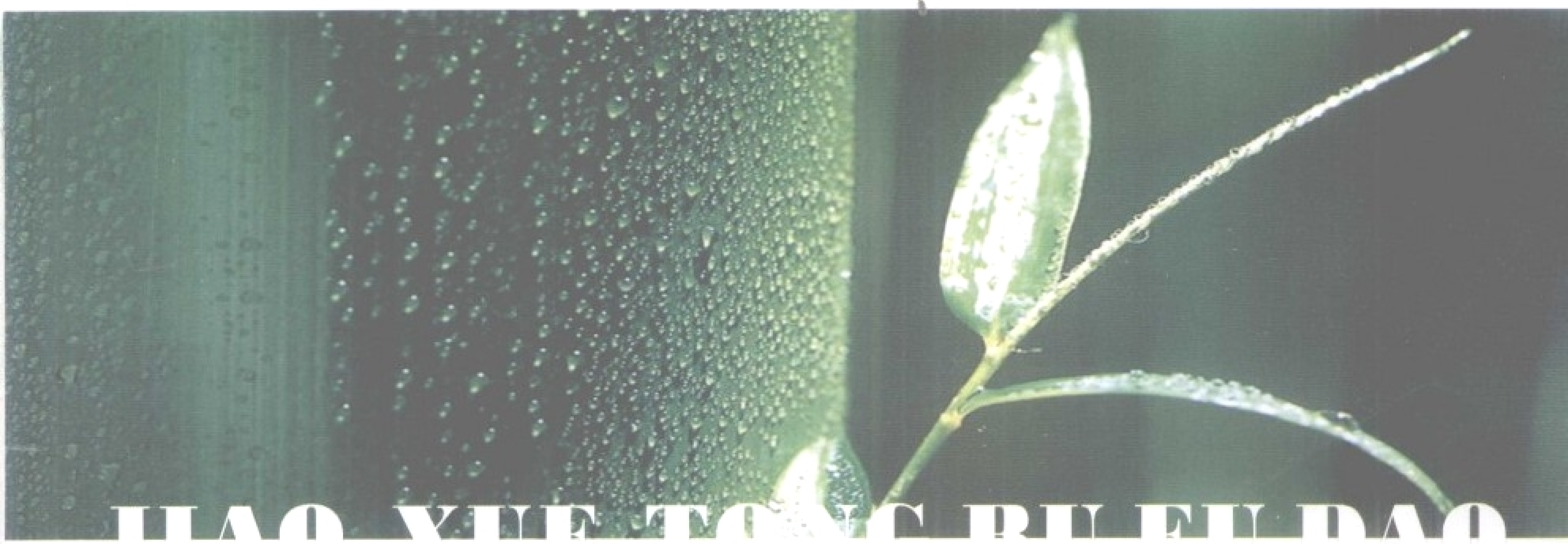
XUEHAIDAOHANG

高一数学（下）

丛书主编　李瑞坤



学海导航

高中教学同步辅导

学生用书

首都师范大学出版社

责任编辑　张雁冰
装帧设计　张鹊红

学海导航

www.hnxhwh.com

high quality

ISBN 978-7-81119-224-7

定价：29.90元

图书在版编目(CIP)数据

高中教学同步辅导·高一数学/陈兴祥主编.
—北京:首都师范大学出版社,2008.10
(学海导航/李瑞坤主编)
ISBN 978-7-81119-224-7

Ⅰ.高… Ⅱ.陈… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 160217 号

学海导航·高中教学同步辅导
高一数学(下)·学生用书
丛书主编 李瑞坤
本册主编 陈兴祥

责任编辑 张雁冰 责任设计 张鹊红
责任校对 江小青

首都师范大学出版社出版发行
地 址 北京西三环北路105号
邮 编 100037
网 址 cnuph.com.cn
E-mail master@cnuph.com.cn
湘潭市风帆印务有限公司印刷
全国新华书店发行

版 次 2008年10月第1版
印 次 2008年10月第1次印刷
开 本 880×1230毫米 1/16
印 张 11.5
字 数 386千
定 价 29.90元

版权所有 违者必究
如有质量问题 请与出版社联系退换

本书的编写力图贯彻现代教育思想和教学理念,充分体现和吸收最新教研成果,在注意发挥教师的主导作用的同时,突出学生的主体地位,注重培养学生的研究性学习能力,实践能力,探究新问题、获取新知识的能力,以期达到夯实基础,发展能力,优化思维品质,开发智力的目的。

本书以课时为单位进行编写,利于与教材教学同步。每课时依知识发生、探索与形成的过程,循序渐进地安排了五个栏目,这是本书的第一大特点。

本书与现行高一新教材完全同步,按课时进行编写,每课时都围绕一个中心,突出一个重点,解决与中心相关的几个重点问题,包括**【学习目标】**、**【目标训练】**、**【典型范例】**、**【技巧平台】**、**【达标练习】**等内容。

【学习目标】根据大纲要求,指出本节学习研究的重点内容和通过教学要达到的目标层次。

【目标训练】是编者精心设计的供学生进行自学练习和教师进行针对讲评的主要材料,安排三个层次,通过自学练习、反馈辅导、评议归纳等环节,分层实施,从而达到掌握知识、培养能力的目标。

【典型范例】精选典型例题,点拨思路,精析解题方法,给出规范解答,旨在举一反三,学会应用。

【技巧平台】是本课时主要知识及解题方法、技巧、规律的归纳和总结,可作为学生课后阅读使用。

【达标练习】是加深和巩固本节内容而精心设计的,可作为学生课后练习和检测使用。

本书的另一大特点是充分体现中央关于"减负"的精神。"减负"的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才,它是实施素质教育的重要环节,就各科教学而言,只有提高教学质量,提高效率,才能真正达到减轻学生负担的目的。而本书中,重点突出,练习到位,对于教师教学及学生学习均大有裨益。

参加本书编写的人员有特级教师,省级骨干教师,有教学经验丰富的名优教师和学科带头人,也有从事数学教学科研的专家学者,为使这本书有自己的特色,体现时代精神,有较高水平和适用价值,使它真正成为读者的良师益友与学习精品,编写时,反复论证,几经易稿,得以成书;修订时,结合市场反馈意见,反复研讨,使之臻于完善。

虽然我们在成书过程中,本着近乎苛刻的态度,题题推敲,层层把关,但书中也难免有疏忽和纰漏之处,恳请广大读者批评指正。

编　者

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第四章　三角函数

第一课　角的概念的推广(一)

学习目标

1. 理解任意角的有关概念，掌握正角、负角、零角的定义.

2. 理解象限角的概念，掌握与角 α 终边相同的角的一般表示形式：$\alpha+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$.

3. 会判断两个角的终边是否相同，会判定给定的角属于哪一个象限.

目标训练

【一层练习】

1. 初中所学的角是如何定义的？度量角的单位是什么？角的大小范围是多少？

2. 经过1小时，分针旋转了______，时针旋转了______；若将时钟拨慢5分钟，则分针旋转了______，时针旋转了______.

互动小结：

1°任意角的定义：______________________________________.

2°角的分类：按__________方向旋转所成的角叫做正角，按__________方向旋转所成的角叫做负角. 如果一条射线______________，我们称它形成了一个零角.

【二层练习】

3. 在坐标平面内作出下列各角：30°，390°，-330°；它们是________象限的角，可以统一表示为______________________.

4. 与 -457° 角终边相同的角的集合是　（　　）

A. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360^\circ+457^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360^\circ+97^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360^\circ+263^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360^\circ-263^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

互动小结：

1°象限角：在直角坐标系中，如果角的顶点与________重合，角的始边与______________重合，那么，角的终边(除端点外)在第几象限，就叫做第几象限的角.

2°终边相同的角：所有与角 α 终边相同的角 β 的集合可以表示为 $S=$______________________________.

【三层练习】

5. 下列命题：

①一个角的终边在第几象限，就说这个角是第几象限的角；

②大小是 1400° 的角是第四象限的角；

③ -300° 的角与 160° 的角的终边相同；

④相等的角的终边一定相同；

⑤终边相同的角一定相等.

其中正确命题的序号是_________.

互动小结：

1°象限角的判定

①条件$\begin{cases}\text{角的顶点在________，}\\\text{始边__________________.}\end{cases}$

②终边落在坐标轴上的角不属于任何象限，即非象限角，叫做轴线角.

2°终边相同的角的表示

与角 α 终边相同的角表示为______________________.

注意：① $k\in$________；② α 是________角；③终边相同的角________相等，相等的角的终边________相同；终边相同的角有无数个，它们相差________的整数倍.

典型范例

【例1】 在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间，求与下列角的终边相同的角，并判断它们是哪个象限的角.

(1) $736^\circ24'$；　　(2) -414°.

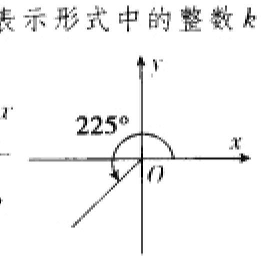
【解析】 (1) $736^\circ24'=16^\circ24'+2\times360^\circ$，所以与 $736^\circ24'$ 角终边相同的角是 $16^\circ24'$，它是第一象限的角.

(2) $-414^\circ=306^\circ-2\times360^\circ$，所以与 -414° 角终边相同的角是 306°，它是第四象限的角.

【例2】 写出终边落在射线 $y=x(x\leqslant0)$ 上的角的集合 S，并把 S 中适合不等式 $-360^\circ\leqslant\beta<720^\circ$ 的元素 β 写出来.

【分析】 应用数形结合思想，先在 $0^\circ\sim360^\circ$ 内找到终边落在射线 $y=x(x\leqslant0)$ 上的角，然后应用终边相同角的表示形式推广. 而"β"的确定即确定 S 中元素统一表示形式中的整数 k 的取值.

【解析】 如图，终边落在射线 $y=x(x\leqslant0)$ 上，且在 $0^\circ\sim360^\circ$ 内的角为 $180^\circ+45^\circ$，即 225°，因此 $S=\{\beta\mid\beta=225^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.



S中适合$-360°\leqslant\beta<720°$的元素是：$225°-1\times360°=-135°$，$225°+0\times360°=225°$，$225°+1\times360°=585°$.

互动小结：

1°在0°到360°范围内，找出与已知角终边相同的角，就能方便地判断其为第几象限的角，这种变形在以后学习时（如学习诱导公式，证明化简等）还要经常运用，要掌握好. 其具体方法是列竖式除法. 列竖式除法时，正的角度除以360°，按通常的除法进行；负的角度除以360°，商是负数，它的绝对值应比除数为其相反数时相应的商大1，以便余数为正值.

2°求指定区间内与已知角的终边相同的角，其方法是先写出终边相同的角，再根据范围确定其中的k值. 确定k值的方法可以根据条件进行穷举取值，也可解不等式确定.

技巧平台

1. 本节课的重点是任意角和象限角的概念. 难点是把终边相同的角用集合和符号语言表示出来.

2. 理解正角、负角、零角这三个概念，关键是抓住终边的旋转方向是逆时针、顺时针还是没有旋转.

3. 关于象限角，关键是抓住角的顶点在坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合及终边在第几象限. 注意终边落在坐标轴上的角为轴线角.

4. 终边相同的角是本节的重点也是难点. 应明确终边给定时的角不唯一，并且这些角之间相差360°的整数倍. 与定角α终边相同的角的集合S可表示为：

$S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$.

由此不难发现：终边相同，角不一定相等；角相等则终边一定相同.

5. 在求限定范围内的角时，首先写出其终边相同的角，然后根据角的范围确定k的具体取值，算出具体角.

达标练习

1. 在0°～360°之间与$-225°$角终边相同的角是（　　）

A. 45°　　B. 135°

C. 225°　　D. 315°

2. 与135°角终边相同的角的集合是（　　）

A. $\{\alpha|\alpha=(2k+1)\cdot180°-45°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°-135°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha|\alpha=(2k+1)\cdot180°+135°,k\in\mathbf{Z}\}$

3. 下列各组角中，终边相同的是（　　）

A. $-60°,300°,420°$

B. $-60°,-300°,-420°$

C. $-60°,300°,-420°$

D. $60°,-300°,-420°$

4. 在直角坐标系中，终边互为反向延长线的角α与β之间的关系是（　　）

A. $\alpha=-\beta$

B. $\alpha=-k\cdot360°+\beta(k\in\mathbf{Z})$

C. $\alpha=360°+\beta$

D. $\alpha=k\cdot360°+180°+\beta(k\in\mathbf{Z})$

5. (1)在0°～360°间与440°角终边相同的角等于______度；

(2)在0°～360°间与$-440°$角终边相同的角等于______度；

(3)在$-360°$～0°间与125°角终边相同的角等于______度.

6. 若4α与$-40°$的终边相同，则$\alpha=$______________.

7. 在直角坐标系中作出下列各角：

(1)315°；　　(2)$-270°$；

(3)$-540°$；　　(4)750°.

8. 若角β的终边所在直线经过点$Q(-\sqrt{2},\sqrt{2})$，并且$\beta\in(-360°,360°)$，求角β.

第二课　角的概念的推广(二)

学习目标

1. 进一步理解终边相同的角、区间角、象限角、轴线角等概念，并能准确表示.

2. 熟记轴线角及象限角的表示方法与常见形式.

目标训练

【一层练习】

1. 若角α和β的终边相同，则一定有（　　）

A. $\alpha+\beta=180°$

B. $\alpha+\beta=0°$

C. $\alpha+\beta=k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$

D. $\alpha-\beta=k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$

2. 集合$S=\{\alpha|k\cdot360°+90°<\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$，则角$\alpha$的终边落在第________象限.

互动小结：

1°终边相同的角相差__________周角(360°).

2°若角属于某区间，要判定其所属象限，关键是判定其区间端点对应角的________，然后利用__________确定该角

所在象限.

【二层练习】

3. 下列说法正确的是 ( )

A. $-590°$角是第三象限的角

B. $0°$角是第一象限的角

C. 终边在坐标轴上的角不属于任何象限

D. 若 $k\cdot360°-90°<\alpha<k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$,则角 α 是第一象限的角

4. 设集合 $A=\{\theta|\theta$ 为锐角$\}$,$B=\{\theta|\theta$ 为小于 $90°$ 的角$\}$;$C=\{\theta|\theta$ 为第一象限的角$\}$,$D=\{\theta|\theta$ 为小于 $90°$ 的正角$\}$,则下列关系成立的是 ( )

A. $A=B=C=D$　　B. $B=C$

C. $A=C$　　D. $A=D$

互动小结:

1°注意区分下列各角:

①0°到 90°的角;②第一象限的角;③锐角;④小于 90°的角;⑤0°~90°的角.

"0° 到 90° 的角"指的是一个前闭后开区间:________;

"第一象限的角"可以表示为:________________;

"锐角"指的是:________;

"小于 90°的角"指的是:________;

0°~90°的角指的是一个闭区间:________.

2°终边相同的角、象限角、轴线角、区间角是几类常见的角,其概念本质不同,但相互联系.

【三层练习】

5. 分别写出角的终边落在第一象限,第三象限的角 α 的表示形式.

互动小结:

1°轴线角:终边在坐标轴上的角.

终边在 x 轴上的角的集合:$S=$________.

终边在 y 轴上的角的集合:$S=$________________.

终边在坐标轴上的角的集合:$S=$________.

终边在四个象限的角平分线上的角的集合:

$S=$________.

注意:上述结果的表述形式不是唯一的.

如终边在 y 轴上的角的集合还可以表示为:$S=\{\beta|\beta=(2k+1)\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边在四个象限的角平分线上的角的集合还可以表示为:$S=\{\beta|\beta=45°+k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

2°象限角的表示

第一象限的角表示为:________________.

第二象限的角表示为:________________.

第三象限的角表示为:________________.

第四象限的角表示为:________________.

典型范例

【例 1】已知角 α 是第二象限角,试确定 $180°+\alpha$、$-\alpha$、$180°-\alpha$分别是第几象限的角.

【解析】因为 α 为第二象限角,

则 $90°+k\cdot360°<\alpha<180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$.

所以 $270°+k\cdot360°<180°+\alpha<360°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$;

$-180°-k\cdot360°<-\alpha<-90°-k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$;

$-k\cdot360°<180°-\alpha<90°-k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$.

所以 $180°+\alpha$ 为第四象限角,$-\alpha$ 为第三象限角,$180°-\alpha$ 为第一象限角.

互动小结:

$\alpha+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$可以看成将角 α 逆时针或顺时针旋转 $|k|$周.

【例 2】当 α 是第三象限角时,试求 2α、$\frac{\alpha}{2}$ 的范围,并用单位圆表示.

【解析】因为 α 是第三象限的角,

所以 $180°+k\cdot360°<\alpha<270°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$.

(1)$360°+2k\cdot360°<2\alpha<540°+2k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$.

所以 2α 是第一象限、第二象限或角的终边在 y 轴的非负半轴上的角.

(2)因为 $90°+k\cdot180°<\frac{\alpha}{2}<135°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}$.

当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$时,

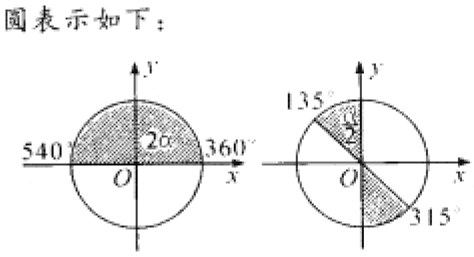
$90°+n\cdot360°<\frac{\alpha}{2}<135°+n\cdot360°$,故$\frac{\alpha}{2}$是第二象限的角;

当 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$时,

$270°+n\cdot360°<\frac{\alpha}{2}<315°+n\cdot360°$,则$\frac{\alpha}{2}$是第四象限的角.

所以$\frac{\alpha}{2}$是第二象限或第四象限的角.

用单位圆表示如下:



互动小结:

1°轴线角不属于任何象限,因此,在解例 2 第(1)小问时,

不可遗漏终边落在 y 轴非负半轴上的情况；

2°判断角在哪个象限，关键是将角的范围化到 0°到 360°的范围后再进行判断，因此必须将角或角的区间端点值转化为 $k\cdot360°+\alpha$（其中 $\alpha\in[0°,360°)$）的形式.

技巧平台

1. 本节课的重点是终边落在第一、二、三、四象限的角的集合表示，以及根据角的几何表示，利用数形结合来探究角的集合表示形式，这是学习三角函数的基础，必须认真体会并掌握.

2. 象限角与区间角既有联系又有区别，区间角是指终边落在某个区间内的所有角，而象限角是特殊的区间角.

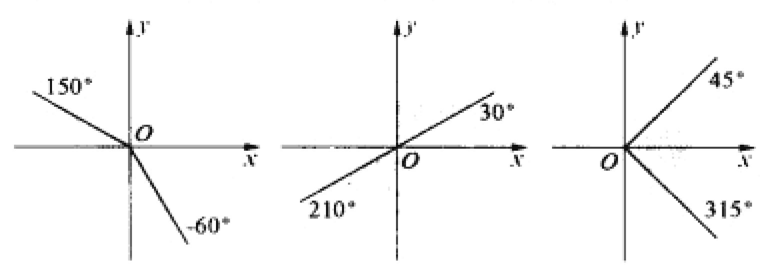
3. 根据 α 所在象限，确定 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限的结果如下表：

角 α 所在象限	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
角 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限	Ⅰ、Ⅲ	Ⅰ、Ⅲ	Ⅱ、Ⅳ	Ⅱ、Ⅳ

达标练习

1. 下列命题中正确的是　　(　　)
   A. 三角形的内角必是一、二象限的角
   B. 第一象限的角必是锐角
   C. 不相等的角终边一定不相同
   D. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°\pm90°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\beta|\beta=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$
2. 设 $A=\{$锐角$\}$，$B=\{$小于 90°的角$\}$，则以下正确的是　　(　　)
   A. $A=B$　　B. $A\subseteq B$
   C. $A\supseteq B$　　D. 以上都不对
3. 若 $\alpha=k\cdot180°(k\in\mathbf{Z})$，则 α 的终边在　　(　　)
   A. x 轴的非负半轴上
   B. x 轴的非正半轴上
   C. x 轴的非负半轴或非正半轴上
   D. y 轴的非正半轴或非负半轴上
4. 在直角坐标系中，若角 α 与 β 的终边关于 x 轴对称，则角 α 与角 β 的关系一定是　　(　　)
   A. $\alpha=-\beta$
   B. $\alpha+\beta=k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$
   C. $\alpha-\beta=k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$
   D. 以上都不对
5. 一、三象限的角可统一表示为____________________.
6. 如果角 4α 与角 60°的终边相同，则满足条件 $0°<\alpha<360°$ 的角 α 的集合为____________________.
7. 已知集合 $A=\{\alpha|k\cdot360°+30°<\alpha<k\cdot360°+120°,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\alpha|k\cdot180°+60°<\alpha<k\cdot180°+135°,k\in\mathbf{Z}\}$，求集合 $A\cap B$.

8. 写出下列图象中阴影部分表示的角的集合(包括边界).



(1)　　(2)　　(3)

第三课　弧度制(一)

学习目标

1. 理解弧度制的意义.

2. 掌握弧度制与角度制的换算关系，能正确进行角度与弧度的换算.

3. 熟记特殊角的弧度数和区间角、象限角的弧度制表示形式，会用弧度制表示终边相同的角.

目标训练

【一层练习】

1. 周角的________为 1 度的角，用________做单位来度量角的单位制叫做**角度制**.
2. 把长度等于________的圆弧所对的圆心角叫做 1 **弧度的角**，用________做单位来度量角的单位制叫**弧度制**.

互动小结：

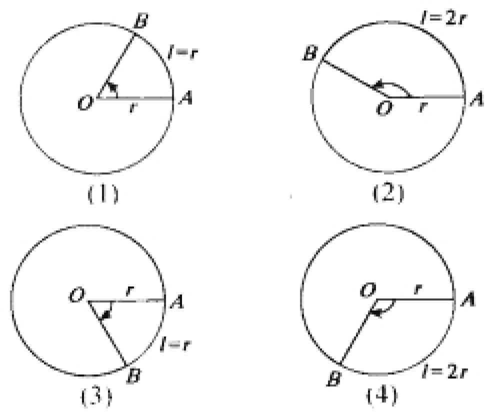
1°角度制：规定周角的________为1度的角，这种用度为单位来度量角的单位制叫做________.

2°弧度制：把长度等于________的弧所对的圆心角叫做1弧度的角，用弧度作为单位来度量角的单位制，叫做________.

像1°的大小不因圆的大小而改变，角度大小是一个与圆的半径无关的量一样，1弧度的大小等于________的弧所对的圆心角的大小，其值也不因圆的大小而改变，弧度数也是一个与圆的半径无关的量.

【二层练习】

3. 如图，设圆的半径为 r.



(1)圆心角$\angle AOB$所对弧长$l=r$，则$\angle AOB$的弧度数为______；

(2)圆心角$\angle AOB$所对弧长$l=2r$，则$\angle AOB$的弧度数为______；

(3)圆心角$\angle AOB$所对弧长$l=r$，则$\angle AOB$的弧度数为______；

(4)圆心角$\angle AOB$所对弧长$l=2r$，则$\angle AOB$的弧度数为______.

4. 把下列角度化为弧度，弧度化为角度.

$360°=$________rad；　$180°=$________rad；

$1°=$________rad；

$\frac{\pi}{3}$rad$=$______；$\frac{\pi}{4}$rad$=$______；$\frac{5\pi}{6}$rad$=$________；

1rad$=$__________.

互动小结：

1°正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是0；角α的弧度数的绝对值：$|\alpha|=$________.其中l是以角α作为圆心角时所对弧的长，R是圆的半径.

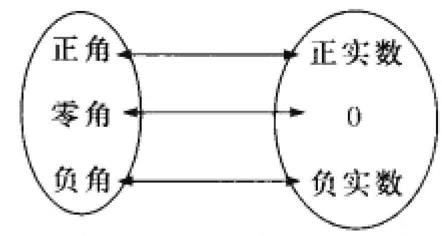
2°角度与弧度的换算：

$360°=$________rad；$1°=$________rad；1rad$=$________

3°特殊角的度数与弧度数的对应表：

度	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
度	$120°$	$150°$	$180°$	$270°$	$360°$
弧度	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

4°角的概念推广后，无论是用角度制还是用弧度制，都在角的集合与实数集$\mathbf{R}$之间建立了一种一一对应的关系：



每一个角都有唯一的一个实数与它对应(例如这个角的弧度数或度数)；反过来，每一个实数(例如弧度数或度数等这个实数的角)也都有唯一的一个角与它对应.

【三层练习】

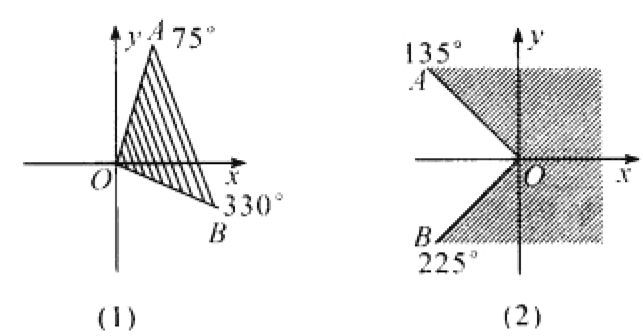
5. 将下列角化成$2k\pi+\alpha,k\in\mathbf{Z},\alpha\in[0,2\pi)$的形式：

(1)$\frac{23}{4}\pi$；　　(2)$-\frac{20}{3}\pi$；

(3)$870°$；　　(4)$-105°$.

典型范例

【例1】用弧度制表示顶点在原点，始边重合于x轴的非负半轴，终边落在阴影部分内的角的集合(不包括边界).



【分析】先将阴影部分的边界所对应的角用弧度制表示，并写出与其终边相同的角的表示式，然后利用不等式表示角的范围.

【解析】(1)中以OB为终边的角为$330°$，可看成$-30°$，化为弧度即$-\frac{\pi}{6}$，而$75°=\frac{5\pi}{12}$.

所以阴影部分内的角的集合为

$\{\theta|2k\pi-\frac{\pi}{6}<\theta<2k\pi+\frac{5\pi}{12},k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)中以OB为终边的角为$225°$，可看成$-135°$，化为弧度即$-\frac{3\pi}{4}$，而$135°=\frac{3\pi}{4}$.

所以阴影部分内的角的集合为

$\{\theta|2k\pi-\frac{3\pi}{4}<\theta<2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$.

【例2】角α以x轴的正半轴为始边，终边OP过点$(-\sqrt{3},-1)$.

(1)用弧度制写出以OP为终边的所有角的集合；

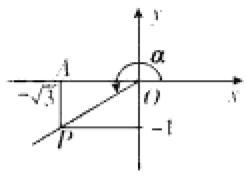
(2)写出以OP为终边，且在区间$(-5\pi,5\pi)$内对应的角的集合.

【分析】(1)先在$[0,2\pi)$范围内计算终边过点$(-\sqrt{3},-1)$的对角的角的弧度数，然后由终边相同的弧度制表示形式

$2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$表示全体角.

(2)在(1)的基础上解不等式$-5\pi<2k\pi+\alpha<5\pi,k\in\mathbf{Z}$,确定整数$k$的值即可.

【解析】(1)如图,在$Rt\triangle OAP$中,



$OA=\sqrt{3},AP=1$,

则$\tan\angle AOP=\dfrac{AP}{OA}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

所以$\angle AOP=\dfrac{\pi}{6}$,所以$\alpha=\pi+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{7\pi}{6}$.

故以OP为终边的所有角的集合$S=\{\beta|\beta=2k\pi+\dfrac{7\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)由$-5\pi<2k\pi+\dfrac{7\pi}{6}<5\pi,k\in\mathbf{Z}$,

得$-\dfrac{37}{12}<k<\dfrac{23}{12},k\in\mathbf{Z}$.

从而$k=-3,-2,-1,0,1$.

故以OP为终边且在区间$(-5\pi,5\pi)$内对应的角的集合为$\{-6\pi+\dfrac{7\pi}{6},-4\pi+\dfrac{7\pi}{6},-2\pi+\dfrac{7\pi}{6},\dfrac{7\pi}{6},2\pi+\dfrac{7\pi}{6}\}$,

即$\{-\dfrac{29\pi}{6},-\dfrac{17\pi}{6},-\dfrac{5\pi}{6},\dfrac{7\pi}{6},\dfrac{19\pi}{6}\}$.

互动小结:

1°角度制下的角化为$2k\pi+\alpha,k\in\mathbf{Z},\alpha\in[0,2\pi)$的形式,必须先将角度化为弧度.

2°弧度制下,与角$\alpha(\alpha\in[0,2\pi))$终边相同的角表示为__________.

技巧平台

1.本节课的重点是理解弧度制的意义,能正确地进行弧度与角度的换算.弧度的概念及其与角度的关系是难点.

2.弧度制

(1)1弧度的角:长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做1弧度的角.

规定:正角的弧度数为正数,负角的弧度数为负数,零角的弧度数为0.

任一已知角α的弧度数的绝对值$|\alpha|=\dfrac{l}{R}$,其中l为以角α作为圆心角时所对的圆弧的长,R为圆的半径.

(2)这种用"弧度"作单位来度量角的制度叫做弧度制.

(3)比值$\dfrac{l}{R}$与所取的半径大小无关,而仅与角的大小有关.

3.弧度与角度的换算

(1)$360°=2\pi$ rad,　$180°=\pi$ rad.

$1°=\dfrac{\pi}{180}\text{rad}\approx0.01745\text{rad}$,

$1\text{rad}=(\dfrac{180}{\pi})°\approx57.30°\approx57°18'$.

(2)用弧度为单位表示角时,通常把"弧度"二字或"rad"省略不写.

(3)牢记特殊角的度数与弧度数的互化.

达标练习

1.一条弦的长等于半径的$\dfrac{1}{2}$,这条弦所对的圆心角为　(　　)

A.$\dfrac{\pi}{3}$ rad　　B.$\dfrac{1}{2}\pi$ rad

C.1 rad　　D.以上都不对

2.将分针拨快10分钟,则分针转过的弧度数是　(　　)

A.$\dfrac{\pi}{3}$ rad　　B.$-\dfrac{\pi}{3}$ rad

C.$\dfrac{\pi}{5}$ rad　　D.$-\dfrac{\pi}{5}$ rad

3.把$-\dfrac{8\pi}{3}$化为度,225°化为弧度,其中正确的一组是　(　　)

A.$-960°,\dfrac{7\pi}{4}$　　B.$-480°,\dfrac{5\pi}{4}$

C.$-120°,\dfrac{3\pi}{4}$　　D.$-60°,\dfrac{5\pi}{6}$

4.在半径为2 cm的圆中,有一条弧长为$\dfrac{\pi}{3}$ cm,它所对的圆心角为　(　　)

A.$\dfrac{\pi}{6}$　　B.$\dfrac{\pi}{3}$

C.$\dfrac{\pi}{2}$　　D.$\dfrac{2\pi}{3}$

5.用弧度制表示:

(1)终边在x轴上的角的集合为__________;

(2)终边在y轴上的角的集合为__________;

(3)终边在坐标轴上的角的集合为__________.

6.若三角形的三内角之比为1∶2∶3,则这个三角形的三内角的弧度数分别为__________.

7.已知$\triangle ABC$的三内角A、B、C成等差数列,且$A-C=\dfrac{\pi}{3}$,求$\cos^2A+\cos^2B+\cos^2C$的值.

8.自行车大链轮有48个齿,小链轮有20个齿,彼此由链条连接,当大链轮转过一周时,小链轮转过的角度是多少度?多少弧度?

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第四课　弧度制(二)

学习目标

1. 进一步掌握弧度与角度的换算关系.
2. 熟悉用弧度制表示的特殊角的三角函数的函数值.
3. 掌握弧长公式和扇形面积公式,并能准确应用.

目标训练

【一层练习】

1. 计算:

(1)$\sin\frac{\pi}{4}=$__________;(2)$\cos\frac{\pi}{3}=$__________;

(3)$\tan\frac{\pi}{6}=$__________.

2. 半径为 3 m 的圆中有一条弧的长度是$\frac{\pi}{2}$ m,此弧所对的圆周角是 (　　)

A. 30°　　B. 15°

C. 40°　　D. 20°

互动小结:

1°角度制与弧度制的换算:关键抓住 $180°=\pi$ rad;

2°特殊角的弧度表示:要求记住一些特殊角的弧度表示形式.

【二层练习】

3. 一钟表的分针长为 5,经过 20 分钟,分针的端点转过的弧长是 (　　)

A. $\frac{3\pi}{5}$　　B. 10

C. $\frac{10}{3}$　　D. $\frac{10\pi}{3}$

4. 已知扇形 AOB 的圆心角 $\alpha=120°$,半径 $r=3$,则扇形面积为__________.

互动小结:

1°弧长公式与扇形面积公式:

$l=$________;$S=$______________.

2°应用弧长公式、扇形面积公式时,要注意圆心角 α 的单位必须是________.

【三层练习】

5. 一个半径为 R 的扇形,它的周长为 $4R$,求这扇形所含弓形的面积.

互动小结:

弓形面积计算公式:$S_{弓}=S_{扇}-S_{\triangle}$.

典型范例

【例 1】已知$\frac{\alpha}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$,求$\frac{\alpha}{2}$,并指出角$\frac{\alpha}{2}$的终边的位置.

【解析】因为$\frac{\alpha}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$,所以$\alpha=6k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$.

所以$\frac{\alpha}{2}=3k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$.

当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$ 时,$\frac{\alpha}{2}=2\cdot(3n)\pi+\frac{\pi}{2}(n\in\mathbf{Z})$,其终边为 y 轴的正半轴;

当 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$ 时,$\frac{\alpha}{2}=2\cdot(3n+1)\pi+\frac{3\pi}{2}(n\in\mathbf{Z})$,其终边为 y 轴的负半轴.

综上可知,角$\frac{\alpha}{2}$的终边落在 y 轴上.

【例 2】一个扇形的周长为 30,当它的半径 r 与圆心角 θ 各取何值时,扇形的面积最大?并求出最大值.

【解析】设弧长为 l,则 $l+2r=30$,即 $l=30-2r$.

由 $0<l<2\pi r$,得 $0<30-2r<2\pi r$,即$\frac{15}{\pi+1}<r<15$.

所以 $S_{扇}=\frac{1}{2}lr=-r^2+15r=-(r-\frac{15}{2})^2+\frac{225}{4}\leq\frac{225}{4}$.

当 $r=\frac{15}{2}\in(\frac{15}{\pi+1},15)$ 时,

$S_{最大}=\frac{225}{4}$,此时,$r=\frac{15}{2}$,$l=15$,所以 $\theta=\frac{l}{r}=2$.

互动小结:

求函数的最值时,注意由题设情境确定自变量的取值范围.

技巧平台

1. 本课的重点是进一步理解和掌握弧度制的意义、换算及有关应用. 体会弧度制的建立不仅仅是提供了一种新的度量角度的制度,更重要的是它使今后在研究或解决与角的问题时更直接、更方便.

2. 在学习时要注意以下几点:

(1)在表示角的集合时,一定要使用统一的单位(统一制度). 只能用角度制或弧度制的一种,绝对不能混用. 例如$\{\alpha|\alpha=2k\pi+45°,k\in\mathbf{Z}\}$这样的表示是错误的.

(2)在应用弧长公式:$l=|\alpha|R$ 和扇形面积公式 $S_{扇形}=\frac{1}{2}l\cdot R=\frac{1}{2}|\alpha|\cdot R^2$ 时,要注意上述公式中的角 α 必须是弧度;在角度制下弧长公式为:$l=\frac{n\pi R}{180}$,扇形面积公式为:$S_{扇形}=\frac{n}{360}\pi R^2$.

(3)将角化为$\alpha+2k\pi(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in\mathbf{Z})$的形式后，便于判断角所在的象限，也便于求三角函数值，因此是一种重要的变形，具体变形时，可将所求的角中分离出π的偶数倍，再把余下角化成0到2π内的角.

达标练习

1. 下列各式中，值等于$\frac{1}{2}$的是 ( )

A. $\cos\frac{2\pi}{3}$　　B. $\sin\frac{5\pi}{6}$

C. $\tan\frac{3\pi}{4}$　　D. $\sin\frac{\pi}{3}$

2. 若α为锐角，则$(2k-1)\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$所在的象限是 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 若角$\alpha=\frac{5\pi}{6}$，则点$P(\cos\alpha,\sin\alpha)$所在象限是 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

4. 若$\frac{\theta}{2}$为第二象限的角，则θ ( )

A. 必为第四象限的角

B. 必为第二、四象限的角

C. 必为第三、四象限的角

D. 不可能为第一、二象限的角

5. 若$-3\pi<\alpha<-\pi$，且α与$\frac{5\pi}{4}$的终边相同，则$\alpha=$ ________.

6. 在半径为5 cm的轮上有一条长为6 cm的弦，M为该弦的中点，轮子以4弧度/秒的角速度旋转，求经过10秒钟后M转过的弧长.

7. (1)在已知圆内，1弧度的圆心角所对的弦长为2，则这个圆心角所对弧长为多少？

(2)扇形AOB的面积为1 cm^2，它的周长为4 cm，求它的圆心角和弦AB的长.

第五课　任意角的三角函数(一)

学习目标

1. 理解任意角的正弦、余弦、正切的定义，了解余切、正割、余割的定义.

2. 掌握正弦、余弦、正切函数的定义域.

3. 会根据已知角的终边上一点(或终边的位置)求角的三角函数值.

4. 掌握某些特殊角的三角函数值.

目标训练

【一层练习】

1. 锐角三角函数是怎样定义的？

2. 锐角三角函数的定义能否推广到任意角？任意角的三角函数可怎样定义？

互动小结：

任意角的三角函数的定义：设 $P(x,y)$ 为 α 终边上任意一点，$r=\sqrt{x^2+y^2}>0$，则

$\sin\alpha=$________；　$\cos\alpha=$________；

$\tan\alpha=$________；　$\cot\alpha=$________；

$\sec\alpha=$________；　$\csc\alpha=$________.

【二层练习】

3. 填写下表：

三角函数	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
定 义 域	____	____	________________

4. 已知角 α 的终边经过点 $P(-4,3)$，求角 α 的六个三角函数值.

互动小结：

已知角的终边上一点的坐标或已知角的终边的位置，就可求出这个角的所有三角函数值.

【三层练习】

5. 求下列各角的六个三角函数值：

(1)0；　(2)$\frac{\pi}{2}$；　(3)$\frac{3}{4}\pi$.

典型范例

【例 1】已知角 α 的终边在射线 $y=-3x(x\geqslant0)$ 上，求 $10\sin\alpha+\frac{3}{\cos\alpha}$ 的值.

【分析】联想三角函数的定义，只需在 α 的终边上取一点，然后应用三角函数的定义求得 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 的值即可.

【解析】在射线 $y=-3x(x\geqslant0)$ 上取一点 $P(1,-3)$，

则 $r=|OP|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$，

所以 $\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{-3}{\sqrt{10}}=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

所以 $10\sin\alpha+\frac{3}{\cos\alpha}=10\times(-\frac{3\sqrt{10}}{10})+\frac{3}{\frac{\sqrt{10}}{10}}=0$.

【例 2】若角 α 的终边经过点 $P(8a,15a)$ $(a\neq0)$，求 $\log_2|\sec\alpha-\tan\alpha|$ 的值.

【分析】由题意知 $r=17|a|$，因 a 可正可负，所以需就 a 取正值或负值分类讨论.

【解析】$r=\sqrt{(8a)^2+(15a)^2}=17|a|$.

当 $a>0$ 时，$\sec\alpha=\frac{r}{x}=\frac{17a}{8a}=\frac{17}{8}$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{15}{8}$，

$|\sec\alpha-\tan\alpha|=\frac{1}{4}$，

所以 $\log_2|\sec\alpha-\tan\alpha|=\log_2\frac{1}{4}=-2$；

当 $a<0$ 时，$\sec\alpha=\frac{r}{x}=\frac{-17a}{8a}=-\frac{17}{8}$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{15}{8}$，

$|\sec\alpha-\tan\alpha|=4$，

所以 $\log_2|\sec\alpha-\tan\alpha|=\log_2 4=2$.

互动小结：

在利用定义求三角函数值时，计算 r 时，要注意 $r>0$. 本题中，a 的符号不同，P 点所在的象限不同. 因此，求解时要对 a 的符号进行讨论(实质上是对角的终边的位置进行讨论).

技巧平台

1. 任意角的三角函数的定义，不仅是本课的重点，也是整个三角函数学内容的基础，必须理解并掌握.

2. 任意角的三角函数的定义是锐角三角函数的定义的推广，理解时应注意以下几点：

(1)$\frac{y}{r}$，$\frac{x}{r}$，$\frac{y}{x}$，$\frac{x}{y}$，$\frac{r}{x}$，$\frac{r}{y}$ 这六个比值的大小与终边上 P 点的位置无关，只与角 α 的大小有关.

(2)是以角(弧度数或度数)为自变量，比值为函数值的函数，从对应的观点来看，是一种多对一的对应关系.

(3)$\sin\alpha$ 是一个整体符号，不是 sin 与 α 的乘积.

3. 由于任意角的三角函数实质是建立在实数集上的一种特殊对应，即角的集合到比值的集合的多对一的形式的对应，是对一般函数研究的深入与补充，学习中可类比一般函数来学习，其研究的问题与方法可完全移植过来.

4. 确定三角函数的定义域时，主要应抓住分母为零时，比值无意义这一关键. 当且仅当角的终边在坐标轴上时，点 P 的坐标中必有一个为 0. 具体地讲，当 $\alpha=k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时终边上的点的纵坐标 y 为零，以 y 为分母的比值，如余切函数 $\cot\alpha=\frac{x}{y}$ 和余割函数 $\csc\alpha=\frac{r}{y}$ 无意义，即这两个函数的定义域为 $\{\alpha|\alpha\in\mathbf{R},\alpha\neq k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$，同理可得正切函数 $\tan\alpha=\frac{y}{x}$ 与正割函数 $\sec\alpha=\frac{r}{x}$ 的定义域为 $\{\alpha|\alpha\in\mathbf{R},\alpha\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$.

达标练习

1. 在三角函数的定义中,三角函数值的大小 ( )
   A. 与点 P 在终边上的位置有关
   B. 只与角 α 的大小有关
   C. 既与角 α 的大小有关,又与点 P 在终边上的位置有关
   D. 以上说法都不正确
2. 若角 α 的终边上有一点 $P(-3,0)$,则下列函数值不存在的是 ( )
   A. $\sin\alpha$　　B. $\cos\alpha$
   C. $\tan\alpha$　　D. $\cot\alpha$
3. 设角 α 的终边过点 $P(3a,4a)(a\neq 0)$,则下列式子正确的是 ( )
   A. $\sin\alpha=\frac{4}{5}$　　B. $\cos\alpha=\frac{3}{5}$
   C. $\tan\alpha=\frac{4}{3}$　　D. $\cot\alpha=-\frac{4}{3}$
4. 若 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$,且 α 的终边经过 $P(x,2)$,则 P 点的横坐标 x 等于 ( )
   A. $2\sqrt{3}$　　B. $\pm 2\sqrt{3}$
   C. $-2\sqrt{2}$　　D. $-2\sqrt{3}$
5. $\cos270^\circ+\sin180^\circ+\tan0^\circ-\cot90^\circ=$______.
6. 角 β 的终边上一点 $P(x,-\sqrt{3})(x\neq 0)$ 且 $\cos\beta=\frac{x}{2}$,则 $\tan\beta=$______.
7. 若角 α 的终边在函数 $y=-|x|$ 的图象上,求 $\cos\alpha$ 与 $\tan\alpha$ 的值.

8. 已知角 α 的终边上的点 P 与 $A(a,b)$ 关于 x 轴对称($a\neq 0$ 且 $b\neq 0$),角 β 的终边上的点 Q 与 A 关于直线 $y=x$ 对称,求 $\sin\alpha\cdot\sec\beta+\tan\alpha\cdot\cot\beta+\sec\alpha\cdot\csc\beta$ 的值.

第六课　任意角的三角函数(二)

学习目标

1. 进一步理解并掌握任意角的三角函数的定义.
2. 掌握各象限角的三角函数值的符号、诱导公式一.
3. 会运用诱导公式一将求任意角的正弦、余弦、正切函数值分别转化为求 0°到 360°角的三角函数值.

目标训练

【一层练习】

1. 已知角 θ 的终边上一点 $P(x,-2)(x\neq 0)$,且 $\tan\theta=\frac{2}{3}$,则 $x=$______.
2. 设角 α 的终边过点 $P(-6a,-8a)(a<0)$,则 $\sin\alpha$ 的值是 ( )
   A. $-\frac{4}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$
   C. $\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{3}{5}$

互动小结:

三角函数的定义:$\sin\alpha=$______,$\cos\alpha=$______,$\tan\alpha=$______,$\cot\alpha=$______,$\sec\alpha=$______,$\csc\alpha=$______.

【二层练习】

3. 若 θ 是第三象限的角,则下列结论正确的是 ( )
   A. $\sin\theta<0$ 且 $\cos\theta>0$　　B. $\sin\theta>0$ 且 $\cos\theta<0$
   C. $\sin\theta<0$ 且 $\tan\theta>0$　　D. $\sin\theta>0$ 且 $\tan\theta>0$
4. $\tan(2k\pi+\frac{\pi}{6})(k\in\mathbf{Z})$ 的值是 ( )
   A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
   C. $\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{3}$

互动小结:

1°三角函数的符号:根据三角函数的定义,以及各象限内点的坐标的符号,可以得到三角函数的符号,可以这样来记忆:"一全正、二正弦、三正切、四余弦".

2°诱导公式一:由三角函数的定义可以得到终边相同的角的同一三角函数值相等.

$\sin(\alpha+k\cdot 360^\circ)=$______,
$\cos(\alpha+k\cdot 360^\circ)=$______,
$\tan(\alpha+k\cdot 360^\circ)=$______.
(其中 $k\in\mathbf{Z}$)

利用公式一可以把求任意角的三角函数值,转化为求 0°到 360°角的三角函数值.

【三层练习】

5. 判断下列各式的符号

(1)sin2cos3tan4；　　(2)$\sin\frac{39\pi}{8}\cos(-\frac{13\pi}{3})$.

互动小结：

判断三角函数值的符号，其关键是确定角所在的象限，若给定的角不在0°到360°内，可结合公式一将任意角的三角函数值化到0°到360°角的三角函数值来判断符号.

典型范例

【例1】已知$\sin\theta<0$，$\tan\theta>0$，求$\frac{\theta}{2}$所在象限.

【分析】由三角函数值的符号确定θ的所在象限，借助不等式可知$\frac{\theta}{2}$的所在象限.

【解析】由已知可知θ是第三象限的角.

即$2k\pi+\pi<\theta<2k\pi+\frac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，

得$k\pi+\frac{\pi}{2}<\frac{\theta}{2}<k\pi+\frac{3\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$.

当$k=2n(n\in\mathbf{Z})$时，$2n\pi+\frac{\pi}{2}<\frac{\theta}{2}<2n\pi+\frac{3\pi}{4}(n\in\mathbf{Z})$；

当$k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$时，$2n\pi+\frac{3\pi}{2}<\frac{\theta}{2}<2n\pi+\frac{7\pi}{4}(n\in\mathbf{Z})$.

从而可知$\frac{\theta}{2}$是第二或第四象限的角.

【例2】如果θ是第二象限的角，则$\sin(\cos\theta)\cdot\cos(\sin\theta)$的值是什么符号？

【分析】本例在分析求解时应充分注意：

(1)由三角函数的定义可知，对任意的θ有：$-1\leqslant\sin\theta\leqslant1$，$-1\leqslant\cos\theta\leqslant1$.

(2)对确定的θ，$\cos\theta$和$\sin\theta$都是确定的实数，在本题中它们分别作为三角函数中的角(弧度).

【解析】因为$\sin\theta=\frac{y}{r}$，$\cos\theta=\frac{x}{r}$，又θ在第二象限，所以$-r<x<0$，$0<y<r$，从而$0<\sin\theta<1$，$-1<\cos\theta<0$.

所以$\sin\theta$在第一象限，$\cos\theta$在第四象限，

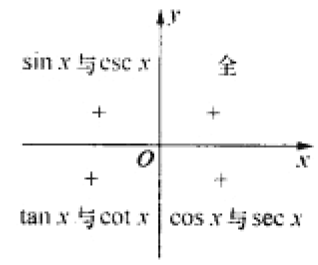
故$\sin(\cos\theta)<0$，$\cos(\sin\theta)>0$，

所以$\sin(\cos\theta)\cdot\cos(\sin\theta)<0$.

技巧平台

1. 本节课的重点是掌握三角函数值在各象限内的符号和利用诱导公式一求有关三角函数值.

2. 由三角函数的定义就可以导出三角函数值的象限符号. 如讨论$\sin\alpha$在四个象限的符号，根据定义$\sin\alpha=\frac{y}{r}$及条件$r>0$，得$\sin\alpha$的符号就取决于y的符号，也就容易得$\sin\alpha$在一、二、三、四象限的符号分别是"+"、"+"、"−"、"−". 因此，三角函数的符号由象限决定，一般地如上图所示.



3. 由三角函数的定义可以得到终边相同的角的同名三角函数值相等，即诱导公式一.

达标练习

1. α是三角形的内角，则$\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$，$\cot\alpha$可能取负值的有　　(　　)

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

2. 若$\sin\alpha\tan\alpha<0$，则角α的终边在　　(　　)

A. 第二、三象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第二、四象限

3. 若角α的终边过点$P(2a,3a)(a\neq0)$，下列不等式中正确的是　　(　　)

A. $\sin\alpha\tan\alpha<0$　　B. $\sin\alpha\cos\alpha<0$

C. $\cos\alpha\tan\alpha<0$　　D. $\sin\alpha\cos\alpha>0$

4. θ是第三象限的角，且满足$|\sin\frac{\theta}{2}|=-\sin\frac{\theta}{2}$，则$\frac{\theta}{2}$是　　(　　)

A. 第一象限的角　　B. 第二象限的角

C. 第三象限的角　　D. 第四象限的角

5. 若α是第二象限的角，则点$A(\sin\alpha,\cos\alpha)$在第________象限.

6. 若$x\in(-\frac{4\pi}{3},-\frac{5\pi}{4})$，则$\frac{\sin x}{|\sin x|}+\frac{|\cos x|}{\cos x}+\frac{\tan x}{|\tan x|}+\frac{|\cot x|}{\cot x}$的值是________.

7. 计算：$\sin(-\frac{11\pi}{6})+\cos\frac{12\pi}{5}\cdot\tan4\pi-\cos\frac{13\pi}{3}$.

8. 已知$\sin2\alpha<0$，且$|\cos\alpha|=-\cos\alpha$，问点$P(\sin\alpha,\cos\alpha)$在第几象限？

第七课 任意角的三角函数(三)

学习目标

1. 进一步掌握任意角的三角函数的定义、象限符号及诱导公式一.

2. 了解任意角 α 对应的正弦线、余弦线、正切线的意义.

3. 能利用正弦线、余弦线、正切线探究简单的三角函数问题.

目标训练

【一层练习】

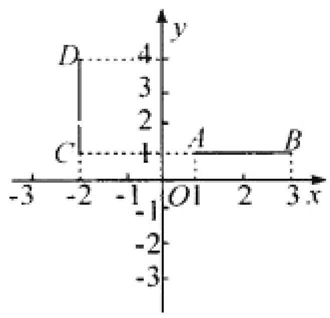
1. 什么叫有向线段?如图,写出下列有向线段的值:

$AB=$____;

$BA=$____;

$CD=$____;

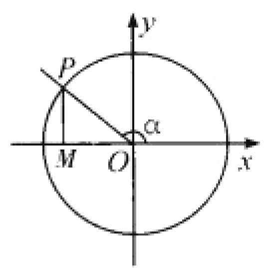
$DC=$____.



2. 设任意角 α 的顶点在原点 O,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边与单位圆相交于 $P(x,y)$,如右图,试用有向线段表示下列三角函数:

$\sin\alpha=$________;$\cos\alpha=$________;

$\tan\alpha=$________.



互动小结:

1°有向线段:__________的线段,叫做**有向线段**.

2°三角函数线:设任意角 α 的终边与单位圆相交于点 P,过 P 作 x 轴的垂线,垂足为 M,过点 $A(1,0)$ 作单位圆的切线交 α 的终边或其反向延长线于 T,则有向线段________、________、________分别称为 α 角的**正弦线、余弦线、正切线**.

【二层练习】

3. 作出下列各角的正弦线、余弦线、正切线.

(1)$\frac{\pi}{4}$;　　(2)$-\frac{7\pi}{6}$;

(3)$\frac{4\pi}{3}$;　　(4)$-\frac{\pi}{6}$.

互动小结:

求作三角函数线要把握好三点:(1)作单位圆;(2)作有向线段;(3)把握方向.

【三层练习】

4. 已知下列各角的函数值或取值范围,在单位圆中,分别作出各角的终边或所在区域,并表示出来.

(1)$\sin\alpha=\frac{1}{2}$;　(2)$\tan\gamma=\frac{\sqrt{3}}{3}$;　(3)$\cos\beta\geqslant-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

互动小结:

三角函数线是三角函数的几何表示,利用三角函数线可以形象地找出符合某些条件的角及其范围.如已知某种三角函数值,可以利用三角函数线找到相应的角;已知三角函数值的范围可以找到相应角的范围.

典型范例

【例 1】已知 $\alpha\in[0,2\pi)$,且点 $P(\sin\alpha-\cos\alpha,\tan\alpha)$ 在第一象限,求 α 的取值范围.

【分析】综合条件 $\alpha\in[0,2\pi)$ 且 $\tan\alpha>0$ 可知,$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})\cup(\pi,\frac{3\pi}{2})$.又由条件 $\sin\alpha-\cos\alpha>0$,即 $\sin\alpha>\cos\alpha$,借助正余弦三角函数线分析 α 终边的变化趋势便可获得 α 的取值范围.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com