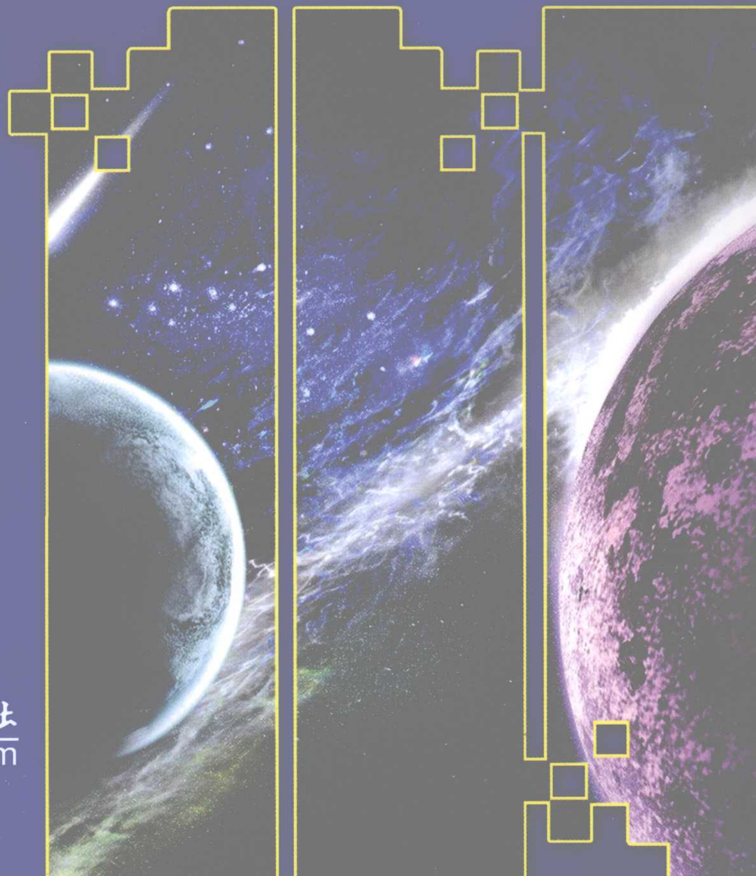
21世纪高等院校教材

大学物理学

（下册）

王文福 税正伟 编



科学出版社
www.sciencep.com

21 世纪高等院校教材

大学物理学

（下册）

王文福　税正伟　编

科学出版社

北　京

内容简介

本书在满足教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委会颁布的《理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求》的前提下，从现代科学技术的发展及工程技术人才培养的总体要求出发，精选了大学物理课程教学内容. 为满足一般院校大学物理教学的要求和方便课堂教学，本书在课程内容现代化、突出工程意识、突出能力和素质的培养等方面作了较大幅度的改革. 全书分为上、下册，主要内容包括力学、电磁学、振动和波、光学、气体动理论与热力学、相对论和量子物理等部分.

本书既可作为一般院校理工科非物理类专业大学物理课程的教学用书，又可作为工程技术人员参考书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 下册/王文福，税正伟编. —北京：科学出版社，2009
21世纪高等院校教材
ISBN 978-7-03-023729-3

Ⅰ. 大…　Ⅱ. ①王…②税…　Ⅲ. 物理学-高等学校-教材　Ⅳ. O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第001442号

责任编辑：昌　盛 / 责任校对：刘小梅
责任印制：张克忠 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
新蕾印刷厂 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2009年2月第　一　版　开本：B5(720×1000)
2009年2月第一次印刷　印张：17 1/2
印数：1—5 000　字数：332 000

定价：54.00元(上、下册)
(如有印装质量问题，我社负责调换〈新蕾〉)

目　录

第7章 振动学基础

【本章要求】

(1) 理解简谐振动的概念及表述简谐振动的特征量,掌握用旋转矢量法表示简谐振动的方法.

(2) 理解简谐振动的动力学特征,能根据简谐振动的三个判据判定简谐振动.

(3) 掌握振动方程的计算方法.

(4) 理解简谐振动的能量特征及其应用.

(5) 掌握同方向、同频率的两个简谐振动的合成,了解拍现象.

(6) 了解相互垂直的两个简谐振动的合成,了解李萨如图形的特征.

(7) 了解阻尼振动、受迫振动和共振的特征.

振动是物质运动的一种基本形式,在自然界中广泛存在.广义地讲,凡描述物体运动状态的物理量,在某一数值附近作周期性的变化,都称为**振动**.虽然各种本质上不同的振动有它们各自的特点,但是在很多方面有其共同性,这反映出自然界的统一性,以及各种现象之间的相互联系.

最常见的振动是机械振动,是指物体在一定空间位置附近作来回往复的运动,这一位置称为**平衡位置**,其显著特点是运动具有周期性.例如,儿童游戏中的荡秋千,人体心脏的跳动,旋转飞轮引起机身的振动等等.除机械振动以外,常见的还有电磁振动;如交流电、电磁波发射中的电磁振荡等属于电磁振动.尽管机械振动和电磁振动在本质上不同,但是在运动形式上都具有振动的共性,遵从的规律也可以用统一的数学形式来描述.机械振动的基本规律是研究其他振动、波动、声学、地震学、建筑工程、波动光学、无线电技术、信息科学以及现代物理学等的基础.

机械振动广泛存在,有利有弊.人们可以利用其有利的一面为人类造福,如选矿筛、混凝土捣固机就是利用振动原理设计而成.但其有害的一面也可能造成损失,如振动会降低机床加工精度、影响机械设备的寿命等;地震的能量巨大、波及面广,会给人类造成毁灭性的灾难.

在各种振动现象中,最简单、最基本的振动是简谐振动.任何复杂的振动形式都可以看作是若干个简谐振动的合成,研究简谐振动是进一步研究复杂振动的基础.本章从讨论简谐振动的基本规律入手,进而讨论振动的合成,介绍阻尼振动、受

迫振动和共振现象等.

7.1　简谐振动

7.1.1　简谐振动的方程　基本特征

物体振动时,其位置坐标随时间按余弦(或正弦)规律变化,这种振动称为**简谐振动**. 在忽略阻力的情况下,弹簧振子的振动,单摆、复摆的小角度振动等都是简谐振动. 本节我们以理想的弹簧谐振子模型为例,研究简谐振动的方程和基本特征.

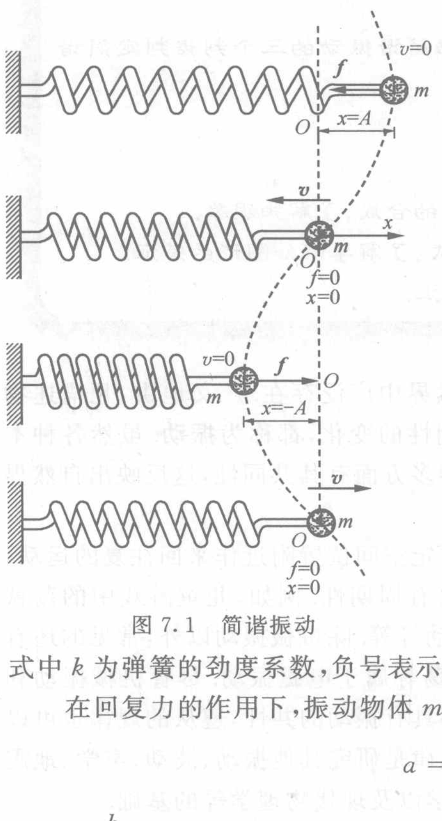


图 7.1　简谐振动

如图 7.1 所示,一轻弹簧左端固定,右端与质量为 m 的物体(被看作质点)相连. 物体被限制在光滑的水平面内运动,平衡位置(即弹簧自由伸长时物体 m 的位置)为 O 点,在外力作用下弹簧发生形变后,物体在弹性力作用下,在水平面内左右来回地振动.

当物体在平衡位置的右边(或左边)时,弹簧被拉长(或压缩),相应地物体受到指向左方(或右方)即指向平衡位置的弹力作用. 取平衡位置 O 为坐标原点,通过 O 点的水平线为 x 轴,并取向右为正,则弹簧的形变可由物体所在的位置坐标表示. 在弹性限度范围内,物体所受的弹簧的回复力为

$$f = -kx \tag{7.1}$$

式中 k 为弹簧的劲度系数,负号表示力与位移的方向相反.

在回复力的作用下,振动物体 m 的加速度为

$$a = \frac{f}{m} = -\frac{k}{m}x$$

令 $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$,则上式变为

$$a = -\omega^2 x \tag{7.2}$$

微分表达式为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

(7.2)式称为简谐振动的运动微分方程. 这是一个二阶常系数线性齐次常微分方程,下面我们用分离变量法求解.

作变量代换$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$,(7.2)式变为

$$v\frac{dv}{dx}=-\omega^2 x$$

分离变量可得

$$v\mathrm{d}v=-\omega^2 x\mathrm{d}x$$

积分式为

$$\int v\mathrm{d}v=\int -\omega^2 x\mathrm{d}x$$

积分后可得

$$v^2=-\omega^2x^2+\omega^2A^2 \tag{7.3}$$

其中 A 是积分过程中引入的积分常量.由(7.3)式可得

$$\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2=\omega^2(A^2-x^2)$$

再一次分离变量,可得

$$\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{A^2-x^2}}=\omega\mathrm{d}t$$

积分后可得

$$x=A\sin(\omega t+\varphi')$$

其中 φ'是积分过程中引入的另一个积分常量.若令 $\varphi=\varphi'+\frac{\pi}{2}$,则有

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{7.4}$$

式中积分常量 A、φ 实际上是简谐振动的**振幅**和**初相**,其物理意义随后讨论.这种物体位移随时间的余弦(或正弦)函数表达式,称为**简谐振动的运动方程**,也称**振动方程**.质点在回复力作用下的运动是周期性运动,这是振动区别于平动和转动的最根本的特点.

(7.1)式、(7.2)式、(7.4)式表述了简谐振动的基本特征,可用于判断物体是否作简谐振动,也称上面三式为简谐振动的判据.(7.1)式为简谐振动的**第一个判据**,表明:当物体所受的合外力(称为回复力)与位移成正比且反向时,物体的振动是简谐振动.(7.2)式为简谐振动的**第二个判据**,表明:物体作简谐振动时,加速度 a 与位移 x 成正比且反向.(7.4)式是简谐振动的**第三个判据**,表明:作简谐振动的物体,其位移 x 是时间 t 的余弦(或正弦)函数.

由简谐振动的运动方程(7.4)式可以求出作简谐振动的物体的速度和加速度分别为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi) \tag{7.5}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)=-\omega^2 x \tag{7.6}$$

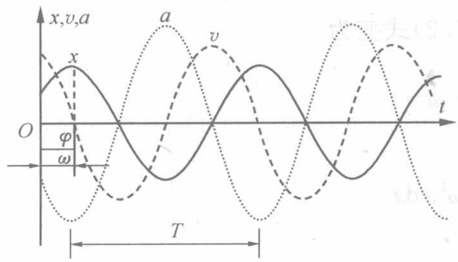


图 7.2　简谐振动的 x, v, a 随时间的变化曲线

图 7.2 表示了作简谐振动的物体位移、速度、加速度随时间都是周期性变化关系.通常把其中的 x-t 曲线叫做振动曲线.

一般来说，无论 x 代表什么物理量，只要它的变化规律遵循微分方程式(7.2)，就表示这个物理量在作简谐振动，其中的 ω 是取决于系统本身性质的参量.

7.1.2　描述简谐振动的物理量

简谐振动的运动方程(7.4)式、速度方程(7.5)式和加速度方程(7.6)式，出现了三个特征物理量 A、ω、φ，分别称为振幅、圆(角)频率、初相位.

1. 振幅

在简谐振动的运动方程中，由于余弦(或正弦)函数的绝对值不可能大于 1，因而作简谐振动的质点离开平衡位置的最大距离为

$$|x_{\max}| = A$$

即 A 表示振动物体偏离平衡位置的最大幅度，称为**振幅**. 振幅恒为正，它给出了振动质点的运动范围. 振幅 A 表示质点振动的强弱，与振动系统的能量有关，并由振动的初始条件决定.

2. 周期和频率

简谐振动的方程满足正弦或余弦函数的变化规律，是周期性运动，即每隔一个固定的时间间隔 T，运动状态重复一次. 完成一次全振动所经历的时间称为**周期**，用 T 表示. 根据余弦函数的周期性质有

$$\begin{aligned} x &= A\cos(\omega t + \varphi) \\ &= A\cos[\omega(t+T) + \varphi] \\ &= A\cos(\omega t + \varphi + \omega T) \end{aligned}$$

由于余弦函数的周期是 2π，则有

$$\omega T = 2\pi \quad 或 \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{7.7}$$

单位时间内物体完成全振动的次数，称为**频率**，用 ν 表示，它和周期成倒数关系，即

$$\nu = \frac{1}{T} \tag{7.8}$$

将(7.7)式代入，得

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \quad 或 \quad \omega = 2\pi\nu \tag{7.9}$$

ω 与 ν 成正比，我们常称 ω 为**圆频率或角频率**.

ω、T 或 ν 都是表示简谐振动周期性的物理量. 在国际单位制(SI)中，T 的单位是秒(s)，ν 的单位是赫兹(Hz)，ω 的单位是弧度/秒(rad/s).

简谐振动的方程(7.4)式可以写为

$$\begin{aligned} x &= A\cos(\omega t + \varphi) \\ &= A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \\ &= A\cos(2\pi\nu t + \varphi) \end{aligned} \tag{7.10}$$

对弹簧振子系统，因 $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$，所以周期和频率分别为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{7.11}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{7.12}$$

只与振动系统自身的性质有关，与简谐振动的初始状态无关，T 和 ν 分别称为弹簧振子的**固有周期**和**固有频率**.

3. 相位

由(7.4)、(7.5)、(7.6)式知，当作简谐振动物体的振幅 A 和圆频率 ω 一定时，振动物体在任意时刻的位置、速度、加速度都由($\omega t + \varphi$)决定，它能反应振动物体在任一时刻的运动状态，因而定义($\omega t + \varphi$)为简谐振动在 t 时刻的**相位**(又称为位相或周相). 对一个以确定频率和振幅作简谐振动的质点来说，在一个周期内振动质点在各时刻的运动状态完全由振动的相位决定；在振动过程中，凡是位移、速度和加速度都相同的状态，它们所对应的相位之间必然相差 2π 或 2π 的整数倍. 因此用相位表征质点振动状态的优点在于它充分反映了振动的周期性特征.

$t=0$ 时，$(\omega t + \varphi) = \varphi$，$\varphi$ 表示振动物体初始时刻的相位，称为**初相**，与振动的初始条件有关.

前已述及，振幅 A 和初相 φ 是求解简谐振动微分方程时必然出现的常数. 振幅 A 和初相 φ 可以通过振动质点的初始运动状态来确定. 当 $t=0$ 时，设质点的初位置为 x_0，初速度为 v_0，由(7.4)式和(7.5)式可得

$$x_0 = A\cos\varphi, \qquad v_0 = -\omega A\sin\varphi$$

由此可得振幅和初相的解析式为

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \tag{7.13}$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \tag{7.14}$$

用相位来描述质点的振动状态，还可比较两个同频率的简谐振动的步调. 设有两个频率相同的简谐振动

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

两振动的相位之差 $\Delta\varphi$ 为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$$

上式表明，对两个同频率的简谐振动而言，在任意时刻它们的相位差都等于初相位之差，而与时间无关. 根据相差 $\Delta\varphi$ 的值可以判断两简谐振动的步调是否相同.

当 $\Delta\varphi = 2k\pi\ (k = 0, 1, 2, \cdots)$ 时，两振动质点将同时达到各自位移同方向的极大值或极小值，也同时越过平衡位置向同方向运动. 即，这两振动质点的振动步调相同，称这两振动为**同相**，如图 7.3(a)所示.

当 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi\ (k = 0, 1, 2, \cdots)$ 时，两振动质点同时经过平衡位置向相反方向运动，同时达到各自反方向的最大位移. 即，这两振动质点的振动步调相反，称这两振动为**反相**，如图 7.3(b)所示.

当 $\Delta\varphi \neq k\pi$ 时，两振动**不同相**，如图 7.3(c)所示. 当 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ 时，x_2 将先于 x_1 到达振动的任意给定点，所以说 x_2 振动相位超前 x_1 振动相位 $\Delta\varphi$；反之，当 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ 时，x_2 将落后于 x_1 到达振动的任意点，说明 x_2 振动相位落后 x_1 振动相位 $\Delta\varphi$.

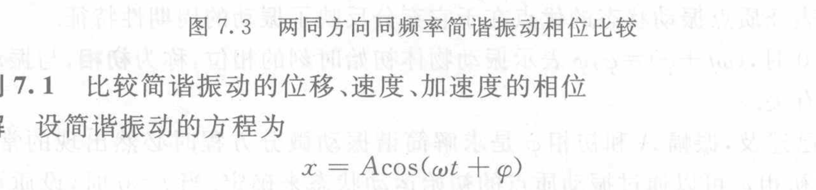


图 7.3 两同方向同频率简谐振动相位比较

例 7.1 比较简谐振动的位移、速度、加速度的相位

解 设简谐振动的方程为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

则简谐振动的速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = \omega A\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

简谐振动的加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi \pm \pi)$$

由此得出位移与速度的相位差

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_x - \varphi_v = -\frac{\pi}{2}$$

位移与加速度的相位差

$$\Delta\varphi_2 = \varphi_x - \varphi_a = \pm\pi$$

速度与加速度的相位差

$$\Delta\varphi_3 = \varphi_v - \varphi_a = -\frac{\pi}{2}$$

说明振动位移的相位落后速度相位$\frac{\pi}{2}$，位移和加速度反向，速度相位落后加速度相位$\frac{\pi}{2}$. 这一结论在图 7.2 中已完全反应出来.

例 7.2 一劲度系数为 k 的轻弹簧，下端固定，上端与一质量为 m 的物体相连. 平衡时，弹簧被压缩 Δl，Δl 称为静止形变，如图 7.4 所示. 如果再用手下压物体，然后无初速地释放. 试写出物体 m 的运动微分方程，并求出振动系统的频率和周期.

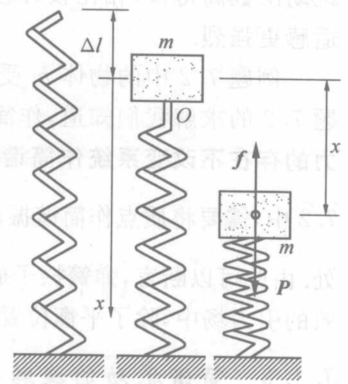


图 7.4 例 7.2 图

解 以物体 m 为研究对象，竖直方向受重力 $\boldsymbol{P}$ 和弹簧的弹力 $\boldsymbol{f}$ 两个力的作用.

以平衡位置 O 为坐标原点，竖直向下方向为正，建立坐标 Ox，当物体处于平衡时

$$mg - k\Delta l = 0$$

即

$$\Delta l = \frac{mg}{k}$$

在任意时刻，若物体 m 的位置坐标为 x，则弹簧发生的形变为$(\Delta l + x)$，物体所受的合力表示为

$$F = mg - k(\Delta l + x) = -kx$$

即物体所受的合外力与位移成正比且反向，所以物体将作简谐振动. 其运动微分方程为

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx \quad 或 \quad \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

令 $\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l}$，则有

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2x = 0$$

振动系统的周期和频率分别为

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}},\qquad \nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$$

只要知道了弹簧形变 Δl，就能求出振动系统的固有频率. 这一表达式在工程上有重要的意义. 例如，客车和货车车厢引起支持弹簧的静止形变分别为 $(\Delta l)_{客}=0.24\text{m}$ 和 $(\Delta l)_{货}=0.030\text{m}$，则每分钟客车和货车车厢振动的次数分别为

$$n_{客}=60\nu_{客}=\frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{(\Delta l)_{客}}}=\frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{9.8}{0.24}}\approx 61(次/\text{min})$$

$$n_{货}=60\nu_{货}=\frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{(\Delta l)_{货}}}=\frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{9.8}{0.030}}\approx 173(次/\text{min})$$

客车每分钟振动次数与人体脉搏跳动次数接近，货车每分钟振动次数较人体脉搏跳动次数高得多，相比较，因振动系统的固有频率差异，人坐在货车车厢内时不舒适感更强烈.

例题 7.2 中的物体 m 受到了轻弹簧的弹性力和恒力——重力的作用. 通过例题 7.2 的求解我们知道，作简谐振动的系统，如果有像重力那样的恒力作用时，**恒力的存在不改变系统作简谐振动的振动性质，改变的只是振动的平衡位置**. 在例 7.2 中，需要将质点作简谐振动的平衡位置由轻弹簧的原长位置处移到 $\Delta l=\dfrac{mg}{k}$ 位置处. 由此可以断言，弹簧振子放在无摩擦的斜面上，在匀加速升、降的电梯上，或在等效的引力场中，除了平衡位置发生变化外，都不会改变简谐振动的性质和振动频率.

7.1.3　简谐振动的旋转矢量表示法

为了展示简谐振动三个特征量(A、ω、φ)的物理意义，下面介绍简谐振动的矢量图表示法——**旋转矢量**.

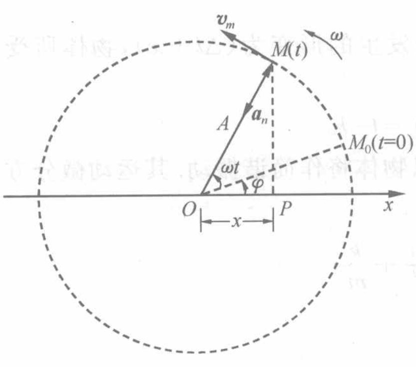


图 7.5　旋转矢量

如图 7.5 所示，设有一长度等于 A 的矢量 $\overrightarrow{OM}$ 在平面内绕 O 点以匀角速率 ω 逆时针旋转，并设初始时刻($t=0$ 时)该矢量的位置与 Ox 轴之间的夹角为 φ，则任意时刻 t，矢量 $\overrightarrow{OM}$ 与 Ox 轴之间的夹角为 $(\omega t+\varphi)$，与作简谐振动的质点在该时刻的相位相同，矢量 $\overrightarrow{OM}$ 的端点 M 在 Ox 轴上投影点 P 的位置为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

很显然 $\overrightarrow{OM}$ 匀速转动时，其端点 M 在 Ox 轴上的投影点的运动是简谐振动. $\overrightarrow{OM}$ 称为**旋转矢量**，其长度就是简谐振动的振幅，

转动的角速度就是简谐振动的圆频率.

通过旋转矢量,可以把描述简谐振动的振幅、圆频率、相位及初相等物理量形象地表示出来,给简谐振动方程的求解带来方便,同时还广泛用于振动的合成、波的干涉等方面.

用旋转矢量法还可以表示简谐振动的速度和加速度.作匀速圆周运动的质点的速率是 $v_m=\omega A$,向心加速度是 $a_n=\omega^2 A$,在时刻 t 它们在 x 轴上的投影分别是

$$v=-v_m\sin(\omega t+\varphi)=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)$$
$$a=-a_n\cos(\omega t+\varphi)=-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)$$

正是(7.5)、(7.6)两式给出的结果.

例 7.3 一质点作简谐振动的振动曲线如图 7.6(a)所示,写出它的振动表达式,并指出 a、b、c、d、e 各点对应的相位.

解 根据(a)图作出旋转矢量图(b),由图示可知

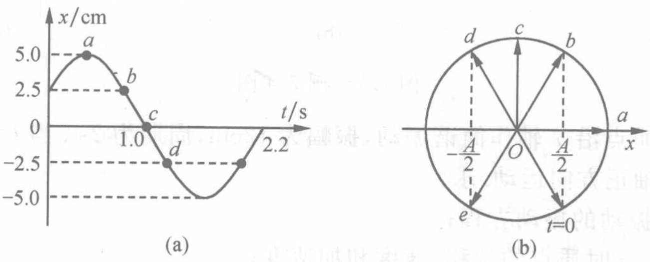


图 7.6 例 7.3 图

振幅 $A=5.0\text{cm}$

周期 $T=2\times(2.2-1.0)=2.4(\text{s})$

圆频率 $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2.4}=\frac{5\pi}{6}$

初相 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$

所以振动方程为

$$x=5.0\cos\left(\frac{5}{6}\pi t-\frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$$

由(b)图知 a、b、c、d、e 点的相位分别为

$$\varphi_a=0,\quad \varphi_b=\frac{\pi}{3},\quad \varphi_c=\frac{\pi}{2},\quad \varphi_d=\frac{2\pi}{3},\quad \varphi_e=\frac{4\pi}{3}$$

本题还可用解析法求解.

例 7.4 设音叉尖端振动为简谐振动,其圆频率为 628rad/s,音叉尖端的振幅为 0.1cm,试用旋转矢量法求以下三种情况的初相,并写出运动方程.(1)当 $t=0$ 时,音叉尖端通过平衡位置向 x 轴正方向运动;(2)当 $t=0$ 时,音叉尖端在 x 轴的

负的最大位移处；(3) 当 $t=0$ 时，音叉尖端在 x 轴的正方，离开平衡位置距离为振幅的一半且向平衡位置运动.

解　根据题意，作旋转矢量如图 7.7 所示，由图示可得

(1) $\varphi=\dfrac{3\pi}{2}$，$x=0.1\cos\left(628t+\dfrac{3\pi}{2}\right)(\mathrm{cm})$

(2) $\varphi=\pi$，$x=0.1\cos(628t+\pi)(\mathrm{cm})$

(3) $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，$x=0.1\cos\left(628t+\dfrac{\pi}{3}\right)(\mathrm{cm})$

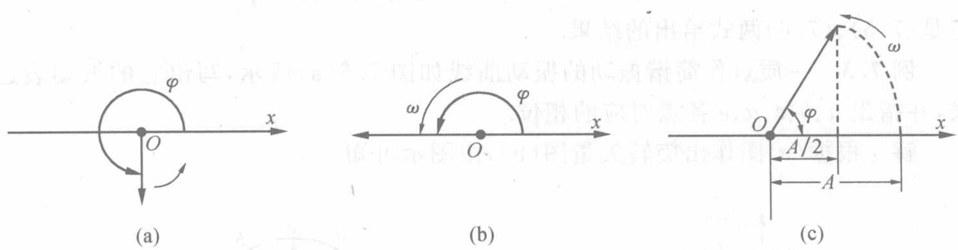


图 7.7　例 7.4 图

例 7.5　质点沿 x 轴作简谐振动，振幅为 12cm，周期为 2s．当 $t=0$ 时，位移为 6cm，且向 x 轴正方向运动. 求：

(1) 简谐振动的振动方程；

(2) $t=0.5\mathrm{s}$ 时质点的位移、速度和加速度；

(3) 质点从 $x=-6\mathrm{cm}$ 向 x 轴负方向运动，第一次回到平衡位置所需要的时间.

解　(1) 设振动方程为 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$.

已知 $A=0.12\mathrm{m}$，$T=2\mathrm{s}$，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\pi\mathrm{s}^{-1}$，初相 φ 可通过两种方法求得.

解法一　解析法. 将初始条件 $t=0$ 时，$x=0.06\mathrm{m}$ 带入振动方程，得

$$0.06=0.12\cos\varphi$$

即

$$\cos\varphi=\frac{1}{2},\quad \varphi=\pm\frac{\pi}{3}$$

因 $t=0$ 时 $v>0$，所以 $\sin\varphi<0$，故

$$\varphi=-\frac{\pi}{3}$$

所以振动方程为

$$x=0.12\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)(\mathrm{m})$$

解法二　旋转矢量法. 据初始条件画出旋转矢量初始位置，如图 7.8(a)，得出 $\varphi=-\dfrac{\pi}{3}$.

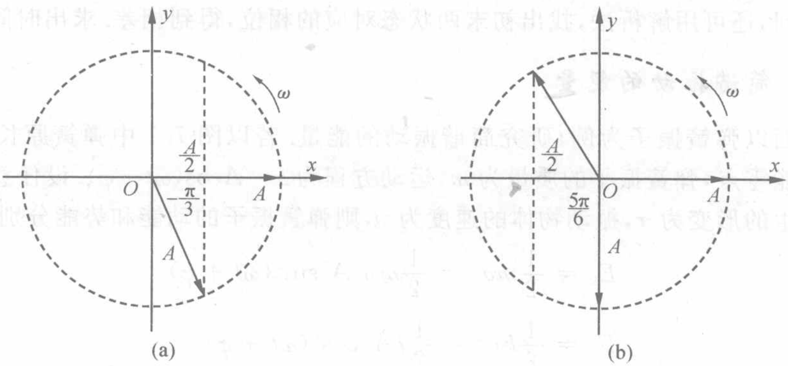


图 7.8 例 7.5 图

(2) 将振动方程对时间求导，得到速度和加速度表达式.

因

$$x=0.12\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

所以

$$x_{0.5}=0.12\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=0.104\mathrm{m}$$

因

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-0.12\pi\sin\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

所以

$$v_{0.5}=-0.12\pi\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=-0.189\mathrm{m/s}$$

因

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-0.12\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

所以

$$a_{0.5}=-0.12\pi^2\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=-1.03\mathrm{m/s^2}$$

(3) 由“质点从 $x=-6\mathrm{cm}$，向 x 轴负方向运动”可知，这一运动状态对应的旋转矢量位置如图 7.8(b)所示，旋转矢量与 x 轴的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$；当旋转矢量逆时针转动到与 x 轴的夹角为 $\frac{3\pi}{2}$ 时，质点第一次回到平衡位置，旋转矢量转过的角度为 $\frac{3\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$，对应的时间为

$$\Delta t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{3\pi/2-2\pi/3}{\pi}=\frac{5}{6}(\mathrm{s})$$