

万水CAE技术丛书



李 围 编著
沈 进 审校

隧道及地下工程

FLAC解析方法

理论+应用 深入剖析隧道及地下工程领域经典实例



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

万水 CAE 技术丛书

隧道及地下工程 FLAC 解析方法

李 围 编著

冼 进 审校



内 容 提 要

本书以工程实例为主，深入浅出地介绍 FLAC 原理与其在隧道及地下工程力学行为分析中的应用。首先介绍 FLAC 程序的基本情况及其在岩土工程中的应用概况；然后介绍 FLAC3D 的基本原理，FISH 语言入门指南及求解隧道及地下工程问题的基本过程实例，FLAC 本构模型与单元、FISH 语言及建模技术，最后，在介绍隧道及地下工程设计与施工方法的基础上，重点介绍采用 FLAC3D 程序进行隧道及地下工程力学行为分析的工程实例，包括双线铁路隧道施工过程数值模拟分析、分离式公路隧道施工过程数值模拟分析和地铁盾构隧道施工过程分析及施工过程三维仿真分析。

本书内容主要为 FLAC 原理、FISH 语言及其应用、隧道及地下工程设计与施工方法以及工程实例，内容丰富全面、实例通俗易懂，适合作为高等学校隧道及地下工程及相关专业的学生和研究生的学习用书，也可作为从事隧道及地下工程专业工作的科研人员的参考用书。

**本书配套的命令流文件可以从中国水利水电出版社网站免费下载，网址为：
[http://www.waterpub.com.cn/softdown/。](http://www.waterpub.com.cn/softdown/)**

图书在版编目 (CIP) 数据

隧道及地下工程 FLAC 解析方法 / 李围编著. —北京：中
国水利水电出版社，2009

(万水 CAE 技术丛书)

ISBN 978-7-5084-6042-0

I . 隧… II . 李… III . 隧道工程—数值计算—应用软件，
FLAC IV . TU17 U45

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 174830 号

书 名	万水 CAE 技术丛书 隧道及地下工程 FLAC 解析方法
作 者	李围 编著 洗进 审校
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68367658 (营销中心)、82562819 (万水) 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
经 售	北京万水电子信息有限公司 北京蓝空印刷厂
排 版	184mm×260mm 16 开本 17 印张 412 千字
印 刷	2009 年 3 月第 1 版 2009 年 3 月第 1 次印刷
规 格	0001—4000 册
版 次	35.00 元
印 数	
定 价	

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前　　言

FLAC3D 是美国 ITASCA 国际咨询与软件开发公司开发的三维有限差分数值模拟软件，是应用于基础工程、隧道工程和边坡工程以及采矿工程的通用软件，是国际岩土工程学术界指定的分析软件。

ITASCA 咨询集团公司成立于 1981 年，由美国明尼苏达大学土木与矿业工程系 Charles Fairhurst 博士等人联合创办。经过 20 余年的发展，ITASCA 咨询集团公司已经成为一家从事岩土工程咨询和软件开发的国际公司，服务领域涵盖采矿、土木、石油、核废料处理和环境工程等。

本书特点

本书以工程实例为主，深入浅出地介绍 FLAC 原理与隧道及地下工程解析指南。首先介绍 FLAC 程序的基本情况及其在岩土工程中的应用概况；然后介绍 FLAC3D 的基本原理，FISH 语言入门指南及求解隧道及地下工程问题的基本过程实例，FLAC 本构模型与单元，FISH 语言及建模技术；最后，在介绍隧道工程设计与施工方法的基础上，重点介绍采用 FLAC3D 程序进行隧道及地下工程力学行为分析的工程实例，包括双线铁路隧道施工过程数值模拟分析、分离式公路隧道施工过程数值模拟分析和地铁盾构隧道施工过程分析及施工过程三维仿真分析。

主要内容

本书共分 8 章，具体内容安排如下：

第 1 章 FLAC 程序概述。介绍基于有限差分数值分析原理的 FLAC 程序基本情况、FLAC 程序求解基本过程实例，包括基本步骤、问题描述、模型建立、材料本构模型的选择、边界条件的处理、加载与求解、计算结果分析等。

第 2 章 FLAC3D 原理及入门指南。介绍有限差分数值模拟软件 FLAC3D 原理及其入门知识。最后，介绍 FLAC3D 的基本命令以及内置 FISH 语言入门知识，并以一圆形隧道为例介绍 FLAC3D 程序的应用情况。

第 3 章 FLAC 本构模型与单元。介绍有限差分数值模拟原理、本构方程和有限差分方程、有限差分数值模拟分析的求解步骤，最后介绍基于 MORH-COULOMB 塑性模型的增量弹性理论、屈服准则、流动法则和塑性应力调整的有限差分形式。

第 4 章 FISH 语言及建模技术。介绍 FLAC 编程 FISH 语言的相关用法，最后介绍 FLAC 程序中模型网格建立的若干技术。

第 5 章 隧道及地下工程设计与施工方法。介绍隧道及地下工程的发展历史，重点论述隧道及地下工程的设计方法，最后介绍隧道及地下工程的施工方法。

第 6 章至第 8 章在介绍隧道及地下工程设计与施工方法的基础上，重点介绍采用 FLAC3D 程序进行隧道及地下工程力学行为分析的工程实例，包括双线铁路隧道施工过程数值模拟分析、分离式公路隧道施工过程数值模拟分析和地铁盾构隧道施工过程分析及施工过程三维仿真分析。

本书实例全部以程序的方式进行讲解，本书中所有实例的命令流文件可以到中国水利水电出版社网站（<http://www.waterpub.com.cn/softdown/>）免费下载，以供学习研究之用。

读者对象

本书内容丰富全面、实例通俗易懂，适合作为高等学校隧道及地下工程专业的学生和研究生的学习用书，也可作为从事隧道及地下工程专业工作的科研人员的参考用书。

编者与致谢

本书由李围编著，洗进审校。在本书的写作过程中，余禹和贾军政参与了部分内容的整理工作，在此表示感谢。另外，参与本书编写工作的还有王治国、冯强、曾德惠、许庆华、程亮、周聪、黄志平、胡松、邢永峰、邵军、边海龙、刘达因、赵婷、马鸿娟、侯桐、赵光明、李胜、李辉、侯杰、王红研、王磊、闫守红、康涌泉、李欢、蒋籽倩、王小东、张森、张正亮、宋利梅、何群芬、程瑶等，在此一并表示感谢！

配套服务

由于作者水平所限，加之技术发展迅速，书中错误和不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。我们的联系方式：china_54@tom.com。

编者
2008年12月

目 录

前言

第1章 FLAC 程序概述	1
1.1 FLAC 程序简介	1
1.1.1 FLAC 程序概述	1
1.1.2 ITASCA 公司简介	2
1.1.3 使用手册介绍	3
1.1.4 本构模型、网格生成、边界和初始条件及操作方式	4
1.2 有限差分与其他数值方法的比较	4
1.2.1 岩土工程数值模拟方法	5
1.2.2 有限元法	5
1.2.3 有限体积法	6
1.2.4 有限差分法与其他数值方法的比较	6
1.3 FLAC 程序在岩土工程中的应用概况	7
1.3.1 基础工程	8
1.3.2 隧道及地下工程	12
1.3.3 边坡工程	14
1.3.4 路基工程	16
1.4 本章小结	17
第2章 FLAC3D 原理及入门指南	18
2.1 FLAC3D 基本原理	18
2.1.1 概述	18
2.1.2 空间导数的有限差分近似	19
2.1.3 运动平衡方程	19
2.1.4 应变、应力及节点不平衡力	20
2.1.5 阻尼力	20
2.2 FLAC3D 的有限差分方程	20
2.2.1 本构方程	20
2.2.2 有限差分方程	21
2.3 有限差分求解方法及 FLAC3D 步骤	22
2.3.1 有限差分求解方法	22
2.3.2 岩土工程 FLAC3D 求解过程	23
2.4 FLAC3D 基本命令	23
2.4.1 格式与编辑	23
2.4.2 关键词 range 相关命令	24

2.4.3 常用命令	26
2.5 FISH 语言入门	28
2.5.1 FISH 简介	28
2.5.2 FISH 入门知识	28
2.6 FLAC 程序求解基本过程实例	38
2.6.1 圆形隧道开挖模拟计算	38
2.6.2 模型建立	39
2.6.3 自重应力场模拟计算	45
2.6.4 隧道开挖模拟计算	47
2.6.5 本实例的 FLAC 程序	51
2.7 本章小结	52
第3章 FLAC 本构模型与单元	54
3.1 弹性模型和开挖模型	54
3.1.1 弹性模型	54
3.1.2 开挖模型	56
3.2 M-C 和 D-P 塑性模型	56
3.2.1 Mohr-Coulomb 塑性模型	57
3.2.2 Drucker-Prager 塑性模型	59
3.3 应变硬化—软化模型	62
3.3.1 应变硬化与软化模型	63
3.3.2 节理化模型	64
3.3.3 双线性应变硬化—软化的节理化模型	67
3.4 双屈服、剑桥和霍克布朗模型	71
3.4.1 双屈服模型	71
3.4.2 修正的剑桥粘土模型	75
3.4.3 霍克—布朗模型	78
3.5 梁、衬砌、锚索和桩单元	81
3.5.1 梁单元	81
3.5.2 衬砌单元	83
3.5.3 锚索单元	85
3.5.4 桩单元	89
3.6 二维单元	91
3.6.1 二维岩石锚杆单元	91
3.6.2 二维条形锚单元	92
3.6.3 二维支撑单元	94
3.7 三维单元	95
3.7.1 三维壳体结构单元	95
3.7.2 三维土工格栅单元	97
3.8 本章小结	98

第 4 章 FISH 语言及建模技术	99
4.1 函数变量名定义规则	99
4.1.1 命令行	99
4.1.2 函数和变量名	100
4.2 函数变量操作	107
4.2.1 作用范围	107
4.2.2 数组	108
4.2.3 函数操作	108
4.2.4 函数删除与重定义	110
4.3 数据类型	111
4.3.1 基本类型	111
4.3.2 四则运算与类型转换	111
4.3.3 字符串	112
4.4 控制语句	114
4.4.1 选择	114
4.4.2 条件	114
4.4.3 循环	114
4.4.4 其他控制语句	115
4.5 网格生成	115
4.5.1 网格生成器建模	115
4.5.2 基于 FISH 编程的网格生成	130
4.6 边界条件	134
4.6.1 应力边界	134
4.6.2 位移边界	138
4.7 初始条件与加载顺序	142
4.7.1 初始条件	142
4.7.2 加载顺序	151
4.8 本章小结	156
第 5 章 隧道及地下工程设计与施工方法	157
5.1 隧道及地下工程发展概况	157
5.1.1 发展阶段	157
5.1.2 隧道及地下工程的用途	158
5.1.3 可持续发展的隧道及地下工程	158
5.1.4 隧道及地下工程发展概况	159
5.2 隧道及地下工程设计方法	160
5.2.1 隧道及地下工程设计分析力学模型	160
5.2.2 工程类比法	162
5.2.3 载荷—结构法	163
5.2.4 地层—结构法	164

5.3	隧道及地下工程施工方法概述.....	165
5.3.1	新奥法.....	165
5.3.2	浅埋暗挖法.....	170
5.3.3	明挖法及其变种方法.....	171
5.3.4	盾构法.....	171
5.3.5	沉管法.....	176
5.3.6	辅助工法.....	176
5.4	本章小结	180
第6章	双线铁路隧道施工过程分析	181
6.1	双线铁路隧道设计	181
6.1.1	横断面设计.....	181
6.1.2	防水设计.....	183
6.1.3	施工方案设计.....	183
6.2	V 级围岩施工过程模拟.....	184
6.2.1	模型建立.....	184
6.2.2	自重应力场模拟计算.....	190
6.2.3	隧道左上部分开挖模拟计算.....	192
6.2.4	隧道左下部分开挖模拟计算.....	194
6.2.5	隧道右上部分开挖模拟计算.....	197
6.2.6	隧道右下部分开挖模拟计算.....	200
6.2.7	二衬施作模拟计算.....	202
6.3	IV 级围岩施工过程模拟	203
6.3.1	FLAC3D 程序	203
6.3.2	计算结果.....	205
6.4	III 级围岩施工过程模拟	210
6.4.1	FLAC3D 程序	210
6.4.2	计算结果.....	212
6.5	本章小结	216
第7章	分离式公路隧道施工过程分析	217
7.1	分离式公路隧道设计	217
7.2	IV 级围岩模型建立	221
7.2.1	建模考虑.....	221
7.2.2	右隧道网格生成.....	222
7.2.3	右隧道边界网格生成.....	223
7.2.4	完整模型网格生成.....	225
7.3	自重应力场模拟计算	225
7.3.1	FLAC3D 程序	225
7.3.2	计算结果.....	226
7.4	左隧道施工模拟计算	227

7.4.1 上台阶施工.....	227
7.4.2 下台阶施工.....	229
7.4.3 施作左隧道二次衬砌.....	230
7.5 右隧道施工模拟计算	232
7.5.1 上台阶施工.....	232
7.5.2 下台阶施工.....	234
7.5.3 施作右隧道二次衬砌.....	235
7.6 本章小结	238
第8章 地铁盾构隧道施工过程分析	239
8.1 地铁盾构隧道设计	239
8.1.1 地铁盾构隧道的特点.....	239
8.1.2 盾构隧道施工过程模拟方法.....	239
8.1.3 盾构隧道设计.....	240
8.2 三维模型建立	240
8.3 施工过程模拟计算	243
8.3.1 自重应力场模拟计算.....	243
8.3.2 左隧道施工模拟计算.....	244
8.3.3 右隧道施工模拟计算.....	245
8.4 计算结果	246
8.4.1 自重应力场.....	246
8.4.2 左隧道施工.....	246
8.4.3 右隧道施工.....	253
8.5 本章小结	259
参考文献	260

第1章 FLAC 程序概述

知识点

- FLAC 程序简介
- 有限差分与其他数值方法的比较
- FLAC 程序在土木工程中的应用概况
- FLAC 程序求解基本过程实例

本章导读

本章介绍基于有限差分数值分析原理的 FLAC 程序基本情况，包括 FLAC 程序简介、与其他数值模拟方法的比较以及在土木工程中的应用概况，最后介绍 FLAC 程序求解的基本过程实例，包括基本步骤、问题描述、模型建立、材料本构模型的选择、边界条件的处理、加载与求解、计算结果分析等。

1.1 FLAC 程序简介

本节就 FLAC 程序及 ITASCA 咨询集团公司进行简单介绍，然后介绍程序用户手册内容，本构模型、网格生成、边界和初始条件及操作方式，最后对有限差分与有限元两种数值模拟方法进行了比较分析。

1.1.1 FLAC 程序概述

岩土工程结构的数值解是建立在满足基本方程（平衡方程、几何方程、本构方程）和边界条件下推导的。由于基本方程和边界条件多以微分方程的形式出现，因此，将基本方程近似改用差分方程（代数方程）表示，把求解微分方程的问题改换成求解代数方程的问题，这就是所谓的差分法。差分法由来已久，但差分法需要求解高阶代数方程组，直到计算机的出现才使该法得以实施和发展。

FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) 是由美国 ITASCA 公司开发的。目前，FLAC 有二维和三维计算程序两个版本，二维计算程序 V3.0 以前为 DOS 版本，V2.5 版本仅仅能够使用计算机的基本内存 (64KB)，所以，程序求解的最大节点数仅限于 2000 个以内。1995 年，FLAC2D 已升级为 V3.3 版本，其程序能够使用扩展内存，因此，大大增加了计算规模。FLAC3D 是一个三维有限差分程序，目前已发展到 V2.1 版本。FLAC3D 的输入和一般的数值分析程序不同，它可以用交互方式从键盘输入各种命令，也可以写成命令（集）文件，类似于批处理，由文件来驱动。因此，采用 FLAC 程序进行计算，必须了解各种命令关键词的功能，然后，按照计算顺序，将命令按先后依次排列，形成可以完成一定计算任务的命令文件。

FLAC3D 是二维有限差分程序 FLAC2D 的扩展，采用 ANSI C++ 语言编写，能够进行土质、

岩石和其他材料的三维结构受力特性模拟和塑性流动分析，调整三维网格中的多面体单元来拟合实际的结构。单元材料可采用线性或非线性本构模型，在外力作用下，当材料发生屈服流动后，网格能够适应相应变形和移动（大变形模式）。

FLAC3D 采用的显式拉格朗日算法和混合一离散分区技术能够非常准确地发现模拟材料的塑性破坏和流动。由于无须形成刚度矩阵，因此，采用较小的计算资源就能够求解大范围的三维岩土工程问题。

1.1.2 ITASCA 公司简介

ITASCA 咨询集团公司最早成立于 1981 年，由美国明尼苏达大学土木与矿业工程系五位博士：Charles Fairhurst 博士、Peter Cundall 博士、Barry Brady 博士、Tony Starfield 博士和 Ray Sterling 博士联合创办，最初目的是通过为岩土工程和矿山领域的生产实践活动提供岩石力学和数值计算技术服务来弥补研究经费的欠缺。

经过 20 余年的发展，ITASCA 咨询集团公司已经成为一家从事岩土工程咨询和软件开发的国际公司，服务领域涵盖采矿、土木、石油、核废料处理和环境工程等。目前，ITASCA 在澳大利亚、加拿大、智利、中国、法国、德国、南非、西班牙、瑞典和美国 10 个国家设立了 12 家成员公司。ITASCA 综合了当地化经验和国际视野的优势，可以根据特定问题的需要，随时组建国际化专家团队，用客户的母语提供世界一流水平的技术服务。

ITASCA 在发展过程中吸引了世界一流技术水平的学者和工程专家的加盟，构成了土木、矿山、软件开发等领域的世界级团队。技术人员中约 70% 获得博士学位，现任员工中历任国际岩石力学学会 1 期和副主席 2 期，1 人获国际岩石力学学会 Muller 奖，5 人获 Rocha 奖。目前岩石力学和岩石工程界普遍使用的技术手段，如水压致裂地应力测量、岩石伺服压力机、FLAC、离散元等，都凝结着 ITASCA 专家的智慧和辛勤劳动。

正是由于 ITASCA 专家团队的杰出能力，ITASCA 的工作对象主要集中在超常规工程的关键技术问题，为全世界范围内许多世界重大工程关键问题的论证和技术决策提供世界一流水平的技术服务，这些世界级重大工程包括开挖深度达到千米级的南非 Palabora 边坡和智利 Chuquicamata 边坡，以及开挖深度超过 2000m 量级的近 20 个深埋地下工程，如 Creighton 和 Kidd Creek 等深埋矿山的专题问题技术论证、设计、试验、监测和现场技术指导等工作。

ITASCA 在近年服务于中国工程建设的实践活动中，就锦屏一级、锦屏二级、白鹤滩等大型水电站工程建设中的关键技术问题，先后组织了 R.Brummer 博士（1990 年 Rocha 奖获得者）、M.Board 博士（1995 年 Rocha 奖、2005 年美国岩石力学学会突出贡献奖获得者）、W.Blake 博士（应力解除爆破技术应用的创始人）等来华工作，就这些工程的关键问题提供了专家意见。特别地，2007 年 2 月在锦屏二级水电站辅助洞的短期现场工作，通过设计方案和指导施工单位现场实施的方式，成功地解决了制约工程安全的强岩爆问题，展现了 ITASCA 专家解决工程实际问题的世界一流水准。

ITASCA 艺术般的数值计算软件是目前岩土工程领域世界上覆盖面最广、应用最普遍的岩土工程专业软件，ITASCA 软件开发全部来源于工程问题的需要，开发水平的提高又帮助促进了技术咨询活动解决复杂问题的能力。ITASCA 的技术开发和技术咨询之间构成的良好循环，成为 ITASCA 在解决复杂超常规问题时的独特优势，也构成了 ITASCA 鲜明的技术特色。运用数值计算技术所要求的坚实理论基础和解决现实问题需要具备的实践经验，造就了 ITASCA

专家理论与实践相结合的超强能力，以及在学术研究、技术开发、和工程应用等环节的国际前沿地位。

除工程技术咨询和软件开发以外，ITASCA 还为政府法规制定、纠纷仲裁、工程建设的金融风险评估等提供技术依据。

1.1.3 使用手册介绍

FLAC 程序手册包括用户指南、FISH 语言、理论背景、结构单元、流体与力学相互作用、可选模块及索引。具体介绍如下：

1. 用户指南

概述：介绍 FLAC 的功能和特点，同时提供最新版本的特点。

开始：如果初次使用 FLAC，请务必看这一部分内容，主要介绍如何安装和执行程序，以及简单的菜单操作和命令操作，指导用户掌握 FLAC 程序求解岩土工程问题的基本流程。

解决问题：详细介绍 FLAC 程序求解问题的每一步。

FISH 语言初学指南：初步介绍 FISH 程序设计语言的使用。

其他：介绍 FLAC 程序的运行时间基准和错误报告以及帮助。

参考文献：介绍与 FLAC 程序相关的参考资料。

2. FISH 语言

初学指南：向初学者介绍如何使用 FLAC 中的 FISH 程序设计语言。

FISH 参考：介绍 FISH 程序设计语言，包括 FISH 指令、变量和函数，并给出例子。

FISH 函数库：详细介绍常用的 FISH 目标函数的使用情况。

程序指南：对 FLAC 链接数据结构的使用情况进行介绍。

3. 理论背景

背景：介绍显式有限差分方法的理论表达及 FISH 实例。

本构模型：介绍各种本构模型的理论公式和数值计算。

网格生成：介绍 FLAC 程序中网格生成的原理。

界面：介绍界面特性和推理及应用情况。

4. 结构单元

介绍 FLAC 程序中应用的各种结构单元模型。

5. 流体与力学相互作用

流体与力学相互作用：介绍地下水水流模型公式，给出各种模拟方法。

二相流：介绍二相流模型及其应用实例。

6. 可选模块

热力学选项：介绍热力学选项。

蠕变材料模型：介绍不同蠕变材料模型。

动态分析：介绍动态分析模块。

7. 索引

列出所有 FLAC 程序说明书的索引。

1.1.4 本构模型、网格生成、边界和初始条件及操作方式

1. 本构模型

FLAC 程序本构模型包括 10 种材料模型：

- 开挖模型：null。
- 3 个弹性模型：各向同性、横观各向同性和正交各向同性弹性模型。
- 6 个塑性模型：Drucker-Prager 模型、Mohr-Coulomb 模型、应变硬化/软化模型、遍布节理模型、双线性应变硬化/软化遍布节理模型和修正的剑桥模型。

2. 单元与网格生成

FLAC 网格中的每个区域可以给以不同的材料模型，并且允许指定材料参数的统计分布和变化梯度。而且，还包含节理单元，也称为界面单元，能够模拟两种或多种材料界面不同材料性质的间断特性。节理允许发生滑动或分离，因此可以用来模拟岩体中的断层、节理或摩擦边界。FLAC 中的网格生成器 gen，通过匹配、连接由网格生成器生成局部网格，能够方便地生成所需要的三维结构网格。还可以自动产生交叉结构网格（比如相交的巷道），三维网格由整体坐标系 x、y、z 系统确定，不同于 FLAC 程序是由行列方式确定的。这就可以比较灵活地产生和定义三维空间参数。

3. 边界条件和初始条件

在边界区域可以指定速度（位移）边界条件或应力（力）边界条件。也可以给出初始应力条件，包括重力载荷以及地下水位线。所有的条件都允许指定变化梯度。FLAC 还包含模拟区域地下水流动、孔隙水压力的扩散以及可行的多孔隙固体和在孔隙内粘性流动流体的相互耦合。流体被认为是服从各向同性的达西定律。流体和孔隙固体中的颗粒是可变形的，将稳态流处理为紊流可以模拟非稳态流。同时能够考虑固定的孔隙压力和常流的边界条件，也能模拟源和井。流体模型可以与结构的力学分析独立进行。

4. 操作方式

FLAC 采用的是命令驱动方式，命令字控制着程序的运行。在必要时，尤其是绘图时，还可以启动 FLAC 用户交互式图形界面。为了建立 FLAC 计算模型，必须进行以下三个方面的工作：有限差分网格；本构特性与材料性质；边界条件与初始条件。完成上述工作后，可以获得模型的初始平衡状态，也就是模拟开挖前的原岩应力状态。然后，进行工程开挖或改变边界条件来进行工程的响应分析，类似于 FLAC 的显式有限差分程序的问题求解。与传统的隐式求解程序不同，FLAC 采用一种显式的时间步来求解代数方程，进行一系列计算步后达到问题的解。在 FLAC 中，达到问题所需的计算步能够通过程序或用户加以控制，但是，用户必须确定计算步是否已经达到问题的最终解。

1.2 有限差分与其他数值方法的比较

本节介绍岩土工程数值模拟方法，然后重点介绍有限元法和有限体积法以及与有限差分法的比较。

1.2.1 岩土工程数值模拟方法

自1996年以来，随着计算机技术的发展，岩土力学的发展取得了长足的进步，特别是在岩土力学的数值计算和模拟方面尤其突出。各种数值模拟方法，如有限元法（FEM）、有限体积法（FVM）、有限差分法（FDM）、边界元法（BEM）、离散元法（DEM）、流形元法（MEM）以及无单元法（ELEMENT-Free Method）等相继出现，并且在科学的研究和工程应用方面，无论是过去还是现在都发挥着重要作用，特别是在工程应用领域，没有数值计算和模拟的参与几乎是无法想象的事情。

同样，在地下工程领域，这些数值模拟方法也起着重要的辅助和指导作用。但是，需要指出的是，这些数值模拟方法不适合求解同时发生材料非线性和几何非线性的问题，尤其是不适合求解含煤系软弱夹层隧道可能存在几何非线性的问题。从理论上我们知道，凡是几何方程表示的数学非线性一定是物理状态方程的非线性。因此，重视研究用数学非线性几何方程描述变形体的变形行为，对于分析隧道施工力学行为以及合理给出变形规律和确定优化的施工作业次序和方法，均具有十分重要的意义。

1.2.2 有限元法

有限元方法最早应用于结构力学，后来随着计算机的发展慢慢用于流体力学的数值模拟。在有限元方法中，把计算域离散划分为有限个互不重叠且相互连接的单元，在每个单元内选择基函数，用单元基函数的线性组合来逼近单元中的真解，整个计算域上总体的基函数可以看作由每个单元基函数组成，则整个计算域内的解可以看作由所有单元上的近似解构成。常见的有限元计算方法是由变分法和加权余量法发展而来的里兹法和伽辽金法、最小二乘法等。对于权函数，伽辽金（Galerkin）法是将权函数取为逼近函数中的基函数；最小二乘法是令权函数等于余量本身，内积的极小值则为对待求系数的平方误差最小；在配置法中，先在计算域内选取N个配置点，令近似解在选定的N个配置点上严格满足微分方程，即在配置点上令方程余量为0。

从计算单元网格的形状来划分，有三角形网格、四边形网格和多边形网格。从插值函数的精度来划分，又分为线性插值函数和高次插值函数等。插值函数一般由不同次幂的多项式组成，但也有采用三角函数或指数函数组成的乘积表示，但最常用的是多项式插值函数。有限元插值函数分为两大类：一类只要求插值多项式本身在插值点取已知值，称为拉格朗日（Lagrange）多项式插值；另一种不仅要求插值多项式本身，还要求它的导数值在插值点取已知值，称为哈密特（Hermite）多项式插值。

单元坐标有笛卡尔直角坐标系和无因次自然坐标，有对称和不对称等。常采用的无因次坐标是一种局部坐标系，它的定义取决于单元的几何形状，一维看作长度比，二维看作面积比，三维看作体积比。在二维有限元中，三角形单元应用得最早，近来四边形等参元的应用也越来越广。对于二维三角形和四边形电源单元，常采用的插值函数为有Lagrange插值直角坐标系中的线性插值函数及二阶或更高阶插值函数、面积坐标系中的线性插值函数、二阶或更高阶插值函数等。

对于有限元方法，其基本思路和解题步骤可归纳为：

(1) 建立积分方程。根据变分原理或方程余量与权函数正交化原理，建立与微分方程初

边值问题等价的积分表达式，这是有限元法的出发点。

(2) 区域单元划分。根据求解区域的形状及实际问题的物理特点，将区域划分为若干相互连接、不重叠的单元。区域单元划分是采用有限元方法的前期准备工作，这部分工作量比较大，除了给计算单元和节点进行编号和确定相互之间的关系之外，还要表示节点的位置坐标，同时需要列出自然边界和本质边界的节点序号和相应的边界值。

(3) 确定单元基函数。根据单元中节点数目及对近似解精度的要求，选择满足一定插值条件的插值函数作为单元基函数。有限元方法中的基函数是在单元中选取的，由于各单元具有规则的几何形状，在选取基函数时可遵循一定的法则。

(4) 单元分析。将各个单元中的求解函数用单元基函数的线性组合表达式进行逼近；再将近似函数代入积分方程，并对单元区域进行积分，可获得含有待定系数（即单元中各节点的参数值）的代数方程组，称为单元有限元方程。

(5) 总体合成。在得出单元有限元方程之后，将区域中所有单元的有限元方程按一定法则进行累加，形成总体有限元方程。

(6) 边界条件的处理。一般边界条件有三种形式，分为本质边界条件（狄里克雷边界条件）、自然边界条件（黎曼边界条件）、混合边界条件（柯西边界条件）。对于自然边界条件，一般在积分表达式中可自动得到满足。对于本质边界条件和混合边界条件，需按一定法则对总体有限元方程进行修正满足。

(7) 解有限元方程。根据边界条件修正的总体有限元方程组，是含所有待定未知量的封闭方程组，采用适当的数值计算方法求解，可求得各节点的函数值。

(8) 后处理及计算结果分析。计算内力和变形以及应力应变，同时进行计算结果分析，以便对工程问题提供指导。

1.2.3 有限体积法

有限体积法（Finite Volume Method）又称为控制体积法。其基本思路是：将计算区域划分为一系列不重复的控制体积，并使每个网格点周围有一个控制体积；将待解的微分方程对每一个控制体积积分，便得出一组离散方程。其中的未知数是网格点上的因变量的数值。为了求出控制体积的积分，必须假定值在网格点之间的变化规律，即假设值的分段的分布的分布剖面。

从积分区域的选取方法来看，有限体积法属于加权剩余法中的子区域法；从未知解的近似方法来看，有限体积法属于采用局部近似的离散方法。简言之，子区域法属于有限体积法的基本方法。有限体积法的基本思路易于理解，并能得出直接的物理解释。离散方程的物理意义就是因变量在有限大小的控制体积中的守恒原理，如同微分方程表示因变量在无限小的控制体积中的守恒原理一样。有限体积法得出的离散方程，要求因变量的积分守恒对任意一组控制体积都得到满足，对整个计算区域，自然也得到满足。这是有限体积法吸引人的优点。

1.2.4 有限差分法与其他数值方法的比较

有限差分法（FDM）将求解域划分为差分网格，用有限个网格节点代替连续的求解域。有限差分法以 Taylor 级数展开等方法，把控制方程中的导数用网格节点上的函数值的差商代替进行离散，从而建立以网格节点上的值为未知数的代数方程组。该方法是一种直接将微分问题变为代数问题的近似数值解法，数学概念直观，表达简单，是发展较早且比较成熟的数

值方法。

对于有限差分格式，从格式的精度来划分，有一阶格式、二阶格式和高阶格式。从差分的空间形式来考虑，可分为中心格式和逆风格式。考虑时间因子的影响，差分格式还可以分为显格式、隐格式、显隐交替格式等。目前常见的差分格式，主要是上述几种形式的组合，不同的组合构成不同的差分格式。差分方法主要适用于有结构网格，网格的步长一般根据实际地形的情况和柯朗稳定条件来决定。

构造差分的方法有多种形式，目前主要采用的是泰勒级数展开方法。其基本的差分表达式主要有四种形式：一阶向前差分、一阶向后差分、一阶中心差分和二阶中心差分等，其中前三种格式为一阶计算精度，最后一种格式为二阶计算精度。通过对时间和空间这几种不同差分格式的组合，可以组合成不同的差分计算格式。

有限元方法的基础是变分原理和加权余量法，其基本求解思想是把计算域划分为有限个互不重叠的单元，在每个单元内选择一些合适的节点作为求解函数的插值点，将微分方程中的变量改写成由各变量或其导数的节点值与所选用的插值函数组成的线性表达式，借助于变分原理或加权余量法，将微分方程离散求解。采用不同的权函数和插值函数形式，便构成不同的有限元方法。

有限差分法仅当网格极其细密时，离散方程才满足积分守恒；而有限体积法即使在粗网格情况下，也显示出准确的积分守恒。就离散方法而言，有限体积法可视作有限单元法和有限差分法的中间物。有限单元法必须假定值在网格点之间的变化规律（即插值函数），并将其作为近似解。有限差分法只考虑网格点上的数值而不考虑值在网格点之间如何变化。有限体积法只寻求节点值，这与有限差分法相类似；有限体积法在寻求控制体积的积分时必须假定值在网格点之间的分布，这又与有限单元法相类似。在有限体积法中，插值函数只用于计算控制体积的积分，得出离散方程之后，便可忘掉插值函数；如果需要的话，可以对微分方程中不同的项采取不同的插值函数。

有限差分法的优点是：对模拟塑性破坏和塑性流动采用的是“混合离散法”，这种方法比有限元法中通常采用的“离散集成法”更为准确、合理；即使模拟的系统是静态的，仍采用了动态运动方程，这使得 FLAC3D 在模拟物理上的不稳定过程中不存在数值上的障碍，采用了一个“显式解”方案。

因此，显式解方案对非线性的应力—应变关系的求解所花费的时间几乎与线性本构关系相同，而隐式求解方案将会花费较长的时间求解非线性问题。而且，它没有必要存储刚度矩阵，这就意味着采用中等容量的内存可以求解多单元结构；模拟大变形问题并不比小变形问题消耗更多的计算时间，因为没有任何刚度矩阵要被修改。

有限差分法的不足之处是：对于线性问题的求解，比有限元程序运行得要慢。因此，当进行大变形非线性问题或模拟实际可能出现不稳定的问题时，有限差分法是最有效的工具。

1.3 FLAC 程序在岩土工程中的应用概况

本节介绍 FLAC 程序在中国岩土工程设计与施工中的应用情况，包括桥梁工程、隧道及地下工程、房屋工程、边坡工程和基础工程等。