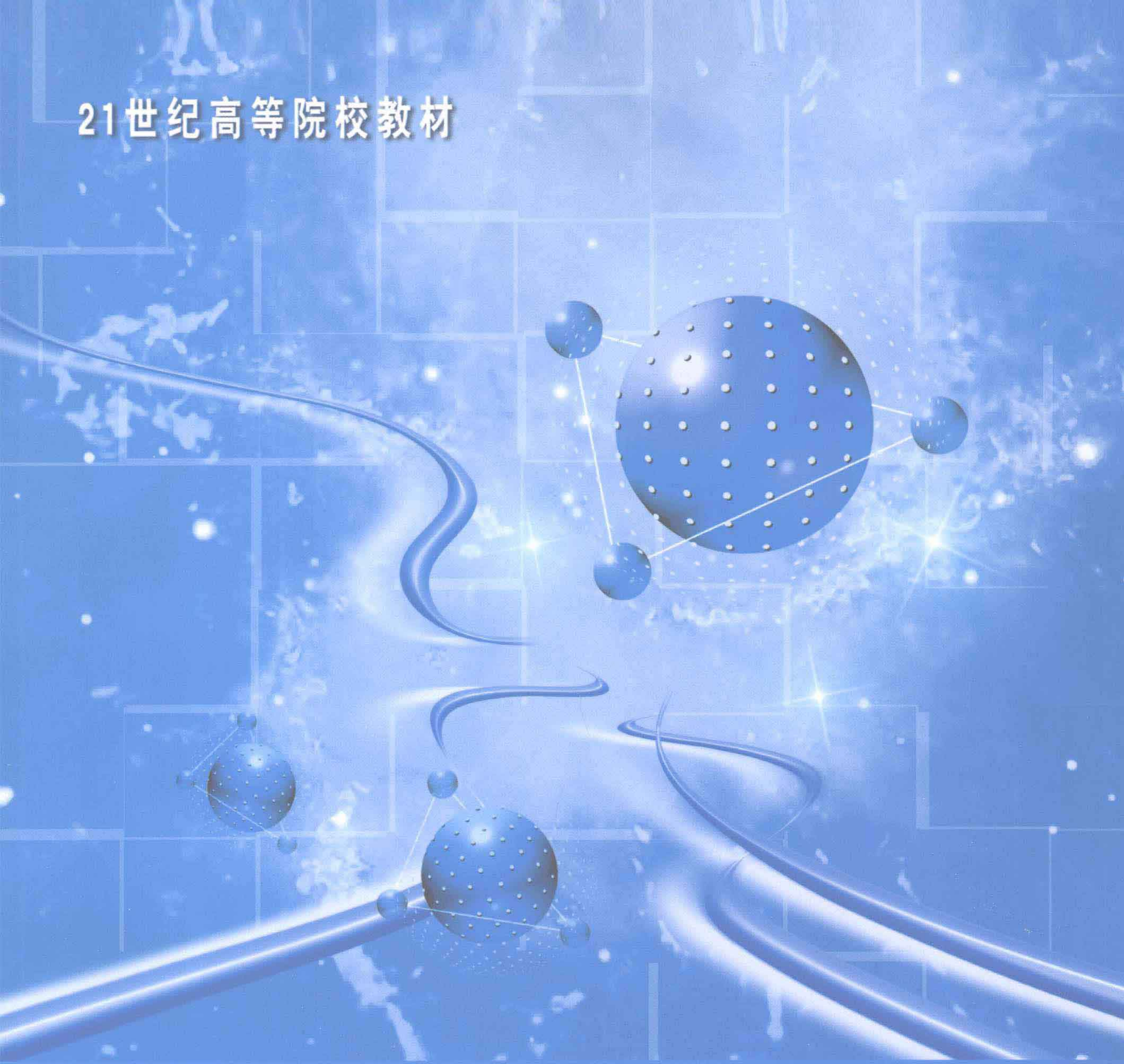
21世纪高等院校教材



刘小廷　主编

大学物理实验

科学出版社
www.sciencep.com

21世纪高等院校教材

大学物理实验

刘小廷　主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是南京航空航天大学物理实验中心为理工科类各专业开设的物理实验课程的基本教材.全书内容广泛,共收入60多个实验项目,涵盖力学、热学、电磁学、光学和近代物理等,按难易程度可分为预备实验、基本实验、综合设计性实验、近代物理和研究性实验四个层次.书中介绍了测量误差与数据处理、物理实验基本知识和常用物理实验仪器,另外还有国际单位制和物理常数的简介.本书对有关实验原理、方法的叙述力求繁简适当、深入浅出.

本书适合作为高等学校理工科各专业的物理实验课程的教材或参考书,也可供涉及物理学的广大科技工作者参考.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/刘小廷主编. 一北京:科学出版社,2009
21世纪高等院校教材
ISBN 978-7-03-023127-7

Ⅰ.大… Ⅱ.刘… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第153231号

责任编辑:胡云志 / 责任校对:张怡君
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16
2009年1月第一次印刷 印张:22 1/4
印数:1—4 000 字数:518 000

定价: 36.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换<长虹>)

前　言

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，结合南京航空航天大学的实际，在2005年出版的《大学物理实验》基础上改编修订而成的，集中反映了近10年来我们在物理实验课程改革方面所取得的成果.

大学物理实验是理工科学生必修的一门重要基础实验课程，也是学生进入大学后遇到的第一门系统的实验课程.通过大学物理实验课程的学习，使学生在掌握物理实验基本知识、基本方法和基本技能的基础上，具备一定的科学实验能力和创新能力.

本书内容包括六个部分，即测量误差与数据处理、物理实验基本知识、预备实验、基础实验、综合与设计性实验、近代物理与研究性实验.第1章比较系统地介绍了测量误差、不确定度和实验数据处理的基本知识，既考虑到理论上的严谨，又作了适当的简化，以使这些内容能为一年级的同学所接受.这些知识将贯穿于整个物理实验，希望读者能够很好掌握.第2章简要介绍物理实验的基本知识，如物理实验基本测量方法、基本调整与操作技术、基本仪器的构造原理与使用方法等，供读者自学或查阅.第3章选编了7个预备实验，供实验基础较差的同学选修，使学生了解物理实验的基本过程，掌握基本的实验知识和操作技能.第4章选编了17个重要的基础实验，通过这些实验，学生在物理实验基本知识、基本方法和基本技能方面得到较为系统和严格的训练.第5章选编了16个综合与设计性实验，这些内容对充实和活跃学生的物理思想，提高分析、归纳和综合能力，提高实验素养，培养创新意识和创新能力将起重要作用.第6章选编了26个近代物理实验与研究性实验项目，为学生学习近代物理理论、了解近代高新技术和独立进行实验研究提供必要的实验条件.

本教材的编写修订分工如下：刘小廷编写了绪论、第1章、第2章、实验3.5～3.7、实验4.1、实验4.2、实验4.7、实验4.11～4.13、实验4.15、实验5.1、实验5.11、实验6.1、实验6.3、实验6.13～6.15及附表，李贞融编写了实验3.1、实验6.7、实验6.9，孙凡编写了实验3.2、实验6.6，李季平编写了实验3.3、实验4.5、实验4.17，伊宁卡编写了实验3.4、实验4.8、实验6.4、实验6.5、实验6.8，刘白鸽编写了实验5.2、实验5.4、实验5.6、实验5.10，张广斌编写了实验4.3、实验4.6，邱振芳编写了实验4.4、实验4.10、实验5.3，孙立编写了实验5.7～5.9、实验5.14，李香莲编写了实验4.9、实验5.5、实验5.15、实验5.16、实验6.10，孔实编写了实验6.16、实验6.25、实验6.26，鲍军委编写了实验4.14、实验5.13、实验6.2、实验6.11，缪长宗编写了实验4.16、实验5.12，杨玉荣编写了实验6.12，杨玉娥编写了实验6.17、实验6.18，杨雁南编写了实验6.19、实验6.20，王开圣编写了实验6.21，吴平编写了实验6.22～6.24.全书最后由刘小廷负责统稿.

教材编写离不开实验室的建设和发展.历年来在物理实验中心工作的许多老师，如王诗进、叶梓丰、卜满、蔡云良、林有义等对本教材的出版也有很大贡献.

物理实验实行开放式教学模式，在保证教学基本要求贯彻的同时又注重学生的个性发展，为学生自主学习实验、研究实验和科学探索提供良好的条件. 学生可以根据自己的专业、兴趣和时间，上网选择、预约实验. 物理实验中心的网址为 http://lab.nuaa.edu.cn/.

由于编者水平有限，书中不足之处，在所难免，恳请读者批评指正.

编　者

2008 年 8 月

目　录

绪　　论

物理学从本质上讲是一门实验科学，物理规律的研究都以严格的实验事实为基础，并且不断受到实验的检验，在物理学的发展中物理实验一直起着重要作用. 物理学是自然科学中最重要、最活跃的带头学科之一，物理学理论和实验的发展哺育着近代高新技术的成长和发展，物理实验的思想、方法、技术和装置常常是自然科学研究和工程技术发展的生长点. 物理实验课是对学生进行科学实验基础训练的一门重要课程，它不仅可以加深学生对物理理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识，在实验方法和技能等方面得到较为系统、严格的训练. 同时，在培养学生科学世界观、科学实验素质、创新意识和创新能力等方面具有特殊的重要作用. 因此，学好物理实验对高等学校中理工科类的学生是十分重要的.

1. 物理实验课的目的

(1) 通过对物理实验现象的观测和分析，学习运用理论指导实验，分析和解决实验中的问题，掌握物理实验基本知识、基本方法和基本技能，加深对物理学原理的理解.

(2) 培养学生从事科学实验的初步能力，包括：通过阅读教材或资料，能概括出实验原理和方法的要点，做好实验前的准备工作；自己动手组建实验装置，正确使用基本实验仪器，掌握基本物理量的测量方法和实验操作技能；运用物理学原理对实验现象进行观察、分析和判断；正确记录、处理实验数据，分析实验结果和撰写实验报告；完成简单的设计性或研究性内容的实验.

(3) 培养学生的探索精神、创新精神和严格、细致、实事求是、一丝不苟的科学态度，培养与提高学生的自主学习能力和创新能力，培养学生善于动手、乐于动手、遵守操作规程、爱护国家财产、注意安全等良好的科学习惯.

2. 物理实验课的主要教学环节

为达到物理实验课的目的，学生应关注物理实验教学的三个重要环节.

(1) 实验预习. 课前要仔细阅读实验教材或有关资料，基本掌握实验所依据的原理和方法，归纳、整理出原理要点、实验条件、关键步骤、注意事项及问题，根据实验任务画好记录数据的表格. 对于具有设计性或研究性内容的实验项目，要求学生课前自拟实验方案，自己设计线路图或光路图，自己确定实验主要步骤等. 因此，课前预习的好坏是实验中能否取得主动的关键.

(2) 实验操作. 学生进入实验室后应遵守实验室规则，严格要求自己. 井井有条地布置仪器，安全、规范操作，细心观察实验现象，认真钻研和探索实验中的问题. 不要指望实验过程会一帆风顺，遇到问题时，应将其看成是学习的良机，冷静地分析和处理. 仪器发生故障时应在教师指导下学习排除故障的方法. 要将重点放在实验能力的培养上，而不只是为了测量几个数据，得出具体结论. 要严肃对待实验数据，正确记录原始数据，对数据有疑问时，可以重新测量，并对原来数据轻轻画上一道，不得涂改，在旁边写上重新测量的结

果. 实验结束时,将实验数据交教师审阅签字,整理、还原仪器后方可离开实验室.

(3) 实验总结. 实验后要及时对实验数据进行处理,如果原始记录删改较多,应加以整理和重新列表. 数据处理过程包括计算、作图、误差分析等,数据处理后应给出实验结果. 最后要求撰写出一份简洁、规范、工整、有见解的实验报告,这是每一个大学生必须具备的报告工作成果的能力.

实验报告的内容包括:

① 实验名称.

② 实验目的.

③ 实验原理. 做到简明扼要、图文并茂(原理图和装置示意图等),并列出测量和计算所依据的主要公式,注明公式中各量的物理意义及公式的适用条件.

④ 实验仪器. 列出实验中使用的仪器名称、型号、规格、编号等.

⑤ 实验内容. 概括性地写出实验进行的主要过程,特别是关键性的步骤和注意事项.

⑥ 数据处理与分析. 一般要求以列表形式给出完整而清晰的原始测量数据,写出数据处理的主要过程,绘制图线并进行误差分析等,以醒目的方式完整地表示出实验结果.

⑦ 小结或讨论. 内容不限,如对物理现象、实验结论和误差来源进行分析,对实验方案提出改进建议,回答实验思考题,叙述实验收获和体会等.

3. 实验室规则

(1) 学生应在课表规定或预约的时间进入实验室,不得无故缺席或迟到.

(2) 课前要认真做好预习,写出预习报告,经教师检查同意后方可进行实验.

(3) 使用电源时,务必经过教师检查线路后才能接通电源.

(4) 要细心观察仪器构造,谨慎操作,严格遵守操作规程及注意事项,不能擅自搬弄仪器,公用器具用完后应立即归还原处.

(5) 保持实验室整洁、安静,做完实验,学生应将仪器整理还原,将桌面和凳子收拾整齐,原始测量数据经教师检查并签字后,方能离开实验室.

(6) 实验报告应在实验后一周内交给指导教师.

第 1 章　测量误差与数据处理

科学实验是以测量为基础的，由于实验原理、测量装置、实验条件、观测者等种种因素的局限，任何测量结果总存在误差. 进行误差分析对科学实验有极其重要的指导意义：一是通过分析误差来源及其性质，采用合理的方法减小或消除误差，并对实验结果作出合理的评价；二是通过误差分析优化实验方法、选择测量仪器和测量条件、拟定实验步骤和数据处理方法等，以较为经济的方式，获得合理的实验结果. 因此，误差分析与数据处理是科学实验最重要的环节之一.

本章仅介绍误差分析与数据处理的初步知识，给出一些结论和简化的计算方法，希望同学们结合每一个具体实验，通过运用加以掌握.

1.1　测量与误差

1.1.1　测量

研究物理现象、了解物质特性、验证物理原理都要进行测量. 测量可分为两大类：一类是“直接测量”，即用计量仪器与待测量进行比较，直接测出被测量的量. 例如，用米尺测量物体长度，用天平测量物体的质量等都是直接测量. 另一类是“间接测量”，指利用几个直接测量的量按照一定的函数关系得到待测量的量. 例如，通过测量体积和质量得到物体的密度，通过测量单摆的摆长和周期测定重力加速度等.

为了减小直接测量的误差，通常在测量条件不变的情况下对待测量进行多次测量，得到一组测量值 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$. 尽管各次测量结果并不完全相同，如果没有任何理由判断某一次测量更为精确，即测量的精确程度是相同的，这种测量称为等精度测量，所得到的一组数据称为测量列. 严格的等精度测量是不存在的，当某些条件的变化对测量结果影响不大或可以忽略时，可视为等精度测量. 在物理实验中要求多次测量的均指等精度测量，对测量误差与数据处理的讨论，都是以等精度测量为前提的.

1.1.2　误差

误差就是测量结果与被测量的真值（或约定真值）之间的差值，误差的大小反映了测量结果的准确程度. 误差可以用绝对误差 Δx 表示，也可以用相对误差 E 表示.

$$\Delta x = x - x_0 \tag{1.1.1}$$

$$E = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\% \tag{1.1.2}$$

式中，x 为测量结果，x_0 为被测量的真值（或约定真值）.

被测量的真值是客观存在的，是一个理想的概念，一般是不可知的. 在实际测量中常用被测量的实际值或已修正过的算术平均值来代替真值，称为约定真值.

误差根据其来源和性质可分为系统误差和随机误差两大类.

1. 系统误差

系统误差是指在多次测量同一被测量量的过程中，保持恒定或以可预知方式变化的误差分量. 系统误差主要来源有以下几方面：

(1) 方法误差. 由于实验原理或方法的近似性带来的误差，如用伏安法测电阻没有考虑电表内阻的影响，用单摆测重力加速度时取 $\sin\theta\approx\theta$ 带来的误差等.

(2) 仪器误差. 由于仪器本身不完善而产生的误差，包括仪器的零值误差、示值误差、机构误差和测量附件误差等，如天平不等臂带来的误差.

(3) 环境误差. 由于实际环境条件与规定条件不一致引起的误差，如标准电池是以 20℃时的电动势作为标称值的，若在 30℃条件下使用时，如不加以修正就引入了系统误差.

(4) 人员误差. 由于测量人员主观因素和操作技术所引入的误差.

系统误差又可以分为已定系统误差和未定系统误差. 已定系统误差的符号和绝对值可以确定，一般在实验中可通过校准测量仪器、改进实验方案和实验装置、修正测量数据和采用适当的测量方法(如交换法、补偿法、替换法、异号法等)予以消除. 未定系统误差的符号和绝对值不能确定，实验中常用估计误差限的方法得出.

发现并减小系统误差是一件困难的任务，也是培养学生科学实验能力的一个重要方面，需要对实验原理、方法、仪器和步骤等可能引起误差的各种因素逐一进行分析，要求实验者具有扎实的理论基础和较丰富的实践经验. 实验结果是否正确，往往在于系统误差是否已被发现和尽可能消除，因此，对系统误差不能轻易放过.

2. 随机误差

在极力消除或修正一切明显的系统误差之后，对被测量进行多次测量时，测量值仍会出现一些无规律的起伏. 在多次测量同一被测量量的过程中，绝对值和符号以不可预知的方式变化着的误差分量称为随机误差. 随机误差是由实验中各种因素(如温度、湿度、气流、电源电压、杂散电磁场、振动等)的微小变动，以及实验装置、测量机构在各次调整操作时的变动性，测量仪器示值的变动性，观察者本人在判断和估计读数上的变动性等引起的. 这些因素的共同影响使测量结果围绕测量的平均值发生涨落变化，这一变化量就是各次测量的随机误差. 随机误差的出现，就某一测量而言是没有规律的，当测量次数足够多时，随机误差服从统计分布规律，可以用统计学方法估算随机误差.

实验中也可能发生实验装置故障、测量条件的意外变化、较强的外界干扰、测量者疏忽大意等造成的错误. 错误不是误差，要及时发现并在数据处理时予以剔除.

1.1.3　仪器量程　精密度　准确度

量程是指仪器所能测量的范围. 对量程的选择要适当，当被测量超过仪器的量程时会损坏仪器，这是不允许的. 同时也不应一味选择大量程，因为如果仪器的量程比测量值大很多时，测量误差往往会比较大.

精密度是指仪器所能分辨物理量的最小值，一般与仪器的最小分度值一致，最小分度值越小，精密度越高.

准确度是指仪器本身的准确程度. 测量是以仪器为标准进行比较，要求仪器本身要准

确. 由于测量目的不同,对仪器准确程度的要求也不同. 按国家规定,电气仪表的准确度等级 a 分为 0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0 共七级,在规定条件下使用时,其示值 x 的最大绝对误差为

$$\Delta x = \pm \text{量程} \times \text{准确度等级}\ \% \tag{1.1.3}$$

例如,0.5 级电压表量程为 3V 时,$\Delta U = \pm 3 \times 0.5\% = \pm 0.015\text{V}$.

对仪器准确度的选择要适当,在满足测量要求的前提下尽量选择准确度等级较低的仪器. 当待测物理量为间接测量时,各直接测量仪器准确度等级的选择,应根据误差合成和误差均分原理,视直接测量的误差对实验最终结果影响程度的大小而定,影响小的可选择准确度等级较低的仪器,否则应选择准确度等级较高的仪器.

1.2 随机误差的处理

随机误差与系统误差的来源和性质不同,所以处理的方法也不同.

1.2.1 随机误差的正态分布规律

实践证明,等精度测量中,当测量次数 n 很大时,测量列的随机误差多服从正态分布. 正态分布的曲线如图 1.2.1 所示,图中横坐标表示随机误差 $\Delta x = (x_i - x_0)$,纵坐标为对应的误差出现的概率密度 $f(\Delta x)$. 应用概率论方法可导出

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}} \tag{1.2.1}$$

式中,特征量 σ 称为标准误差.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta x_i^2}{n}} \quad (n \to \infty) \tag{1.2.2}$$

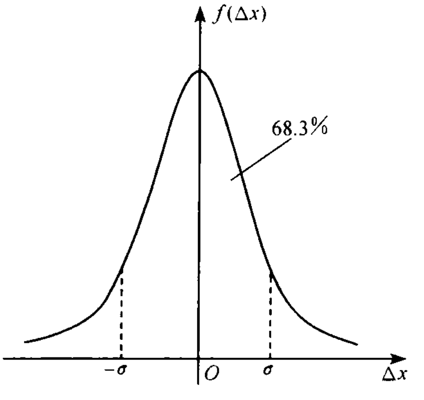


图 1.2.1 随机误差的正态分布

服从正态分布的随机误差具有以下特征:

(1) 单峰性. 绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大.

(2) 对称性. 绝对值相等的正、负误差出现的概率相等.

(3) 有界性. 绝对值很大的误差出现的概率很小,甚至趋近于零.

(4) 抵偿性. 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋于零,即

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = 0 \tag{1.2.3}$$

又

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - x_0$$

令 $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ 为测量列的算术平均值,则

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \bar{x} - x_0$$

可见,若误差只有随机误差分量,则随着测量次数的增加,测量列的算术平均值越来越趋

近于真值. 因此,增加测量次数,可以减小随机误差.

1.2.2 测量结果最佳值——算术平均值

实际测量次数总是有限的,当无明显系统误差存在时,测量结果的最佳估计值仍然是测量列的算术平均值 $\bar{x}$,这可以由最小二乘法原理证明如下:假设最佳值为 X,并用其代替真值 x_0,各测量值与最佳值间的偏差为 $\Delta x_i' = x_i - X$,按照最小二乘法原理,若 X 是真值的最佳估计值,则要求偏差的平方和 S 应最小,即 $S = \sum_{i=1}^{n}(x_i - X)^2 \to \min$. 由求极值的法则可知,$\dfrac{dS}{dX} = 2\sum_{i=1}^{n}(x_i - X) = 0$,于是 $nX - \sum_{i=1}^{n}x_i = 0$,即 $X = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i = \bar{x}$. 所以,测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 是真值 x_0 的最佳估计值.

1.2.3 标准误差的统计意义

随机误差的大小常用标准误差表示. 由概率论可知,服从正态分布的随机误差落在 $[\Delta x, \Delta x + d(\Delta x)]$ 内的概率为 $f(\Delta x)d(\Delta x)$. 概率密度函数 $f(\Delta x)$ 满足下列归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x)d(\Delta x) = 1 \tag{1.2.4}$$

误差出现在$(-\sigma, +\sigma)$内的概率 P 就是图 1.2.1 中该区间内 $f(\Delta x)$曲线下的面积,可以证明 $P(-\sigma < \Delta x < +\sigma) = 68.3\%$.

标准误差 σ 与测量误差 Δx 含义不同. Δx 是实在的误差值,而 σ 并不是一个具体的误差,它反映等精度测量随机误差出现的概率分布情况,只具有统计意义,表明作任一次测量,随机误差落在$(-\sigma, +\sigma)$的概率为 68.3%. 区间$(-\sigma, +\sigma)$称为置信区间,相应的概率称为置信概率. 置信区间分别取$(-2\sigma, +2\sigma)$、$(-3\sigma, +3\sigma)$时,相应的置信概率为$P(2\sigma) = 95.4\%$、$P(3\sigma) = 99.7\%$.

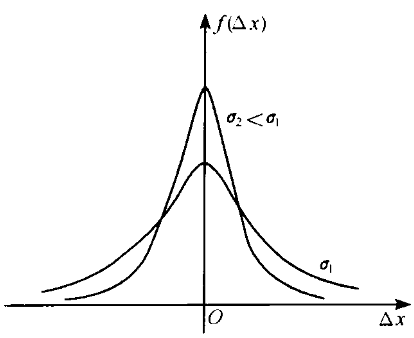


图 1.2.2 不同 σ 的概率密度曲线

定义 $\delta = 3\sigma$ 为极限误差,其概率含义是在 1000 次测量中只有三次测量的随机误差绝对值超过 3σ. 因此,可以认为误差超出 $\pm 3\sigma$ 范围的概率是很小的,故称为极限误差,一般可作为可疑值取舍的判定标准.

图 1.2.2 是不同 σ 时的 $f(\Delta x)$曲线. σ 小,曲线陡且峰值高,说明误差集中,小误差占优势,各测量值的离散性小,重复性好;反之,σ 大,曲线较平坦,各测量值的离散性大,重复性差.

1.2.4 随机误差的估算——标准偏差

在有限次测量中可用各次测量值与算术平均值之差——偏差 $\Delta x_i' = (x_i - \bar{x})$代替误差 Δx_i 来估算标准误差,其结果就是单次测量的标准偏差,用 S_x 表示,它是 σ 的一个估算值,由以下贝塞尔公式计算:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.2.5}$$

S_x 的意义与 σ 的相同.

目前各种函数计算器都具备误差统计功能,可以直接计算测量列的算术平均值、标准偏差等,同学们应能熟练使用函数计算器进行统计计算.

1.3 测量结果的表示与不确定度

1.3.1 测量结果的表示与不确定度

完整的测量结果应给出被测量的量值 X、总不确定 U 及置信概率 P,写成 $x=X\pm U$,$P=\cdots$的形式,这表示被测量的真值位于区间($X-U,X+U$)内的概率为 P. 我国国家计量技术规范(JJG1027-91)中把 $P=0.95$ 作为广泛采用的约定概率,此时不必注明 P 值.

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度,是对被测量量的真值所处的量值范围的评定,是对误差的一种评定方式,总不确定度越小,测量结果就越可靠.

为了能更直观地反映测量结果的优劣,需要引入相对不确定度 E,即

$$E=\frac{U}{X}\times 100\% \tag{1.3.1}$$

1.3.2 直接测量不确定度的估算

1. 总不确定度

物理实验中采用一定近似性的不确定度估算方法. 总不确定度按其数值的评定方法可归并为两类分量:多次测量,用统计方法评定的 A 类分量 U_A;用其他非统计方法评定的 B 类分量 U_B. 总不确定度由 A 类分量和 B 类分量按"方、和、根"的方法合成,即

$$U=\sqrt{U_A^2+U_B^2} \tag{1.3.2}$$

2. A 类分量

在只进行有限次测量时,随机误差不完全服从正态分布规律,而是服从 t 分布(又称学生分布)规律. 此时对随机误差的估计,要在贝塞尔公式的基础上乘上一个因子,不确定度的 A 类分量等于测量值的标准偏差 S_x 乘以因子 $t_P(n-1)/\sqrt{n}$,即

$$U_A=\frac{t_P(n-1)}{\sqrt{n}}S_x \tag{1.3.3}$$

式中,$t_P(n-1)$为与测量次数 n、置信概率 P 有关的量,可以从专门的数据表中查得. 在 $P=0.95$ 时,$t_P(n-1)/\sqrt{n}$的部分数据见表 1.3.1.

表 1.3.1 概率 $P=0.95$ 时,$t_P(n-1)/\sqrt{n}$的值

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_P(n-1)/\sqrt{n}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

当测量次数 $n=6\sim8$ 时,取 $t_P(n-1)/\sqrt{n}\approx1$ 误差并不很大,这时式(1.3.3)可简化为

$$U_A=S_x \tag{1.3.4}$$

3. B 类分量

作为基础训练，物理实验中一般只考虑仪器误差所带来的总不确定度的 B 类分量. 仪器误差是指误差限，即在正确使用仪器的条件下，测量结果与真值之间可能产生的最大误差，用 $\Delta_{仪}$ 表示，物理实验常用仪器的仪器误差见表 1.3.2. 我们约定，大多数情况下简单地把仪器误差 $\Delta_{仪}$ 直接当作总不确定度中的 B 类分量 U_B，即

$$U_B = \Delta_{仪} \tag{1.3.5}$$

表 1.3.2　物理实验常用仪器的仪器误差

仪器名称	量　程	分度值(准确度等级)	仪器误差
钢直尺	0～300mm	1mm	±0.1mm
钢卷尺	0～1000mm	1mm	±0.5mm
游标卡尺	0～300mm	(0.02,0.05,0.1)mm	分度值
螺旋测微计(一级)	0～100mm	0.01mm	±0.004mm
TW-1 物理天平	1000g	100mg	±50mg
WL-1 物理天平	1000g	50mg	±50mg
TG928A 矿山天平	200g	10mg	±5mg
水银温度计	−30～300℃	(0.2,0.1)℃	分度值
读数显微镜		0.01mm	±0.004mm
数字式测量仪器			最末一位的一个单位或按仪器说明估算
指针式电表		a=0.1,0.2,0.5,1.0,1.5,2.5,5.0	±量程×a%

4. 总不确定度的合成

由式(1.3.2)、式(1.3.3)和式(1.3.5)知，总不确定度为

$$U = \sqrt{\left(\frac{t_P(n-1)}{\sqrt{n}}S_x\right)^2 + \Delta_{仪}^2} \tag{1.3.6}$$

当 $P=0.95$，$n=6\sim8$ 时，有

$$U = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{仪}^2} \tag{1.3.7}$$

5. 单次测量的不确定度

如果因为 $S_x < \frac{1}{3}\Delta_{仪}$，或因估算出的 U_A 对实验的最后结果影响甚小，或因条件限制而只进行单次测量，这时的不确定度估算只能根据仪器误差、测量方法、实验条件及操作者技术水平等实际情况，进行合理估计，不能一概而论. 简化的做法是采用仪器误差或其数倍作为单次直接测量的不确定度的估计值. 当取 $U=\Delta_{仪}$ 时，并不意味着只测一次比多次测量时 U 的值小，只说明 $\Delta_{仪}$ 和用 $\sqrt{U_A^2+\Delta_{仪}^2}$ 估算出的结果相差不大.

【例 1】 用螺旋测微计测量某一铜环的厚度七次，测量数据如下：

i	1	2	3	4	5	6	7
H_i/mm	9.515	9.514	9.518	9.516	9.515	9.513	9.517

求 H 的算术平均值、标准偏差和不确定度，写出测量结果.

解 $\overline{H}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}H_i=\frac{1}{7}(9.515+9.514+\cdots+9.517)=9.515(\mathrm{mm})$

$$S_H=\sqrt{\frac{1}{7-1}\sum_{i=1}^{7}(H_i-\overline{H})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{6}[(9.515-9.515)^2+(9.514-9.515)^2+\cdots+(9.517-9.515)^2]}=0.0018(\mathrm{mm})$$

$$U_H=\sqrt{S_H^2+\Delta_{仪}^2}=\sqrt{0.0018^2+0.004^2}=0.005(\mathrm{mm})$$

所以

$$H=(9.515\pm0.005)\mathrm{mm}$$

计算结果表明,H 的真值以 95%的置信概率落在[9.510mm,9.520mm]内.

1.3.3 误差传递 间接测量结果的不确定度合成

直接测量的结果有误差,由直接测量值经过函数运算而得到的间接测量的结果也会有误差,这就是误差的传递.

设间接测量量 N 与各独立的直接测量量 $x,y,z,\cdots$的函数关系为

$$N=f(x,y,z,\cdots) \tag{1.3.8}$$

在对 $x,y,z,\cdots$进行有限次测量的情况下,将各直接测量的最佳值代入上式,即得到间接测量(最佳)值.

设 $x,y,z,\cdots$的不确定度为 $U_x,U_y,U_z,\cdots$,它们必然影响间接测量结果,使 N 也有相应的不确定度 U_N. 由于不确定度都是微小的量,相当于数学中的"增量",因此,间接测量的不确定度计算公式与数学中的全微分公式基本相同. 区别在于:①用不确定度 U_x,U_y 等替代微分 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y$ 等;②考虑到不确定度合成的统计性质,一般是用"方、和、根"形式合成. 于是,在大学物理实验中用下式来简化计算间接测量的不确定度:

$$U_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2U_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2U_y^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2U_z^2+\cdots} \tag{1.3.9}$$

如果我们先对间接测量量 $N=f(x,y,z,\cdots)$函数式两边取自然对数,再求全微分可得到计算相对不确定度的公式如下:

$$\frac{U_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\partial\ln f}{\partial x}\right)^2U_x^2+\left(\frac{\partial\ln f}{\partial y}\right)^2U_y^2+\left(\frac{\partial\ln f}{\partial z}\right)^2U_z^2+\cdots} \tag{1.3.10}$$

当间接测量所依据的数学公式较为复杂时,计算不确定度的过程也较为繁琐. 如果函数形式主要以和差形式出现时,一般采用式(1.3.9),主要以积、商或乘方、开方等形式出现时,用式(1.3.10)会使计算较简便. 式(1.3.9)或式(1.3.10)还常用来分析各直接测量量的误差对最后结果的误差的影响大小,从而为设计或改进实验方案、选择测量仪器等提供重要依据.

常用函数的不确定度合成公式见表 1.3.3.

表 1.3.3 常用函数的不确定度合成公式

函数表达式	不确定度合成公式
$N=x\pm y$	$U_N=\sqrt{U_x^2+U_y^2}$
$N=xy$ 或 $N=\frac{x}{y}$	$\frac{U_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{U_x}{x}\right)^2+\left(\frac{U_y}{y}\right)^2}$
$N=kx$	$U_N=\|k\|U,\ \frac{U_N}{N}=\frac{U_x}{x}$

续表

函数表达式	不确定度合成公式
$N=x^n$	$\frac{U_N}{N}=n\frac{U_x}{x}$
$N=\sqrt[n]{x}$	$\frac{U_N}{N}=\frac{1}{n}\frac{U_x}{x}$
$N=\frac{x^p y^q}{z^r}$	$\frac{U_N}{N}=\sqrt{p^2\left(\frac{U_x}{x}\right)^2+q^2\left(\frac{U_y}{y}\right)^2+r^2\left(\frac{U_z}{z}\right)^2}$
$N=\sin x$	$U_N=\lvert\cos x\rvert U_x$
$N=\ln x$	$U_N=\frac{U_x}{x}$

【例 2】 已知某铜环的外径 $D=(2.995\pm0.006)\mathrm{cm}$，内径 $d=(0.997\pm0.003)\mathrm{cm}$，高度 $H=(0.9516\pm0.0005)\mathrm{cm}$，求该铜环的体积及其不确定度，并写出测量结果.

解 $V=\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)H=\frac{3.1416}{4}(2.995^2-0.997^2)\times0.9516=5.961(\mathrm{cm}^3)$

$$\ln V=\ln\frac{\pi}{4}+\ln(D^2-d^2)+\ln H$$

$$\frac{\partial\ln V}{\partial D}=\frac{2D}{D^2-d^2},\quad \frac{\partial\ln V}{\partial d}=-\frac{2d}{D^2-d^2},\quad \frac{\partial\ln V}{\partial H}=\frac{1}{H}$$

$$\frac{U_V}{V}=\sqrt{\left(\frac{2D}{D^2-d^2}\right)^2U_D^2+\left(-\frac{2d}{D^2-d^2}\right)^2U_d^2+\left(\frac{1}{H}\right)^2U_H^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{2\times2.995\times0.006}{2.995^2-0.997^2}\right)^2+\left(\frac{2\times0.997\times0.003}{2.995^2-0.997^2}\right)^2+\left(\frac{0.0005}{0.9516}\right)^2}$$

$$=0.0046$$

$$U_V=0.0046\times V=0.0046\times5.961=0.027(\mathrm{cm}^3)$$

所以

$$V=(5.961\pm0.027)\mathrm{cm}^3$$

1.4　有效数字及运算规则

1.4.1　有效数字的概念

测量结果都有误差，测量值在一定程度上反映出该物理量的测量误差或不确定度. 在数据记录、计算以及书写测量结果时，究竟要写出几位数字，要根据测量误差或不确定度来定，尾数不能任意取舍. 例如，用 300mm 长的毫米分度钢直尺测量某物体的长度为 75.4mm，其中 75 是准确数字，而最后一位 4 是估计数字或欠准确数字. 准确数字和欠准确数字的全体称为有效数字，前述的 75.4mm 为三位有效数字.

直接测量的读数一般应估计到最小分度值的 1/10，当仪表的分度较窄、指针较粗或测量基准较不可靠时，可估读 1/5 或 1/2 分度. 对于数字式仪表，所显示的数字均为有效数字，无需估读，误差一般出现在最末一位. 在读取整刻度值时，初学者往往只读出了整数值而忘记读取估计的那位“0”. 例如，用毫米分度钢直尺测出某物体的长度正好是 75mm 整，应该记录为 75.0mm，不能写成 75mm. 又如，由长度和直径测量值用计算器算出圆柱体体积为 $V=596.135\mathrm{mm}^3$，不确定度 $U_V=3\mathrm{mm}^3$，可知测量值的第三位已经是欠准确的，