frac{\partial}{\partial \lambda}\right) \Delta \psi + 2(\alpha + \omega) \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = 0 \quad (1.2)$$

上述方程的解為

$$\psi = R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n C_n^m P_n^m(\cos \theta) e^{-i(m\lambda + \sigma_n^m t)}$$

系數 C_n^m 用起始時刻的 ΔT_{300} 的展開系數表示，這種情況下本征值 σ_n^m 為

$$\sigma_n^m = m\omega \left[-\frac{\alpha}{\omega} + \frac{2\left(1 + \frac{\alpha}{\omega}\right)}{n(n+1)} \right]$$

$\omega = 7,29 \cdot 10^{-5}$ /秒 為地轉角速度。

方程 (1.1) 及 (1.2) 是由熱通量方程及緯圈狀況的溫度方程綫性化而得到的。

方程式 (1.1) 是在以下初始條件及邊界條件下求解的：

開始時刻，溫度為已知函數 $t=0$, $T=T_0(\theta, \lambda, Z)$, (1.3)

地面 $Z=0$, 綫性化之後的熱能量平衡方程 } (1.4)
 邊界層之外 $Z \rightarrow \infty$ T 為有限值 }

方程 (1.1) 為拋物線型方程。已經知道，對於這種方程初始情況的影響隨時間減弱；因此，如果作長期預報，則應該取相當於穩定情況的解。

這種解的形式為：

$$T = R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n T_n^m(Z, \theta) e^{-(im\lambda + \sigma_n^m t)} \quad (1.5)$$

其中 T_n^m 由开始时刻的重力位势场及本問題的一些物理参数 $\left(\frac{\alpha}{\omega}, K', K'' \text{ 等等}\right)$ 来表示。

为了预报溫度的月平均距平，必須計算

$$\tilde{T} = \left\{ \frac{1}{t_1 + 30} \int_{t_1}^{t_1 + 30} T dt \right\}$$

t_1 表示某一时刻，自此时刻开始，初始状况的影响已小到可以忽略。計算的經驗証明，为了很好地预报，必須正确地挑选环流指标 $\frac{\alpha}{\omega}$ 的数值。因此，曾經作了很多工作来研究若干年内不同高度的 $\frac{\alpha}{\omega}$ 的数值，此外，曾經建立了预报此数值的理論，但是这已經属于非綫性問題的范围了。选取 $\frac{\alpha}{\omega}$ 数值时的錯誤同时也造成预报的誤差。为了求此誤差，曾經用预报期間的环流指标实际数值作了预报。

现将 1952—1955 年四年内的各种预报准确度列举如下：

长期天气预报处的预报	74.5 %
动力气象处的预报	75.9 %
用实际环流指标所作预报	81.5 %

由以上材料可看出：第一，用简单模式所作的溫度月平均距平预报，無論如何並不亚于用天气学方法所作的预报，第二，正确的选取环流指标可以提高准确度，这就是說，对于溫度距平预报的綫性模式，还需要预报环流指标。而预报环流指标的問題，是非綫性的問題。正像我們所看到的一样，这里非綫性問題是輔助問題，它的解决使綫性問題更加精确。

(三) 現代技术工具 — 快速計算机 — 使我們有可能真正地去解普遍的，非綫性的流体力学热力学方程組，这样的方程組相当完全地反映了大气过程的物理实質，在解普遍的非綫性問題时不一定区分出緯圈分佈的基本状态，因此这里便沒有必要预报环流指标了。

1954 年布利諾娃曾經建議了两种解平均层的非綫性問題的方案，流函数的方程形式如下：

$$\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \frac{1}{r_0^2 \sin \theta} (\psi, \Delta \psi) + 2\omega \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = 0$$

r_0 为地球半径, t 为时间, ω 为地转角速度, Δ 为二維拉普拉斯算符, $(A; B)$ 为雅可宾算符, $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ 的解可以通过格林函数表示成为

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} G(\theta, \lambda, \theta', \lambda') \left[\frac{1}{r_0^2 \sin \theta} (\psi, \Delta \psi) + 2\omega \frac{2\psi}{\partial \lambda} \right] \sin \theta' d\theta' d\lambda'$$

$$\text{其中 } G(\theta, \lambda, \theta', \lambda') = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - [\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\lambda - \lambda')]}{1 - [-\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\lambda - \lambda')]}$$

预报按时间一步步地連續作下去

$$\psi_{t+\delta t} = \psi_t + \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_t \delta t$$

这个解已經用 БЭСМ 计算机作程序設計了。

解非綫性問題的第二种方案是将解表为球函数級数, 其系数与时间有关

$$\psi(\theta, \lambda, t) = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n C_n^m(t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta)$$

对 C_n^m 得到以下形式的常微分方程組

$$\frac{d C_n^m}{d t} = \sum_{i,j} \left(\alpha_{ij} \right)_n^m C_i^j + \sum_{i,j,k} \left(a_{ij}^{kl} \right)_n^m C_i^j C_k^l$$

系数 $\left(\alpha_{ij} \right)_n^m$ 及 $\left(a_{ij}^{kl} \right)_n^m$ 由問題的参数决定, 並且可以事先算出。

这个方案正在用 “Стрела” 作程序設計, Зильберман 在 1954 年曾指出了一种和此相近的解法。

1956年 布利諾娃发表了一篇文章, 文章中給出了解斜压情况下的流函数方程的方法, 現正在作准备工作, 以便使解能实际在计算机上应用。

最后三种形式的解主要用来作三至五天的中期预报。

1957年作了大量工作, 准备将各种方案的解进行計算。自去年春天开始, 在中央预报研究所 “Погода” 计算机已經开始工作, 自 1957 年七月份起已經开始用这

个机器作溫度月平均距平的实际预报。目前，正在实验作十日溫度距平预报，同时正在进行一系列的辅助计算，以便试验新的线性预报模式以及改进旧的模式。例如，准备增加球函数级数的项数，一直到 $m=36$, $n=56$ ，以便预报溫度距平及垂直气流。

現在我們回来講短期预报。

这里主要談气压場的预报問題。1947年基培尔工作的成功是由于在他的工作中首先应用了滤去气象“杂音”的合理方法。这个方法——按加速度中的小参数展开——的主要点是划分风速主要部分，即分出地轉风，大多数有关短期预报的工作中，到目前为止都广泛地应用了准地轉运动的概念。由天气实践中得到的实际风近于地轉风的規律必須从理論上去理解，以理論为基础。在奥布霍夫 (Обухов) 1949年的工作中，曾在正压模式情况下，作了这种工作。1955年基培尔曾将簡化的边界条件下完全的三度空間的模式作了綜合。这些工作的結果是大家已熟悉的，因此这里不去談它。最近几年，这方面的工作仍在繼續着。关于改进风場与气压場相互关系的物理模式的研究工作也已經完成了一些。1957年7月莫宁 (Монин) 曾作了一个报告，报告中用一个統一的观点叙述了气压变化及风和气压适应机械过程的現代概念。以后，1957年以类似的方式，解决了正压模式下，考虑 $\beta = \frac{dl}{dy}$ ，实际风向地轉风适应的問題。这种情况下的模式要比奥布霍夫所研究的情况复杂得多。

这类工作之所以重要，不仅因为它解决了气象学上的原則性問題，而且因为它们为解决预报問題開闢了新的途徑。例如，基培尔在1958年建議将适应問題中初始方程的非线性項移至右端，按時間步长解决预报問題，在某种意义上，这是李查遜方法的还原，但是在更高的原則性的基础上，並且应用了更加优越的技术工具。

1953年在我国曾发表了布列也夫 (Н.И. Булеев) 和馬尔丘克 (Г.И. Марчук) 的工作，文章中通过影响函数解出了普遍的斜压模式的解析形式的 $\frac{\partial Z}{\partial t}$ (1953年 Хинкельман 用数值方法得到类似的解)。根据这个解，我們可以用另外一种方式去理解气压場及溫度場的相互作用。如果說以前几乎所有的工作模式都是只通过一点的空间微商来决定 $\frac{\partial p}{\partial t}$ ，那么格林函数解指出，任何一点的气压变化和整个空間的溫度場气压場的結構有关。甚至在某一時間間隔考虑相互影响，或者說考虑頻散，也可以使预报的准确度提高一些。在以前几年內，我們还没有可能应用电子计算机，因此不得不研究一些簡化的，用手計算的實現解的方法，同时也不得不进行方法方面的輔助科学工作。这里我們还應該指出布列也夫的图解法，他建議沿等 B 綫一平均高度的平均位勢場， $B = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4}{4}$ ，以正比于 $\frac{\partial B}{\partial n}$ 的速度平移某

一要素。这方法經過了大量的实验，並編写在“短期預报手冊”中。还曾經进行了一系列改进布列也夫方法的尝试，例如尤金（М. И. Юдин）建議繪制准定常的 B 綫場，並补充各个高度的 H 場，奥布霍夫和卡普雷金娜（А. С. Чаплыгина）建議考虑 B 綫随时间的变化，並將此变化綫性地外推等等。也应该提出在列宁格勒，在尤金的领导下所作的統計工作，在此工作中决定半徑 R_0 的最合适的数值，以及决定圓周 r ，在圓周 r 上应有 $\oint \frac{\partial H}{\partial t} ds \approx 0$ 。

布列也夫及馬尔丘克所得到的解可以作为一系列的研究如何修正各現象物理模式的工作的出发点，例如，由于地形，由于大气稳定度参数 $(\gamma_n - \gamma)$ 的变化，由于考虑鋒面的存在等所引起的現象。决定垂直速度的公式也提出来了。为了把公式变成实际工作能直接应用的形式，还需要不少劳动，例如：計算影响函数的权重，决定参数及系数等。这类工作的初步总结在 1954 年已經发表。图解分析的預报方法，在莫斯科及列列格宁的有关水文气象机构內都进行过試驗，这些工作的結果已經在 1957 年发表。

大約从 1954 年起，已經可以在科学研究工作中应用快速計算机了。气压場預报的最早的一些例子，証明了应用計算机是很有效的，然而也发生了一些困难（現在这些困难已經解决了）首先就是数学不稳定性問題，这种不稳定性仅仅是由实现預报公式的技术所造成的。为了明确一系列的这类問題，曾將所谓的实验問題制定好程序，实验問題的实質是这样的：地轉近似下的渦度方程

$$\frac{\partial \Delta Z}{\partial t} = -\frac{g}{l}(Z, \Delta Z) - \beta \frac{\partial Z}{\partial x} = F \quad (1.6)$$

在下述个别情况下有准确解，即初始时刻 $t=0$ 时，重力位势場以以下公式表示

$$t=0 \quad Z = -Ay + B \cos (\mu x + \gamma y)$$

准确解的形式为

$$Z(x, y, t) = -Ay + B \cos [\mu(x - ct) + \gamma y] \quad (1.7)$$

其中

$$C = \frac{g}{l} A - \frac{\beta}{\mu^2 + \gamma^2}$$

（ g 为重力加速度， $l = 2\omega \sin \psi$ 科氏参数， $\beta = \frac{dl}{dy}$ ； x 軸指向东， y 軸指向北，

$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ； (Φ, ψ) 为雅可宾）

可以看出，精确解是一原始波，以速度 C 移动，振幅不改变。解方程(1.6)的普遍

方法如下：由于伯桑方程求出 $\frac{\partial Z}{\partial t}$ ，即

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \mathcal{A}^{-1}[F]$$

此处 $\mathcal{A}^{-1}$ 是伯桑方程的准确解，然后写出

$$Z = Z \Big|_{t=0} + \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{t=0} \tau$$

τ 为计算的时间步长。以 τ 计算过 K 次之后，将要得到

$$Z^{(K+1)} = Z^{(K)} + \mathcal{A}^{-1}[F^{(K)}] \tau$$

重复 n 次计算，得到

$$Z^{(n)}(x, y) = -A_y + B \left(\sqrt{1 + (\mu c \tau)^2} \right)^n \cos \left[\mu \left(x - \frac{n}{\mu} \arctg \mu c \tau \right) + \gamma y \right]$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时，于是 $[n\tau = t_1 \text{ 为预报时间}] \lim_{n \rightarrow \infty} Z^{(n)} \rightarrow Z$ 的准确解。用时间的张弛法

解方程 (1.6) 就是以上述原理为基础的。

对于长度约为 4000 公里的波，如 $\tau = 1.5$ 小时，和精确解比较，在 24 小时内波的振幅变化 6%，位相变化 0.02%。拉普拉斯算符不能用计算机准确地计算，而用有限差代替，应当指出，当时间步长和坐标网格具有一定的关系时，近似解的极限也趋近于准精确解，误差是相当小的。因此，用差分来代替空间微分同样是可以允许的。解决这问题时所得到的稳定性判据，和从其他考虑出发所得到的判据数值上相同，所谓其他考虑也就是令

$$S \geq \sqrt{2} \cdot U \cdot \tau$$

δ 为水平坐标网格， U 气流最大速度。

对于两个波的情况，也曾提出过类似的问题。很遗憾，这里精确解还不清楚

分析实验问题同时可以明确边界条件所影响的区域，图 2 (a) 为初始重力位势场。满足下列公式，

$$Z(x, y) = -16y + 24 \cos 15.7(x + y)$$

(Z 为什米， x, y 单位为千公里)

外边界表示在初始场上所给定的范围 ($24 \times 20 = 480$ 点)。虚线表示将要作预报的区域。

准确解也是一个场，此场应沿以十字标明的点的纬圈切线向东移动 880 公里。图 2 (b) 表示数值可靠的区域，此区域内和准确解的差别不超过 1 什米。此区域以

外，任何边界条件都会发生影响（在虚线所标明的边界上，已经令每一时间长步， $\frac{\partial Z}{\partial t}=0$ ）。制定类似的实验问题的的工作仍在继续进行中。

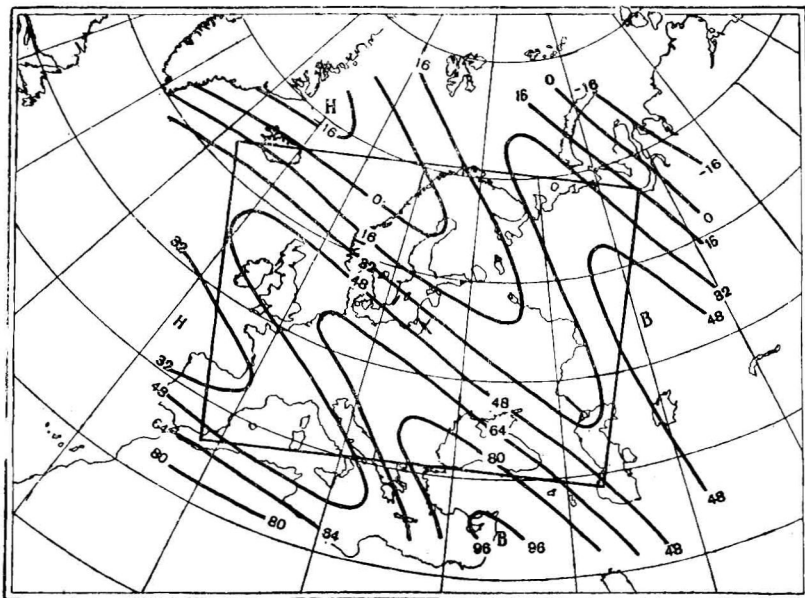


图 2 (a)

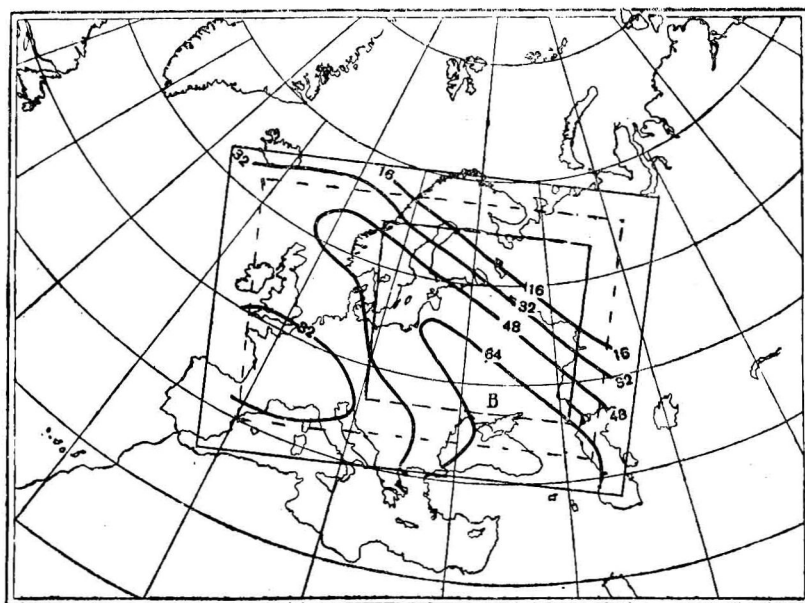


图 2 (b)

目前已有可能多用计算机计算，因此正在试验不同的模式及方案。其中一些模式及方案已经实际应用了，获得的结果也已发表（С.А. Машкович, С.Л. Белоусов）。在作重要的预报时（例如五月一号，航空节，十一月七号），用“БЭСМ”计算正压 AT_{700} ，为了检查预报，有时用“Стрела”。

在用 БЭСМ 计算的预报例子之中，有 54 年 9 月 28 日早晨 AT_{700} 的预报，同一例子在斯德哥尔摩也曾计算过，此例子记载在部林（Болин）（*Tellus* vol. 7. № 1. 1955）的工作中，部林的工作并没有给出预报图，仅仅给出预报的平均误差——4 什米。但根据别洛乌索夫的方法及程序，则误差为 2.5 什米。图 3 (a), (б), (в) 分别给出 54 年 9 月 27 日 06 时 AT_{700} 的原始图，1954 年 9 月 28 日 06 时的计算图及实际图。可看出，在波罗地海产生了新的低压中心。在计算这种正压模式时，计算机的快速记忆几乎完全被占用了：

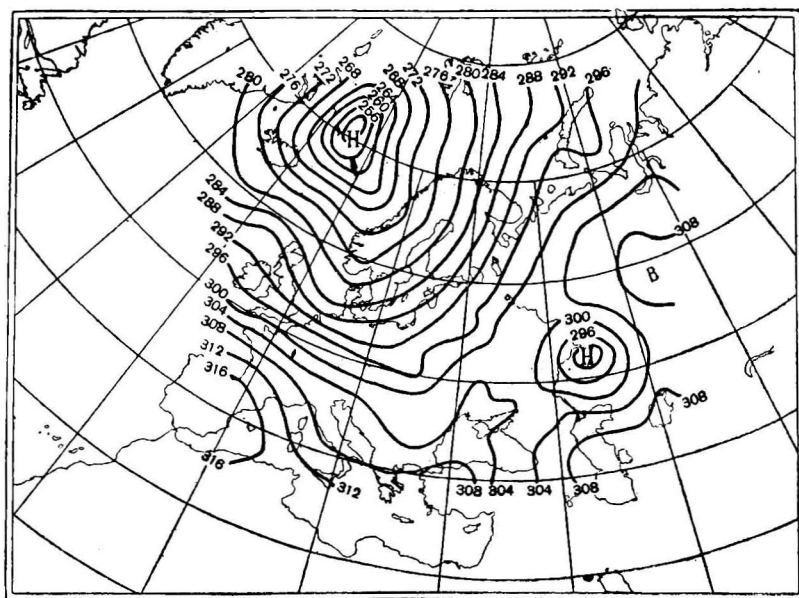


图 3 (a)

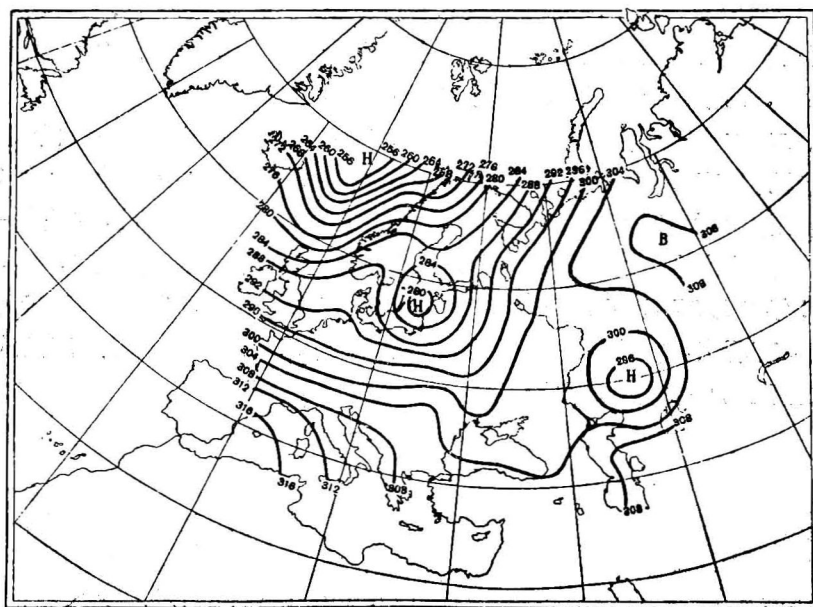


图 3 (6)

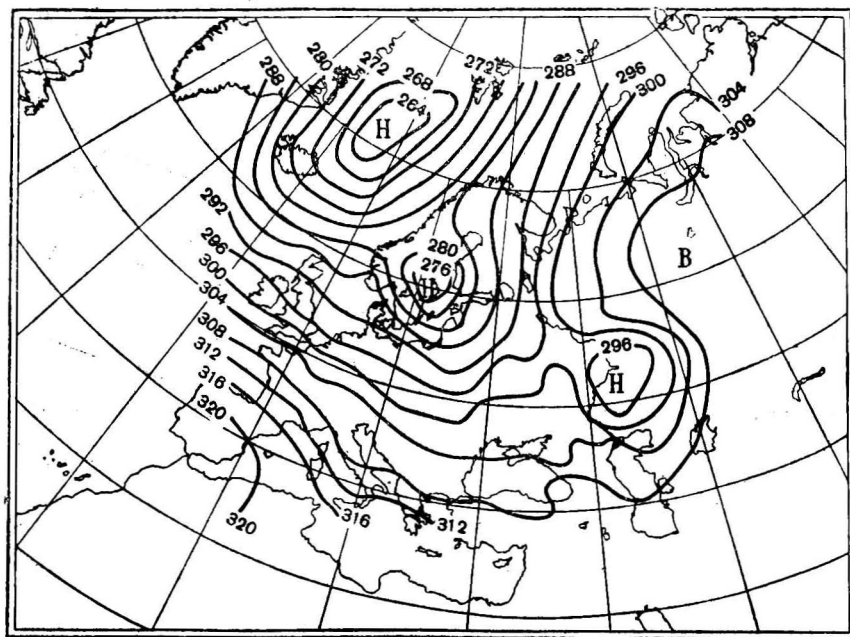


图 3 (B)