

高中数学 题组教学与训练

翟连林 贾士代 主编

北京理工大学出版社

高中数学题组教学与训练

主 编	翟连林	贾士代	
副主编	张秉成	张合奎	
	韦昌宪	何祖雄	
编 委	郭志强	唐丙振	陈现鼎
	石现周	马十成	马智曾
	郑元魁	王福孔	谭恭儒
	刘金恒	梁善道	李功臣

北京理工大学出版社

(京) 新登字149号

内 容 提 要

本书把高中代数、立体几何和平面解析几何的内容划分为88个专题，精心设计成97节课，每节课都选有典型、优秀教案，供高三数学教师备课参考。书中的课堂设计一律采用目前最流行的题组教学，因此具有较大的实用价值。

本书不仅是高三数学教师的得力助手，而且也是高三学生全面掌握高中数学课本和复习迎考的良师益友。

高中数学题组教学与训练

翟连林 贾士代 主编

北京理工大学出版社出版发行

(北京海淀区白石桥路7号)

新华书店北京发行所经销

河北省迁安县印刷厂印刷

787×1092 1/32 印张19.5 字数 438千字

1993年1月第1版 1993年1月第1次印刷

印数：1—10000册

ISBN 7-8103-678-x/G·168

定 价：9.30元

前 言

为了交流数学教学经验，帮助教师特别是青年教师备好课，教好课，提高教学质量，我们组织全国各地具有丰富教学经验的特级教师、高级教师，把他们最拿手的，经过多次教学实践证明的最好教案汇编整理成册，奉献给社会，以飨广大读者。

本书把高中代数、立体几何和平面解析几何的全部内容划分为88个专题，精心设计成97节课，每节课都选有典型、优秀教案，供高中三年级数学教师备课时参考。书中的课堂设计一律采用目前最流行的题组教学，因此具有较大的实用价值。

题组教学法是以题组的形式来进行一个（组）概念、一个公式（法则、定理）的教学的一种方法。它有利于培养学生扎扎实实地学好“双基”，有利于发展学生的思维能力，因此，颇受师生们的欢迎。

本教案的使用方法是，教师上课时，可先向学生讲清“教学目的与要求”，然后，出示“题组”，让学生练习，教师边巡视边“辅导”，尔后进行讲评，师生共同进行“总结”。或者，把本教案中的“题组”与“辅导”的内容放在一起，作为教师向学生讲解的例题。教案中的“练习”供老师布置作业时选用，“答案或提示”供老师批改作业时参考。

本书不仅是高三数学教师的得力助手，而且也是高三学

生全面掌握高中数学课本和复习迎考的良师益友。

参加本书编写工作的还有：**李济克、向世益、张 文、涂玉涛、司金钊、林书见**等老师。

由于我们的水平有限，加之时间仓促，书中错误难免，敬请广大读者斧正。

翟连林 贾士代

1992年11月

目 录

第一篇 代 数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数.....	(1)
第一节 集合(一)	(1)
第二节 集合(二)	(5)
第三节 函数的定义域和值域.....	(10)
第四节 函数的单调性、奇偶性和反函数.....	(14)
第五节 函数的最值.....	(19)
第六节 二次函数.....	(25)
第七节 幂函数、指数函数与对数函数.....	(30)
第八节 指数方程和对数方程.....	(36)
第一章教学目标测试题及其答案或提示.....	(39)
第二章 三角函数.....	(43)
第一节 任意角的三角函数.....	(43)
第二节 同角三角函数的基本关系式.....	(48)
第三节 诱导公式.....	(54)
第四节 三角函数式的证明与计算.....	(59)
第五节 三角函数的图象.....	(65)
第六节 三角函数的性质及其应用.....	(72)
第七节 三角函数的最值与最简单三角不等式的 解法.....	(79)
第二章教学目标测试题及其答案或提示.....	(86)
第三章 两角和与差的三角函数.....	(92)

第一节	两角和与差的三角函数	(92)
第二节	倍角公式	(96)
第三节	半角公式	(100)
第四节	和差化积与积化和差 (一)	(104)
第五节	和差化积与积化和差 (二)	(108)
第六节	解三角形	(113)
第七节	三角不等式与极值	(118)
第三章教学目标测试题及其答案或提示		(123)
第四章	反三角函数和简单三角方程	(126)
第一节	反三角函数的定义域与值域	(126)
第二节	反三角函数的计算与证明	(131)
第三节	简单三角方程及三角不等式的解法	
	(一)	(137)
第四节	简单三角方程及三角不等式的解法	
	(二)	(143)
第四章教学目标测试题及其答案或提示		(149)
第五章	不等式	(152)
第一节	不等式的证明方法 (一)	(152)
第二节	不等式的证明方法 (二)	(157)
第三节	不等式的证明方法 (三)	(163)
第四节	不等式的证明方法 (四)	(170)
第五节	不等式的解法 (一)	(177)
第六节	不等式的解法 (二)	(184)
第七节	不等式的应用	(189)
第五章教学目标测试题及其答案或提示		(196)
第六章	数列、极限、数学归纳法	(201)
第一节	等差数列	(201)

第二节	等比数列	(209)
第三节	数列的通项与数列求和	(217)
第四节	简单的递归数列	(223)
第五节	数列的极限及其应用	(229)
第六节	数学归纳法 (一)	(237)
第七节	数学归纳法 (二)	(244)
第六章教学目标测试题及其答案或提示		(251)
第七章	复数	(258)
第一节	复数的概念	(258)
第二节	复数的代数式运算	(263)
第三节	复数的三角式运算	(268)
第四节	共轭复数与复数模的性质	(272)
第五节	复数及其运算的几何意义	(276)
第六节	复数方程、极值与轨迹	(281)
第七节	复数的应用	(285)
第七章教学目标测试题及其答案或提示		(291)
第八章	排列、组合、二项式定理	(294)
第一节	加法原理与乘法原理	(294)
第二节	排列、组合的概念及排列数、组合数的 计算公式	(297)
第三节	有关排列的应用题	(301)
第四节	有关组合的应用题	(304)
第五节	有关排列与组合的综合应用题	(308)
第六节	二项式定理	(312)
第七节	二项式定理的应用	(316)
第八章教学目标测试题及其答案或提示		(321)
代数教学目标综合测试题及其答案或提示		(324)

第二篇 立体几何

第一章 直线和平面	(329)
第一节 平面	(329)
第二节 两条直线的位置关系和平行直线	(335)
第三节 异面直线所成角	(341)
第四节 直线与平面平行的判定与性质	(347)
第五节 直线与平面垂直的判定与性质	(352)
第六节 射影定理与三垂线定理	(356)
第七节 直线与平面所成角	(360)
第八节 两个平面平行的判定与性质	(367)
第九节 二面角 (一)	(372)
第十节 二面角 (二)	(383)
第十一节 两个平面垂直的判定与性质	(388)
第十二节 点面距离、平行线面距离和平行面面距离	(392)
第十三节 异面直线上两点间距离与异面直线间距离	(397)
第十四节 反证法在立体几何中的应用	(403)
第十五节 平面图形的折叠	(409)
第一章教学目标测试题及其答案或提示	(417)
第二章 多面体和旋转体	(419)
第一节 棱柱	(419)
第二节 棱锥	(424)
第三节 棱台	(430)
第四节 圆柱、圆锥和圆台	(436)

第五节 球	(442)
第六节 组合体	(447)
第七节 多面体与旋转体表面上的最短距离	(453)
第八节 不等式与极值	(459)
第九节 多面体的截面	(467)
第二章教学目标测试题及其答案或提示	(474)
立体几何教学目标测试题及其答案或提示	(477)

第三篇 平面解析几何

第一章 直线	(482)
第一节 有向线段、定比分点	(482)
第二节 直线的方程	(488)
第三节 两条直线的平行与垂直	(495)
第四节 两条直线所成的角	(500)
第五节 点到直线的距离	(506)
第六节 对称	(511)
第一章教学目标测试题及其答案或提示	(51)
第二章 圆锥曲线	(520)
第一节 曲线与方程	(520)
第二节 圆	(524)
第三节 椭圆	(530)
第四节 双曲线	(537)
第五节 抛物线	(543)
第六节 坐标轴的平移	(550)
第七节 直线与圆锥曲线及圆锥曲线之间的位置关系	(557)

第二章教学目标测试题及其答案或提示·····	(566)
第三章 参数方程、极坐标·····	(570)
第一节 直线的参数方程·····	(570)
第二节 参数方程与普通方程的互化·····	(576)
第三节 参数及参数方程的应用·····	(582)
第四节 直线、圆、圆锥曲线的极坐标方程·····	(587)
第五节 直角坐标与极坐标的互化及其应用·····	(592)
第六节 求轨迹方程方法总结·····	(598)
第三章教学目标测试题及其答案或提示·····	(604)
平面解析几何教学目标综合测试题及其答案或提示·····	(607)

第一篇 代 数

第一章 幂函数、指数函数 和对数函数

第一节 集合 (一)

(一) 教学目的与要求

使学生正确理解集合的有关概念, 弄清集合的各个概念的涵义和相互之间的区别与联系, 能准确运用集合的术语、符号和运算解决有关问题。

(二) 题 组

1. 空集 $\emptyset$ 与集合 $\{0\}$ 的关系是 () .

(A) $\emptyset = \{0\}$; (B) $\emptyset \subset \{0\}$;

(C) $\emptyset \in \{0\}$; (D) $\emptyset \notin \{0\}$.

2. 设 $I = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$, 则 (1) $\overline{A \cap B} = \{ \quad \}$; (2) $\overline{A \cap B} = \{ \quad \}$; (3) $\overline{(A \cap B) \cap B} = \{ \quad \}$.

3. 设 P, Q 是两个集合, 那么 $P \cup Q = P \cap Q = P$ 成立的充要条件是 () .

(A) $P = Q$; (B) $P \subset Q$; (C) $P \supset Q$; (D) $P = Q = \emptyset$.

4. 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S, X = S \cap T$, 则 $S \cup X = ()$.

(A) X ; (B) T ; (C) $\emptyset$; (D) S .

5. 设 $P = \{x | x^2 + 1 = 0, x \in R\}$, $Q = \{y | \log_3 y + 4i | = 5\}$, 则满足 $P \subseteq M \subseteq Q$ 的所有集合 M 的个数为 $()$.

(A) 0; (B) 3; (C) 2; (D) 1.

6. 图1-1-1中的阴影部分用集合表示为 $()$.

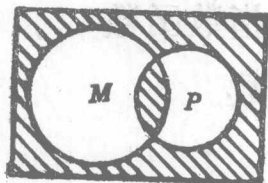


图1-1-1

(A) $(M \cup P) \cap (M \cap P)$;

(B) $\overline{M \cup P} \cup (M \cap P)$;

(C) $\overline{M \cap P}$;

(D) $\overline{M \cup P}$.

7. 已知全集 $I = \{x | (x^2 - 4x + 3)(x^2 - 7x + 10) = 0\} \cup \{x | x =$

$(\frac{1}{2})^{\log_4 \frac{1}{16}}\}$, $A = \{x | x^2 - 5x + m = 0\}$, $B = \{x | x^2 + nx +$

$12 = 0\}$ 且 $\bar{A} \cup B = \{1, 3, 4, 5\}$, 求 m, n 的值.

8. 已知集合 $M = \{(x, y) | y = \sqrt{9 - x^2} (y \neq 0)\}$, $N = \{(x, y) | y = x + b\}$, 且 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 b 的取值范围为 _____.

(三) 辅导

1. 本题的目的是考查空集的概念, 正确答案是 (B) 学生易犯的错误是 (A)、(C)、(D).

2. (1) {直角三角形}; (2) {三角形}; (3) {锐角三角形}.

3. 本题的目的是考查并集和交集的概念, 正确的答案是 (A).

4. 本题的目的是考查集合的运算, 正确的答案是 (D) .

5. $P \cap Q = \emptyset$, $Q = \left\{27, \frac{1}{27}\right\}$ 答案是 (B) .

6. 本题的目的是考查交、并、补集的概念, 答案是 (B) .

7. $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$, $m=6$, $n=-7$.

8. 本题的目的是考查把集合问题转化为解析几何问题的能力(如图1-1-2), 集合M表示半圆 $x^2 + y^2 = 9$ ($y > 0$), 集合N表示直线 $y = x + b$. 当此直线与半圆相切时, $\frac{b}{\sqrt{2}} = 3$, 即 $b = 3\sqrt{2}$,

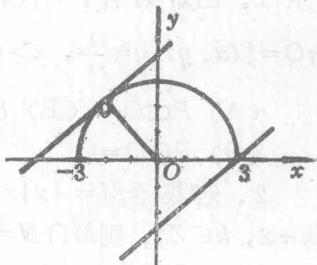


图 1-1-2

当此直线过点(3, 0)时, $b = -3$, 故 $-3 < b \leq 3\sqrt{2}$.

(四) 总 结

1. 知识要点

以上8个题目主要考查学生掌握集合的基本概念的情况, 集合运算能力, 集合与韦恩图关系以及把集合问题转化为解析几何问题能力, 其知识要点是:

(1) 集合的基本概念;

(2) 集合运算;

(3) 集合与韦恩图的关系.

2. 类型题解法规律

(1) 正确使用 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 、 $\subset$ 符号, 如第1、2、3、5题.

(2) 基本运算常与方程结合进行, 如第4、7题.

(3) 集合与韦恩图的关系要注意等价问题, 如第6题.

(4) 某些集合问题可转化为解析几何问题解决, 如第8题.

(五) 练习

1. 已知集合 $P = \{(x, y) | \log_x y = \log_y x, x \neq y\}$, 集合 $Q = \{(x, y) | y \neq \frac{1}{x}, x > 0\}$, 那么 P 与 Q 的关系是 ().

(A) $P \subset Q$; (B) $P \supset Q$; (C) $P = Q$;

(D) $P \cap Q = Q$.

2. 若集合 $M = \{x | x = 3m + 1, m \in \mathbb{N}\}$, $N = \{y | y = 5k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $M \cap N = ()$.

(A) $\{z | z = 15n + 8, n \in \mathbb{Z}\}$;

(B) $\{z | z = 15n + 7, n \in \mathbb{Z}\}$;

(C) $\{z | z = 15n - 8, n \in \mathbb{N}\}$;

(D) $\{z | z = 15n - 7, n \in \mathbb{N}\}$.

3. 如图1-1-3, I 是全集, M, N 是两个子集, 则阴影部分用集合可表示为 ().

(A) $(M \cup N) \cup \overline{(M \cap N)}$;

(B) $(M \cap N) \cap \overline{(M \cap N)}$;

(C) $(M \cap N) \cup \overline{(M \cap N)}$;

(D) $\overline{(M \cap N)} \cap (M \cup N)$.

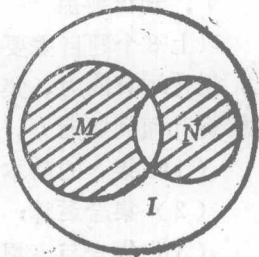


图 1-1-3

4. 设 M 是一个集合, 且 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 求集合 M 的个数.

5. 设全集 $I = \{4, 2, a^2 - a + 1\}$, $M = \{a + 1, 2\}$, $\overline{M}$

$=\{7\}$, 求 a 的值.

6. 已知 $f(x)=x^2+ax+b$, 集合 $A=\{x|f(x)=x\}=\{2\}$, $B=\{x|f(x-1)=x+1\}$, 求集合 B .

7. 已知 A, B, M, N 都是非空集合, $A \cap B = \emptyset$, $M = \{A \text{ 的子集}\}$, $N = \{B \text{ 的子集}\}$, 求 $M \cap N$.

8. 已知全集 $I = \{(x, y) | x \in R, y \in R\}$, $A = \{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} = 3\}$, $B = \{(x, y) | y = 3x - 2\}$, 求 $\overline{A} \cap B$.

(六) 答案或提示

1. (A). 2. (C). 3. (D). 4. 8个.

5. $a = 3$.

6. 由已知可得 $a = -3$, $b = 4$, 从而由 $f(x-1) = x+1$, 可得 $B = \{3 + \sqrt{2}, 3 - \sqrt{2}\}$.

7. $M \cap N = \{\emptyset\}$.

8. $\overline{A} \cap B = \{(2, 4)\}$.

第二节 集合 (二)

(一) 教学目的与要求

使学生在复习巩固集合基本概念的基础上, 掌握处理集合与代数、几何综合题的思考方法, 从而培养把集合复杂问题转化为代数、几何题的能力.

(二) 题 组

1. 设集合 $M = \{x | -5 < x < -3 \text{ 或 } x > 3\}$, $N = \{x | p \leq x \leq g\}$, $M \cap N = \{x | 3 < x \leq 6\}$, $M \cup N = \{x | x > -5\}$, 则 p, g 的值为 ().

(A) $p = 3, g = 6$; (B) $p = -3, g = 6$;

(C) $p=-5, g=3$; (D) $p=-3, g=3$.

2. 已知全集 $I = \{x | x \in Z\}$, $P = \{x | x = 3n, n \in Z\}$,
 $Q = \{x | x = \pm \sqrt{3m+1}, m, x \in Z\}$, 则 P 与 Q 的关系是
().

(A) $\bar{P}=Q$; (B) $P=Q$; (C) $P \subset Q$; (D) $Q \subset P$.

3. 设集合 $M = \{-4, x+3, x^2-2x+2, x^3+x^2+3x+7\}$, $N = \{2, 4, x^3-2x^2-x+7\}$, 且 $M \cap N = \{2, 5\}$,
求 $M \cup N$.

4. 已知 $P = \{x | x = 14m + 36n, m, n \in Z\}$, $Q = \{x | x = 2k, k \in Z\}$, 求证: $P=Q$.

5. 已知集合 $M = \{(x, y) | x=m, y=-3m+2, m \in N\}$, $N = \{(x, y) | x=n, y=k(n^2-n+1), n \in N, k \in Z, k \neq 0\}$, 且 $M \cap N = \emptyset$ ($\emptyset$ 表示空集), 求 k 的值.

6. 已知集合 A 和集合 B 各含有 12 个元素, $A \cap B$ 含有 4 个元素, 试求同时满足下面两个条件的集合 C 的个数:

(i) $C \subset A \cup B$, 且 C 中含有 3 个元素;

(ii) $C \cap A \neq \emptyset$ ($\emptyset$ 表示空集).

7. 设 a, b 是两个实数,

$A = \{(x, y) | x=n, y=an+b, n \text{ 是整数}\}$,

$B = \{(x, y) | x=m, y=3m^2+15, m \text{ 是整数}\}$,

$C = \{(x, y) | x^2+y^2 \leq 144\}$ 是平面 xOy 内的点集合. 讨论是否存在 a 和 b 使得 (1) $A \cap B \neq \emptyset$ ($\emptyset$ 表示空集),
(2) $(a, b) \in C$ 同时成立.

(三) 辅 导

1. (B). 2. (A).

3. 由已知可得 $5 \in N$, 即 $x^3-2x^2-x+7=5$, 解之,