

自适应控制

舒迪前 饶立昌 柴天佑 著

舒迪前 主编



前　　言

《自适应控制》一书是根据 1990 年冶金工业部和中国有色金属工业总公司高等院校教材会议制订的八五教材规划的要求编写的，可作为高等工科院校“工业自动化”、“自动控制”、“计算机应用”及“电气技术”等专业教学用书，也可供从事工业自动化、自动控制及有关工作的科技人员学习参考。

自适应控制是近年来发展较快的一门新学科，内容比较丰富。本书力图在有限的篇幅内阐明自适应控制的一些基本问题。内容包括自适应控制系统的组成、基本原理、基本设计方法、主要理论成果、尚存的主要问题，以及自适应控制的工程应用现状等。现有的各类自适应控制算法较多，为了帮助读者易于领会各类算法的实质，本书在编写过程中注意阐明各类自适应控制算法的内在联系及其统一性，以便读者加深对各类算法的统一理解。鉴于近年来自校正多步预测控制的迅速发展，本书将各类多步预测控制算法专辟一章介绍，并用内部模型控制理论将它们统一起来，以便读者学习掌握。自适应控制的工程实现是一个比较重要的问题，本书对应用中的一些实际问题及其处理方法也进行了介绍，并给出了几个成功的应用实例，供学习参考。

本书共分七章。第一章、第五章由中南工业大学饶立昌教授编写；第二章、第四章、第七章由北京科技大学舒迪前教授编写；第三章、第六章由东北大学柴天佑教授编写；此外，陈讳应、苏志敏、肖林、徐华兴、李凤、刘青松、朱文等同志在本书编写及定稿过程中也参加了部分工作。全书由舒迪前主编统稿。

本书由东北大学顾兴源教授担任主审，参加审稿会的还有：鞍山钢铁学院陈祖清教授、北方工业大学马润津教授、东北大学王金邦副教授及武汉钢铁学院赵明旺副教授。他们对书稿进行了认真审阅和讨论，并提出了许多宝贵的修改意见，使本书质量有明显提高，编者在此表示衷心感谢。

限于编者水平，书中缺点和错误一定不少，殷切希望广大读者批评指正。

编者

1992 年 3 月

目 录

前 言

第一章 概 论	(1)
§ 1.1 自适应控制的研究对象和特点	(1)
§ 1.2 自适应控制系统的主要类型	(2)
1.2.1 自校正控制系统	(2)
1.2.2 模型参考自适应控制系统	(3)
§ 1.3 自适应控制的理论问题	(3)
1.3.1 稳定性	(4)
1.3.2 收敛性	(4)
1.3.3 鲁棒性	(4)
§ 1.4 自适应控制技术的应用概况	(4)
第二章 建模与系统辨识	(6)
§ 2.1 概 述	(6)
2.1.1 什么是系统辨识	(6)
2.1.2 系统辨识的步骤和内容	(6)
§ 2.2 数学模型的描述方法	(8)
2.2.1 微分方程与传递函数	(8)
2.2.2 离散差分模型	(8)
2.2.3 脉冲响应模型	(13)
2.2.4 离散状态方程模型	(14)
§ 2.3 采样系统的几个特殊问题	(16)
2.3.1 离散差分模型参数间的关系	(16)
2.3.2 采样系统的零点	(18)
2.3.3 采样周期 T_s 的选择	(22)
§ 2.4 动态过程参数估计的最小二乘法	(23)
2.4.1 一次完成最小二乘法	(23)
2.4.2 参数估计的递推最小二乘法	(24)
2.4.3 最小二乘估计量的统计性质	(27)
2.4.4 慢时变系统的递推适应算法	(29)
§ 2.5 增广最小二乘法 (ELS)	(30)
2.5.1 最小二乘估计法的局限性	(30)
2.5.2 增广最小二乘法	(31)

§ 2.6 相关分析-最小二乘 (COR-LS) 两步法	(32)
2.6.1 脉冲响应的辨识	(33)
2.6.2 相关分析-最小二乘 (COR-LS) 两步法	(34)
2.6.3 伪随机信号及其在系统辨识中的应用	(35)
§ 2.7 模型的时延和阶的检验	(38)
2.7.1 系统时延的确定	(38)
2.7.2 阶的检验方法	(39)
§ 2.8 建模与参数估计应用举例	(41)
2.8.1 力学持久机电加热炉的结构和模型类型	(41)
2.8.2 模型的结构和参数估计	(42)
§ 2.9 小 结	(46)
思考题和习题	(46)
第三章 自校正控制系统	(48)
§ 3.1 概 述	(48)
§ 3.2 自校正调节器	(49)
3.2.1 最小方差预报和最小方差控制器设计	(49)
3.2.2 闭环系统特性和稳定性分析	(52)
3.2.3 自校正调节器	(53)
§ 3.3 广义最小方差自校正控制器	(56)
3.3.1 最小方差预报和广义最小方差控制器设计	(56)
3.3.2 闭环系统特性和稳定性分析	(58)
3.3.3 加权多项式 $P(z^{-1}), Q(z^{-1})$ 和 $R(z^{-1})$ 的选择	(58)
3.3.4 自校正控制器	(59)
§ 3.4 自校正前馈控制器	(60)
3.4.1 广义最小方差前馈控制器	(61)
3.4.2 闭环系统特性和稳定性分析	(62)
3.4.3 加权多项式 $P(z^{-1}), Q(z^{-1}), R(z^{-1})$ 和 $S(z^{-1})$ 的选择	(62)
3.4.4 自校正前馈控制器	(65)
3.4.5 自校正前馈控制算法的全局收敛性	(66)
§ 3.5 显式自校正前馈控制器	(76)
3.5.1 广义最小方差前馈控制律	(77)
3.5.2 闭环系统特性和稳定性分析	(78)
3.5.3 显式自校正前馈控制器	(79)
3.5.4 显式自校正前馈控制算法的全局收敛性问题	(80)
§ 3.6 零极点配置自校正控制器	(81)
3.6.1 零极点配置控制器	(81)
3.6.2 零极点配置自校正控制器	(84)
§ 3.7 零极点配置自校正前馈控制器	(89)

3.7.1 零极点配置前馈控制器	(89)
3.7.2 零极点配置自校正前馈控制器	(91)
3.7.3 全局收敛性	(92)
§ 3.8 隐式极点配置自校正控制器.....	(93)
3.8.1 极点配置控制器设计	(93)
3.8.2 隐式极点配置自校正控制器	(94)
§ 3.9 具有极点配置的广义自校正控制器.....	(96)
3.9.1 隐式极点配置广义自校正控制器	(96)
3.9.2 显式极点配置广义自校正控制器	(98)
§ 3.10 自校正 PID 控制器	(101)
3.10.1 PID 控制器算法	(101)
3.10.2 具有极点配置的 PID 控制器	(102)
3.10.3 自校正 PID 控制器	(103)
§ 3.11 多变量自校正控制器.....	(104)
3.11.1 广义最小方差控制器	(104)
3.11.2 多变量自校正控制器	(106)
§ 3.12 小 结.....	(107)
思考题和习题.....	(108)
第四章 自校正预测控制系统.....	(109)
§ 4.1 概 述	(109)
§ 4.2 自校正内模控制器 (STIMC)	(110)
4.2.1 内模控制原理	(110)
4.2.2 内模控制器设计	(113)
4.2.3 Jury 稳定性判据	(120)
4.2.4 自校正内模控制器	(123)
§ 4.3 自校正模型算法控制器 (STMAC)	(126)
4.3.1 基本模型算法控制 (MAC)	(126)
4.3.2 积分型模型算法控制 (IMAC)	(131)
4.3.3 自校正模型算法控制器 (STMAC)	(137)
§ 4.4 自校正动态矩阵控制器 (STDMD)	(138)
4.4.1 动态矩阵控制原理	(138)
4.4.2 自校正动态矩阵控制器 (STDMD)	(143)
§ 4.5 广义预测自校正控制器 (GPSTC)	(144)
4.5.1 广义预测控制 (GPC) 原理	(144)
4.5.2 闭环系统特性	(151)
4.5.3 广义预测自校正控制器	(152)
§ 4.6 广义预测极点配置自校正控制器 (GPPSTC)	(152)
4.6.1 广义预测极点配置 (GPP) 原理	(152)

4.6.2 闭环系统特性与极点配置	(155)
4.6.3 广义预测极点配置自校正控制器	(155)
§ 4.7 小 结	(156)
思考题和习题.....	(156)
第五章 模型参考自适应控制系统.....	(158)
§ 5.1 模型参考自适应系统的数学描述	(158)
§ 5.2 Lyapunov 稳定性概念及基本定理.....	(161)
5.2.1 Lyapunov 意义下的稳定性	(161)
5.2.2 Lyapunov 稳定性定理	(162)
§ 5.3 正实性和超稳定性定理	(165)
5.3.1 正实性和正实引理	(165)
5.3.2 超稳定性理论	(171)
§ 5.4 采用 Lyapunov 稳定性理论的设计方法	(174)
5.4.1 用可调系统状态变量构成自适应规律的设计方法	(174)
5.4.2 用被控对象的输入输出构成自适应规律的设计方法	(177)
§ 5.5 采用超稳定性理论的设计方法	(191)
5.5.1 用状态变量设计模型参考自适应系统	(191)
5.5.2 用输入输出测量值设计模型参考自适应系统	(197)
§ 5.6 离散模型参考自适应控制系统	(199)
5.6.1 概 述	(199)
5.6.2 离散模型参考自适应控制	(203)
§ 5.7 模型参考自适应系统的鲁棒性	(211)
5.7.1 概 述	(211)
5.7.2 产生不稳定现象的原因	(211)
5.7.3 鲁棒的自适应算法	(216)
§ 5.8 小 结	(217)
思考题和习题.....	(218)
第六章 自适应控制算法的统一格式及全局收敛性.....	(220)
§ 6.1 自适应控制算法的统一格式	(220)
6.1.1 直接自适应控制算法的统一格式	(220)
6.1.2 间接自适应控制算法的统一格式	(224)
6.1.3 直接算法统一格式与间接算法统一格式之间的联系	(227)
§ 6.2 直接自适应控制算法的全局收敛性分析	(228)
6.2.1 直接自适应控制算法的统一格式	(228)
6.2.2 直接自适应控制算法	(229)
6.2.3 全局收敛性分析	(230)
§ 6.3 间接自适应控制算法的全局收敛性分析	(234)
6.3.1 间接自适应控制算法的统一格式	(234)

6.3.2 间接自适应控制算法	(234)
6.3.3 全局收敛性分析	(235)
§ 6.4 小结	(241)
第七章 自适应控制应用举例	(242)
§ 7.1 罩式退火炉智能自适应群控系统	(242)
§ 7.2 造纸机纸张定量和水分广义预测自校正控制	(247)
§ 7.3 直流电机调速系统的自适应控制	(251)
§ 7.4 小结	(255)
附 录	(256)
参考文献	(260)

第一章 概 论

§ 1.1 自适应控制的研究对象和特点

自适应控制是现代控制理论的一个重要分支，是当前自动控制领域中活跃的重要研究课题。近年来控制理论和计算机技术的飞速发展，大大促进了自适应控制的研究，出现了许多新概念、新算法和新的理论成果。自适应控制系统的应用也日趋广泛。

自适应控制系统不同于常规的反馈控制系统，也不同于确定性最优控制系统和随机最优控制系统。众所周知，当被控对象结构参数已知，或定常或变化较小（以致可以忽略）时，一般采用常规反馈控制或最优控制等方法，便可以得到较为满意的控制效果。它可以使控制系统动态响应过程指标，如超调量、振荡次数、过渡时间和通频带等符合要求，或者使某项性能指标达到最佳。例如，产品质量最高、质量最好、能耗最少、成本最低、运行时间最短、跟踪指令信号的速度最快，以及输出方差最小等等。总之，它们研究的控制对象是“确定性”的。确定性控制系统的理论和设计方法都比较成熟。而自适应控制的研究对象是具有不确定性的系统，这里所谓“不确定性”是指描述被控对象及其环境的数学模型不是完全确定的，其中含有一些未知因素和随机因素。形成被控系统不确定性的原因有：

(1) 由于现代工业装置和过程的复杂性，单纯依靠机理分析很难确切知道它的动态特性。描述被控对象动态过程的数学模型的结构和参数，设计者事前不一定能够完全掌握，所得到的数学模型都是近似的。

(2) 外部环境对过程的影响不可避免。例如：飞行器在低空和高空的气动特性相差很大；某些电子器件和化学反应过程中某些参数随着环境的温度、湿度的变化而变化等。如果把这些外部环境的影响等效地用干扰来表示的话，这些干扰有的不能量测，有的虽然能量测但无法预计它们的变化。

(3) 过程本身的特性在运行过程中也会发生变化。例如，化学反应过程，当原料不同时系统参数会有很大的变化，绕纸卷筒的惯性会随纸卷的直径而变化，机械手的动态特性会随臂的伸屈而变化等。

面对如此众多的具有较强不确定性的被控系统，如何设计一个满意的控制器，就是自适应控制的任务。由于自适应控制的对象是那些存在不确定性的系统，所以这种控制应首先能在控制系统的运行过程中，通过不断地量测系统的输入、状态、输出或性能参数，逐渐了解和掌握对象。然后根据所得的过程信息，按一定的设计方法，作出控制决策去更新控制器的结构、参数或控制作用，以便在某种意义上使控制效果达到最优或次最优，或达到某个预期目标。按此思想建立起来的控制系统便是自适应控制系统。

由此可见，一个自适应控制系统必然具有下列三个基本特征：

(1) 有过程信息的在线积累。这用以降低被控系统原有的不确定性。为此可用系统辨识的方法在线辨识被控系统的结构和参数，直接积累过程的信息；也可通过量测能反映过程状

态的某些辅助变量，间接积累过程信息。

(2) 有一个可调的控制器。该控制器的结构参数或信号可以根据性能指标要求进行自动调整。这种可调性的要求是由被控系统的不确定性决定的，否则就无法对过程实现有效的控制。

(3) 在性能指标的闭环控制中，实现性能指标的控制。将获取的实际性能与预定性能之间的偏差信息进行反馈，并据以修改可调控制器，直到实际性能达到或接近预定性能为止。

§ 1.2 自适应控制系统的主要类型

自从 50 年代末期由麻省理工学院 Wittaker 等人提出第一个自适应控制系统以来，先后出现过许多形式完全不同的自适应控制系统。但是，无论从理论研究和实际应用的角度来看，目前比较成熟的自适应控制系统主要有两大类：自校正控制系统和模型参考自适应控制系统。

1.2.1 自校正控制系统

当过程的随机、时延、时变和非线性等特性比较明显时，采用常规的 PID 调节器很难收到良好的控制效果，甚至无法达到基本要求。此外，在初次运转或者工况发生变化时，都需要重新整定 PID 参数，这相当耗费时间。如果采用自校正控制技术，上述问题都能得到圆满的解决。理论分析和应用结果表明，自校正控制技术特别适用于结构已知和参数未知而恒定或缓慢变化的随机控制系统。由于大多数工业对象都具有这些特征，再加上自校正控制技术理解直观，实现简单经济，所以它在工业过程控制中已得到广泛应用，现已成为十分重要的一类自适应控制系统。

自校正控制系统的一个主要特点是具有被控对象数学模型的在线辨识环节。此类系统要根据系统运行数据，首先对被控对象进行在线辨识，然后再根据辨识得来的模型参数和事先指定的性能指标，进行在线的综合控制。自校正控制系统由两个环路组成，它的典型结构如图 1.2.1 所示。内环同常规反馈系统类似，由过程和控制器组成。外环由参数辨识器和控制器参数设计计算机构组成。外环的任务是辨识过程参数，再按选定的设计方法综合出控制器参数，用以修改内环的控制器。

在目前的自校正控制系统中，用来综合自校正控制律的性能指标有两类：优化性能指标和常规性能指标。前者如最小方差、广义最小方差、LQG 和广义预测控制；后者如极点配置和 PID 控制。用来进行参数估计的方法有最小二乘法、增广最小二乘法、辅助变量法和极大似然法。

自校正控制思想可追溯到 1958 年 Kalman 发表的一篇文章，文章提出了在参数估计的基础上计算最优控制器的所谓自最优控制系统。但是直到 1973 年 Astron 和

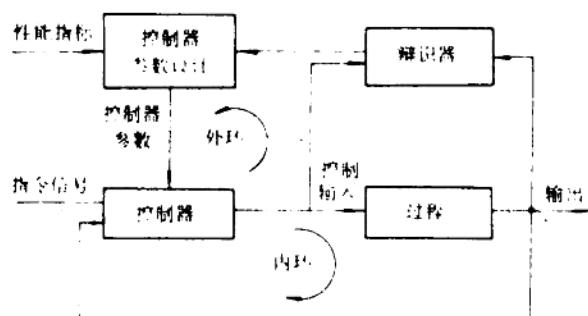


图 1.2.1 自校正控制系统的典型结构

Wittenmark⁽²⁾证明了自校正最小方差控制对于自回归滑动平均模型(ARMA)系统的收敛性和最优化之后，自适应的思想才得到了关键性的、实质性的进展，并且还促进了随机自适应控制的发展。随后人们致力于提高自校正的性能和扩大它的应用范围。1975年Clarke⁽³⁾等人提出了广义最小方差自校正控制器，它可应用于非最小相位系统，因而受到普遍的重视。Wellstead(1979)⁽³²⁾，Astrom和Wittenmark⁽⁴⁾(1980)也解决了零极点配置自校正调节问题以及将自校正控制推广到多变量系统中。此外，LQG，广义预测和PID等自校正控制方案也纷纷出现并得到迅速发展。关于离散时间随机自适应控制的稳定性和收敛性等理论课题也吸引了许多学者的关注和研究。

1.2.2 模型参考自适应控制系统

这也是一类重要的自适应控制系统。它的基本结构如图1.2.2所示。在这个系统中，采用了一个称为参考模型的辅助系统。由于指令信号在输入到控制器的同时也加到这个参考模型的输入端，所以此模型相当于输出响应的一个样板，即其输出或状态规定了系统的期望性能指标。为了比较给定性能和实测性能，可用减法器将参考模型和可调系统的过程输出或状态直接相减，得到广义误差信号。自适应机构根据这个信号和一定的自适应规律产生反馈作用，以修改控制器的参数；或产生一个辅助信号，促使可调系统与参考模型相一致（模型匹配），广义误差也趋向极小或减少至零。

模型参考自适应控制与自校正自适应控制在形式上很相似，也划分为内外两个环。内环是由对象和控制器组成的常规反馈回路。外环是调整控制器参数的自适应回路。

模型参考自适应系统最初由Whitaker于1958年提出，并用参数最优化理论导出了自适应规律的算法(MIT律)。这一方法的最大缺点是不能确保所设计的自适应系统是全局渐近稳定的。因此，在60年代中期Parks提出了用Lyapunov函数法设计模型参考自适应系统；此后，许多学者如Monopoli，Narendra等又在这方面做了许多工作，对控制方案作了改进。在Popov提出超稳定性理论之后，Landau于1974年把这一稳定性理论用到模型参考自适应系统的设计中，引起各国学者的重视。近年来许多学者，如Narendra，Morse和Goodwin等在模型参考自适应系统的稳定性、收敛性和设计方法等方面都作出了许多贡献。

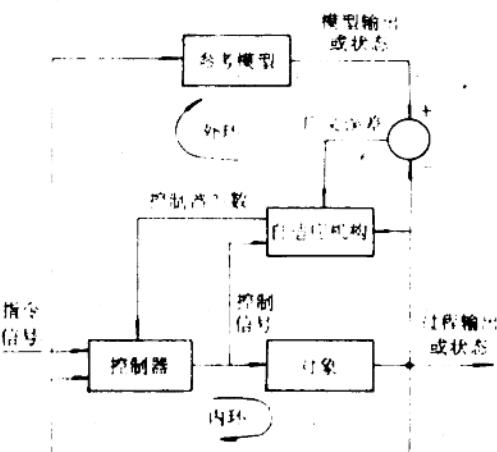


图1.2.2 模型参考自适应控制系统的基本结构

§ 1.3 自适应控制的理论问题

自适应控制系统是一个时变的非线性系统，有时还兼有随机干扰的影响，所以分析这类

系统十分困难。从目前自适应控制理论的发展现状来看，主要研究重点课题有稳定性、收敛性和鲁棒性等。现简要介绍如下。

1.3.1 稳定性

自适应控制系统的稳定性是指系统的状态、输入和输出以及参数的有界性。象任何反馈系统一样，保证全局稳定性是自适应控制系统能正常工作的前提条件。对于模型参考自适应控制系统目前普遍使用的数学工具主要有 Lyapunov 直接法和 popov 超稳定理论。但可惜这些稳定性理论还未能满足自适应控制的要求，也未能满意地处理已提出的一些自适应控制的问题。

1.3.2 收敛性

一个自适应控制算法具有收敛性是指在给定的初始条件下，它能渐近达到预期目标，并在收敛过程中保持系统所有变量有界。

对于离散自适应控制系统，尤其是随机离散系统，一般采用递推自适应算法，这有利于实现在线计算和用微处理机实现。由于自适应算法的非线性特性，对建立收敛性理论带来了很大困难。目前受到重视的还是借助稳定性理论的研究方法，主要有常微分方程法（ODE 法）以及鞅（Martingale）收敛定理。ODE 法的基本思想是：导出与辨识算法相关联的伴随微分方程，通过研究微分方程的稳定性来判断递推算法的收敛性。鞅收敛过程分析相当于 Lyapunov 函数在随机系统的应用。它需要引进一个随机 Lyapunov 函数，然后用鞅理论分析这个函数的收敛性。前几年，自适应控制的收敛性分析主要集中在性能收敛上，即自适应系统性能收敛到参数已知时设计的性能，实现跟踪最优。1987 年陈翰馥、郭雷利用衰减激励的方法同时使自适应跟踪最优和参数估计一致，解决了跟踪最优与参数估计收敛性的统一问题。

1.3.3 鲁棒性

自适应控制系统的鲁棒性主要是指：在存在扰动和未建模动态的条件下，系统保持其稳定性和性能的能力。这个问题在早期的理论研究中未引起足够的重视，直到 80 年代才逐渐被重视起来。由于在实际系统中，理想情况下的假定很难满足，尤其是被控对象特性的阶数一般很难确定，对象特性中常附有未计及或难以计及的寄生高频特性。此外，系统总是存在输出扰动和测量噪声的影响，这些都可能导致现有的按理想条件的设计丧失稳定性。因此，如何设计一个鲁棒性强的自适应控制系统是当前十分重要的理论课题。

自适应控制的理论问题远不止上述三个方面。比如，如何提高参数自适应的速度，优化自适应控制的过程和简化算法等等都是有待进一步深入研究、发展和完善的理论课题。

§ 1.4 自适应控制技术的应用概况

自适应控制系统最早在飞行器中得到应用。这是因为飞机是一个工作环境复杂、参数变化幅度大的被控对象，采用自适应控制方案显然是十分合理的。因此，早在 50 年代末，即已推出模型参考自适应控制方案，只是限于当时理论和技术的发展水平，尚未得到很满意的结

使自适应控制技术在许多军事和工业部门中的应用得到不断地发展和推广。

大型油轮自动驾驶仪是较早成功应用随机自适应控制的一例。它用一种自适应自动驾驶仪取代了原有的 PID 调节器。实践证明，自适应自动驾驶仪能够在变化复杂的随机环境下，例如在海浪、潮流、阵风等的扰动下，以及在不同的负荷、不同的航速下，油轮都能适应并能经济地和稳定可靠地工作。

在电力系统方面，在 60 年代中期就提出用自适应方法来实现锅炉燃烧效率的优化控制。

24 英寸（约 61cm）的卫星跟踪望远镜的伺服系统又是一个成功采用模型参考自适应控制技术的例子。由于有效地补偿了望远镜装置中惯量变化、静摩擦和其他无规律现象的影响，使跟踪精度提高了六倍。

在化工、冶金等工业过程，由于其复杂，或因原料的变化、设备的磨损等，都可能使工艺参数发生复杂而幅度较大的变化。对于这类生产过程，如采用自适应控制技术，可以使调节器参数随工艺参数的变化按某种最优性能自动整定，从而保证产品的产量和质量稳定。所以自 70 年代以来，在工业过程控制的许多领域，例如板轧机的厚度、带钢热轧机的张力、碎矿机的效率、矿石的干燥和电加热炉的温度、造纸机的基重和湿度、水泥的配料，蒸发器的液位等方面，都不同程度地采用了自适应控制系统。

在电力拖动方面，近年来也成功地应用了模型参考自适应控制技术。由于采用了自适应电流调节器和速度调节器，可以保证当系统参数（例如：惯性、负载力矩、时间常数和放大倍数等）在大范围内变化时，系统的动态响应仍可能与希望的响应相接近。

在国内，对自适应控制技术，不单在理论研究方面，而且在工业应用方面，都受到了普遍的重视，已呈现出比较活跃的景象。本书末将专辟一章介绍我国几个成功应用自适应控制技术的实例。

第二章 建模与系统辨识

§ 2.1 概 述

本章讨论动态系统数学模型的建立问题，即如何确定动态系统的模型类型、结构和参数，目的是为后面几章讨论自适应控制时提供一些必备的基本建模知识和几种常用的辨识算法，如建模步骤和内容、递推最小二乘法、增广最小二乘法（增广矩阵法）、相关分析-最小二乘法及模型阶的检验等。其他与自适应控制关系不大，或目前尚用得不多的算法不在本章进行讨论。在自适应控制中，由于离散模型参数间的关系，采样系统的零点及采样周期的选择等与自适应控制系统的稳定运行及鲁棒性关系较大，故专辟一节加以讨论。

2.1.1 什么是系统辨识

系统辨识是研究如何用试验研究分析办法来建立待求系统数学模型的一门学科。Zadeh (1962年)指出：“系统辨识是在输入和输出数据的基础上，从一类模型中确定一个与所观测系统等价的模型”。Ljung (1978年)也给出如下定义：“系统辨识有三个要素——数据、模型类和准则，即根据某一准则，利用实测数据，在模型类中选取一个拟合得最好的模型”。实际上系统的数学模型就是对该系统动态本质的一种数学描述，它能向人们提示该实际系统运行中的有关动态信息。但系统的数学模型总比真实系统要简单些，因此，它仅是真实系统或过程降低了复杂程度，但仍保留其主要特征的一种近似数学描述。

建立数学模型通常有两种方法，即机理分析建模和试验分析建模。机理分析建模就是根据系统内部的物理和化学过程，概括其内部变化规律，导出其反映系统的动态行为并表征其输入输出关系的数学方程（即机理模型）。但有些复杂过程，人们对其复杂机理和内部变化规律尚未完全掌握（如高炉和转炉的冶炼过程等），还有一些过程的许多重要参数必须用实验方法才能确定（如热传导系数、化学反应速度等），因此用实验分析方法获得表征过程动态行为的输入输出数据，以建立统计模型，实际上是系统辨识的主要方面，它可适用于任何结构的复杂过程，是本章讨论的重点。

2.1.2 系统辨识的步骤和内容

系统辨识的一般步骤和内容可用图 2.1.1 表示。

一、辨识目的和验前知识

根据对系统模型应用场合的不同，对建模要求也有所不同。例如对理论模型参数的检验及故障检测和诊断用的模型则要求模型建得准些。而对于过程控制和自适应控制等用的模型则精度可降低些，因为这类模型所关心的主要问题是控制效果的好坏，而不是所估计的模型参数是否收敛到真值。

验前知识是在进行辨识模型之前对系统机理和操作条件、建模目的等了解的统称。有些场合为了获得足够的验前知识还要对过程进行一些预备性的试验，以便获得一些必要的过程参数，如系统中主要的时间常数和纯滞后时间，系统中是否存在非线性，参数是否随时间变化，允许输入幅度和过程中的噪声水平等。

二、实验设计

实验设计主要内容是选择和决定：输入信号的类型、产生方法和引入点、采样周期、在线或离线辨识、信号的滤波等。由于对实验条件存在种种限制，如对输入和输出量的幅度和功率的限制，最大采样速度的限制，实验进行时间或能够取得的和用于建模的样本总个数的限制等。因此怎样在上述限制条件下设计实验，以便获得尽可能多的能反映过程动态行为的有用信息，是实验设计的中心任务。

三、模型结构的确定

为确定模型结构，需要在验前知识的基础上做必要的假定，即确定系统数学模型的具体表达形式。一般是根据对象的性质和控制的方法决定用微分方程还是用差分方程；用脉冲响应函数还是用状态方程等。数学模型的具体表达形式确定后，才能进一步确定系统模型的阶次和参数，这就是所谓模型结构的确定问题。对于单输入单输出（SISO）情况，动态模型的结构辨识就是确定模型的阶。但对于多输入多输出（MIMO）情况，问题就复杂多了，它涉及到多变量系统规范型的一组不变量的确定问题。

模型阶次的确定是个循环反复的过程。根据验前知识先假设模型为某一阶次，然后进行参数估计，在此基础上对阶次的假定进行检验，如检验结果是否定的，则要修改假设，增加阶次重新估计参数，再做检验，这样反复循环直到得出符合要求的最后结果为止。

四、参数估计

模型结构设定后，模型的未知部分就是根据输入输出数据，确定一种最优准则，再利用最优化方法，估计模型参数（参数估计方法将在后面几节讨论）。

五、模型验证

辨识出来的模型要进行检验。即将所估模型的计算输出与系统实测输出进行比较，若两者相差较大，则需修改模型结构假定，甚至修改实验设计，重复进行试验和拟合直到模型最后满足要求为止。

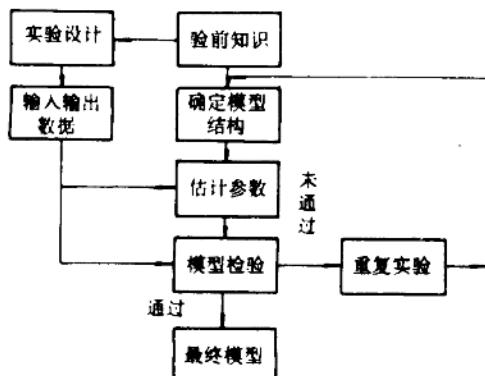


图 2.1.1 系统辨识的步骤和内容

§ 2.2 数学模型的描述方法

自适应控制系统的数学模型由于需要在线估计参数，故应使被估计的参数尽量少，计算时间尽量短，同时模型本身既要简单、使用方便，又要尽可能包含更多的过程动态信息。

在系统辨识中常用的数学模型描述方法有微分方程、离散差分方程、状态方程和脉冲响应函数等。前几种称为参数模型，最后一种称为非参数模型。这是因为对于前几种，系统的动态特性可用模型的几个参数来表征，辨识的任务主要是确定这些参数；而最后一种，系统的动态特性则是用它的脉冲响应曲线来描述，辨识的任务就是确定反映此系统动态过程的时间序列的权系数。

2.2.1 微分方程与传递函数

在自动控制理论中动态系统可用微分方程来描述：

$$\begin{aligned} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \alpha_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + \alpha_1 \frac{dy(t)}{dt} + \alpha_0 y(t) \\ = \beta_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \beta_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + \beta_0 u(t) \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

式中 $y(t), u(t)$ 分别为系统输出量和输入量， $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ 为其系数，对线性时不变系统来说均为常数，且有 $n > m$ 。

若系统的初始状态为零，对上式进行拉氏变换可求得系统的传递函数

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\beta_m s^m + \beta_{m-1} s^{m-1} + \cdots + \beta_1 s + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \alpha_1 s + \alpha_0} = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.2.2a)$$

式中 s 为拉氏变换算子， $Y(s), U(s)$ 分别为 $y(t)$ 和 $u(t)$ 的拉氏变换。

若系统有纯时延，则其传递函数应改为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\beta_m s^m + \beta_{m-1} s^{m-1} + \cdots + \beta_1 s + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \alpha_1 s + \alpha_0} e^{-\tau s} \quad (2.2.2b)$$

$$= \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\tau s} \quad (2.2.2c)$$

式中 τ 为纯滞后时间。

2.2.2 离散差分模型

一、确定性离散差分模型

自适应控制系统通常是用计算机以数字运算方式来实现的。如已求得过程模型是用微分方程表述的连续时间系统，则需先应用 z 变换求得脉冲传递函数，再将其写成离散差分方程形式。若不考虑随机干扰的影响，当采样周期 T_0 为过程纯时延的整数倍时，经变换后的离散差分方程为

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + \cdots + a_n y(k-n) \\ = b_0 u(k-d) + b_1 u(k-d-1) + \cdots + b_n u(k-d-n) \end{aligned} \quad (2.2.3a)$$

式中 k 为 kT_0 的简写， T_0 为采样周期， d 是 dT_0 的简写为系统总时延，且有 $d = l + 1$ ，其中

l 为系统纯时延。上式可改写成

$$(1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n})y(k) = z^{-d}(b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_n z^{-n})u(k) \quad (2.2.3b)$$

或写成

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) \quad (2.2.3c)$$

式中 z^{-1} 为后移算子, $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ 分别为

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}, \quad B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^n b_i z^{-i} \quad (2.2.3d)$$

在零初始条件下其脉冲传递函数为

$$G(z^{-1}) = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2.2.3e)$$

在上面的讨论中因只考虑了输出项 $A(z^{-1})y(k)$ 和控制项 $B(z^{-1})u(k)$, 即只考虑了系统输出和输入之间的关系, 而没有考虑随机干扰的影响。故它是一确定性的离散时间系统模型。

二、离散随机扰动模型

1. 平稳随机序列

在通常情况下, 对于离散系统, 随机扰动可用一平稳随机序列来描述。平稳随机序列的统计特性不随时间的平移而变化, 其数字特征可用均值和相关函数来表征。若它的均值为常数, 方差有界且其相关函数仅是时间差的函数, 即

$$E[v(\lambda)] = m_v, \quad E[v(\lambda)v(\lambda+k)] = R_v(k), \quad (R_v(k) = R_v(-k))$$

则称 $v(\lambda)$ 为宽平稳序列 (或称弱平稳序列)。

2. 谱密度与相关函数

众所周知, 时间函数的频率结构可利用 Fourier 变换来确定。平稳随机序列的频率结构, 即功率谱密度 $\Phi_v(\omega)$ 与时间函数, 即相关函数 $R_v(k)$ 的 Fourier 变换公式如下:

$$\phi_v(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j\omega k} R_v(k) \quad (2.2.4a)$$

$$R_v(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi_v(\omega) e^{j\omega k} d\omega \quad (2.2.4b)$$

下面应用谱密度来研究当一平稳随机序列作用于其脉冲传递函数为 $G(z)$ 的线性动态系统时, 系统输出的动态响应。

当系统输入一均值为 m_ξ , 谱密度为 $\phi_\xi(\omega)$ 的平稳随机序列时, 若系统是渐近稳定的, 则可以证明其输出 $v(\lambda)$ 也是一平稳随机序列, 且有

$$\phi_v(\omega) = G(e^{j\omega})G(-j\omega)\phi_\xi(\omega) \quad (2.4.5)$$

由线性系统理论知, 线性系统的脉冲响应可用离散卷积公式描述:

$$v(\lambda) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} g(\lambda - i)\xi(i) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i)\xi(\lambda - i) \quad (2.2.6)$$

由谱密度与相关函数关系式有

$$\begin{aligned} \phi_v(\omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_v(k)e^{-j\omega k} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{E[v(\lambda+k)v(\lambda)]\}e^{-j\omega k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ E \left[\sum_{i=0}^{\infty} g(i) \xi(\lambda + k - i) \sum_{l=0}^{\infty} g(l) \xi(\lambda - l) \right] \right\} e^{-j\omega k} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} g(i) g(l) R_{\xi}(k - i + l) \right\} e^{-j\omega k} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} g(i) \sum_{l=0}^{\infty} g(l) [e^{-j\omega i} e^{j\omega l} R_{\xi}(k)] \right\} e^{-j\omega k} \\
&= \left[\sum_{i=0}^{\infty} e^{-j\omega i} g(i) \right] \left[\sum_{l=0}^{\infty} e^{j\omega l} g(l) \right] \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{\xi}(k) e^{-j\omega k} \right]
\end{aligned}$$

而

$$\phi_{\xi}(\omega) = G(e^{j\omega}) G(e^{-j\omega}) \phi_{\xi}(\omega) \quad (e^{j\omega} = z)$$

式中 $G(e^{j\omega}) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-j\omega i} g(i)$ 为系统脉冲传递函数。

上述结果示明：平稳离散时间系统的输出谱密度等于输入谱密度乘以系统的功率增益 $|G(z)|^2$ ，此结果可利用来进行谱分解。

3. 白噪声

离散时间白噪声 $\{\xi(\lambda)\}$ 是一均值为零，相关函数为

$$E[\xi(\lambda) \xi(\lambda + k)] = R_{\xi}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_{\xi}^2 e^{jk\omega} d\omega = \sigma_{\xi}^2 \frac{\sin k\pi}{k\pi} = \sigma_{\xi}^2 \delta_k, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2.2.7a)$$

其中 δ_k 为 Kronecker 符号，即

$$\delta_k = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

的平稳随机序列。可见当 $\lambda_1 \neq \lambda_2$ 时， $\xi(\lambda_1)$ 与 $\xi(\lambda_2)$ 不相关。

白噪声的谱密度

$$\phi_{\xi}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{\xi}(k) e^{-j\omega k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sigma_{\xi}^2 \delta_k e^{-j\omega k} = \sigma_{\xi}^2 \quad (-\infty < \omega < \infty) \quad (2.2.7b)$$

上式表明：白噪声序列 $\{\xi(\lambda)\}$ 的谱密度 $\phi_{\xi}(\omega)$ 在各个频率 ω 上相同。从光谱分析中知：白光的光谱在各频率上有相同的强度。因此白噪声与白光有类似的特性，对于不具备上述特性的噪声统称为有色噪声。在自然界中，纯粹的白噪声序列很难遇到，但许多实际的随机序列可近似地当作白噪声来处理。一点重要的启发是：有色噪声可用白噪声通过一线性系统来产生。

4. 离散系统的谱分解

对一渐近稳定非时变的离散系统，若其脉冲传递函数为 $G(z^{-1})$ ，且假定其输入信号为白噪声，其谱密度 $\phi_{\text{in}}(\omega) = 1$ ，则由前述的输出谱密度公式 (2.2.5) 可知：系统的输出信号为一弱平稳过程，其谱密度为

$$\phi_{\text{out}}(\omega) = G(z^{-1}) G(z) \quad (2.2.8a)$$

现在要问是否所有的谱密度函数 $\phi(\omega)$ 都能作这种谱分解？如果这种谱分解总成立的话，那么所有平稳过程都能看作是具有白噪声输入的动态系统的输出了。此即谱分解定理。

定理 2.2.1 谱分解定理

给定有理谱密度 $\phi(\omega)$ 的平稳随机过程，则必存在一有理函数

$$G(z) = \frac{C(z)}{A(z)} \quad (2.2.9)$$