

工程电磁学

(第六版)

徐安士 周乐柱 译



作力作典

国外电子与通信教材系列

0441
51
49

工程电磁学 (第六版)

Engineering Electromagnetics Sixth Edition

[美] William H. Hayt, Jr. 著
John A. Buck

徐安士 周乐柱 译



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书是针对工程师的基本电磁学经典教材,完全从用户的角度出发,其逻辑性很强的表示法强调了物理的理解。书中提供了大量的图表和对比,帮助学生掌握复杂的概念。另外,书中大量的例题和习题使得学生可以独立学习。在本书的内容中,实验规律作为单独的概念,之后将被麦克斯韦方程统一。这样,书中的知识发展平行于本学科的历史发展,这是一种“自然的”学习方法。

Published by McGraw-Hill, an imprint of The McGraw-Hill Companies, Inc. 1221 Avenue of the Americas, New York, NY, 10020. Copyright ©2001, 1989, 1981, 1974, 1967, 1958, by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written consent of The McGraw-Hill Companies, Inc., including, but not limited to, in any network or other electronic storage or transmission, or broadcast for distance learning.

本书英文版由美国McGraw-Hill公司出版,该公司已将中文版独家版权授予中国电子工业出版社及北京美迪亚电子信息有限公司。未经许可,不得以任何形式和手段复制或抄袭本书内容。

版权贸易合同登记号 图字: 01-2003-1990

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁学(第6版)/ (英)海特(Hayt, W.H.)等著;徐安士等译. —北京:电子工业出版社, 2004.6
书名原文: Engineering Electromagnetics Sixth Edition
ISBN 7-120-00038-1

I. 工... II. ①海...②徐... III. 电磁学—教材 IV. O441

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第045875号

责任编辑:陈宇

印刷:北京天竺颖华印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

北京市海淀区翠微东里甲2号 邮编:100036

经销:各地新华书店

开本:787×1092 1/16 印张:26 字数:660千字

印次:2004年6月第1次印刷

定价:40.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换,若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010) 68279077。质量投诉请发邮件至zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

序

2001年7月间,电子工业出版社的领导同志邀请各高校十几位通信领域方面的老师,商量引进国外教材问题。与会同志对出版社提出的计划十分赞同,大家认为,这对我国通信事业、特别是对高等院校通信学科的教学工作会很有好处。

教材建设是高校教学建设的主要内容之一。编写、出版一本好的教材,意味着开设了一门好的课程,甚至可能预示着一个崭新学科的诞生。20世纪40年代MIT林肯实验室出版的一套28本雷达丛书,对近代电子学科、特别是对雷达技术的推动作用,就是一个很好的例子。

我国领导部门对教材建设一直非常重视。20世纪80年代,在原教委教材编审委员会的领导下,汇集了高等院校几百位富有教学经验的专家,编写、出版了一大批教材;很多院校还根据学校的特点和需要,陆续编写了大量的讲义和参考书。这些教材对高校的教学工作发挥了极好的作用。近年来,随着教学改革不断深入和科学技术的飞速进步,有的教材内容已比较陈旧、落后,难以适应教学的要求,特别是在电子学和通信技术发展神速、可以讲是日新月异的今天,如何适应这种情况,更是一个必须认真考虑的问题。解决这个问题,除了依靠高校的老师 and 专家撰写新的符合要求的教科书外,引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,是会有好处的。

一年多来,电子工业出版社为此做了很多工作。他们成立了一个“国外电子与通信教材系列”项目组,选派了富有经验的业务骨干负责有关工作,收集了230余种通信教材和参考书的详细资料,调来了100余种原版教材样书,依靠由20余位专家组成的出版委员会,从中精选了40多种,内容丰富,覆盖了电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等方面,既可作为通信专业本科生和研究生的教学用书,也可作为有关专业人员的参考材料。此外,这批教材,有的翻译为中文,还有部分教材直接影印出版,以供教师用英语直接授课。希望这些教材的引进和出版对高校通信教学和教材改革能起一定作用。

在这里,我还要感谢参加工作的各位教授、专家、老师与参加翻译、编辑和出版的同志们。各位专家认真负责、严谨细致、不辞辛劳、不怕琐碎和精益求精的态度,充分体现了中国教育工作者和出版工作者的良好美德。

随着我国经济建设的发展和科学技术的不断进步,对高校教学工作会不断提出新的要求和希望。我想,无论如何,要做好引进国外教材的工作,一定要联系我国的实际。教材和学术专著不同,既要注意科学性、学术性,也要重视可读性,要深入浅出,便于读者自学;引进的教材要适应高校教学改革的需要,针对目前一些教材内容较为陈旧的问题,有目的地引进一些先进的和正在发展中的交叉学科的参考书;要与国内出版的教材相配套,安排好出版英文原版教材和翻译教材的比例。我们努力使这套教材能尽量满足上述要求,希望它们能放在学生们的课桌上,发挥一定的作用。

最后,预祝“国外电子与通信教材系列”项目取得成功,为我国电子与通信教学和通信产业的发展培土施肥。也恳切希望读者能对这些书籍的不足之处、特别是翻译中存在的问题,提出意见和建议,以便再版时更正。



中国工程院院士、清华大学教授
“国外电子与通信教材系列”出版委员会主任

出版说明

进入21世纪以来,我国信息产业在生产和科研方面都大大加快了发展速度,并已成为国民经济发展的支柱产业之一。但是,与世界上其他信息产业发达的国家相比,我国在技术开发、教育培训等方面都还存在着较大的差距。特别是在加入WTO后的今天,我国信息产业面临着国外竞争对手的严峻挑战。

作为我国信息产业的专业科技出版社,我们始终关注着全球电子信息技术的发展方向,始终把引进国外优秀电子与通信信息技术教材和专业书籍放在我们工作的重要位置上。在2000年至2001年间,我社先后从世界著名出版公司引进出版了40余种教材,形成了一套“国外计算机科学教材系列”,在全国高校以及科研部门中受到了欢迎和好评,得到了计算机领域的广大教师与科研工作者的充分肯定。

引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,将有助于我国信息产业培养具有国际竞争能力的技术人才,也将有助于我国国内在电子与通信教学工作中掌握和跟踪国际发展水平。根据国内信息产业的现状、教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的指示精神以及高等院校老师们反映的各种意见,我们决定引进“国外电子与通信教材系列”,并随后开展了大量准备工作。此次引进的国外电子与通信教材均来自国际著名出版商,其中影印教材约占一半。教材内容涉及的学科方向包括电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等,其中既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择 and 自由组合使用。我们还将与国外出版商一起,陆续推出一些教材的教学支持资料,为授课教师提供帮助。

此外,“国外电子与通信教材系列”的引进和出版工作得到了教育部高等教育司的大力支持和帮助,其中的部分引进教材已通过“教育部高等学校电子信息科学与工程类专业教学指导委员会”的审核,并得到教育部高等教育司的批准,纳入了“教育部高等教育司推荐——国外优秀信息科学与技术系列教学用书”。

为做好该系列教材的翻译工作,我们聘请了清华大学、北京大学、北京邮电大学、东南大学、西安交通大学、天津大学、西安电子科技大学、电子科技大学等著名高校的教授和骨干教师参与教材的翻译和审校工作。许多教授在国内电子与通信专业领域享有较高的声望,具有丰富的教学经验,他们的渊博学识从根本上保证了教材的翻译质量和专业学术方面的严格与准确。我们在此对他们的辛勤工作与贡献表示衷心的感谢。此外,对于编辑的选择,我们达到了专业对口;对于从英文原书中发现的错误,我们通过与作者联络、从网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订;同时,我们对审校、排版、印制质量进行了严格把关。

今后,我们将进一步加强同各高校教师的密切关系,努力引进更多的国外优秀教材和教学参考书,为我国电子与通信教材达到世界先进水平而努力。由于我们对国内外电子与通信教育的发展仍存在一些认识上的不足,在选题、翻译、出版等方面的工作中还有许多需要改进的地方,恳请广大师生和读者提出批评及建议。

电子工业出版社

教材出版委员会

主 任	吴佑寿	中国工程院院士、清华大学教授
副主任	林金桐	北京邮电大学校长、教授、博士生导师
	杨千里	总参通信部副部长、中国电子学会会士、副理事长 中国通信学会常务理事
委 员	林孝康	清华大学教授、博士生导师、电子工程系副主任、通信与微波研究所所长 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
	徐安士	北京大学教授、博士生导师、电子学系副主任 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	樊昌信	西安电子科技大学教授、博士生导师 中国通信学会理事、IEEE 会士
	程时昕	东南大学教授、博士生导师 移动通信国家重点实验室主任
	郁道银	天津大学副校长、教授、博士生导师 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
	阮秋琦	北方交通大学教授、博士生导师 计算机与信息技术学院院长、信息科学研究所所长
	张晓林	北京航空航天大学教授、博士生导师、电子工程系主任 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导委员会委员
	郑宝玉	南京邮电学院副院长、教授、博士生导师 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	朱世华	西安交通大学教授、博士生导师、电子与信息工程学院院长 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
	彭启琮	电子科技大学教授、博士生导师、通信与信息工程学院院长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导委员会委员
	徐重阳	华中科技大学教授、博士生导师、电子科学与技术系主任 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
	毛军发	上海交通大学教授、博士生导师、电子信息学院副院长 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	赵尔沅	北京邮电大学教授、教材建设委员会主任
	钟允若	原邮电科学研究院副院长、总工程师
	刘 彩	中国通信学会副理事长、秘书长
	杜振民	电子工业出版社副社长

前 言

多年来,我熟练地完成了本书的各种版本,用于学习、参考和教学。当我在20世纪70年代早期还是一个低年级学生时,我的第一次电磁学课程中曾使用本书的第二版。它的简单易读风格使我深信这本书可以用来学习,而且它促使我巩固了潜在的信念:我的专业就在这个方向上。后来,看见我自己的学生带着有密密麻麻标记的课本到我这儿来,要求我帮助解答习题,并产生对此课题更浓厚的兴趣已不再令我惊讶。因此,当我成为新的合著者时,而且当我被问及对本书有何改动时,我开始的感觉是——没有什么可改动的。进一步深思后,我开始希望在波和传输线的内容上增加一些章节。结果,第1章到第10章是原有的,而第11章到第14章被修订过,增加了新的内容。

在合作开始时同Bill Hayt的一次交谈预示着,也是我期望的,我们之间的良好合作关系开始了。和谐关系贯穿始终。他逐渐衰退的健康妨碍了他的积极参与,但在总体上我们对修改方案似乎都是一致认同的。我认识他以后不久他就去世了,我非常尊敬的人走了,随之带走了深厚的友谊,使我深感痛心。我着手修改此版本时,仍好像他还同我们在一起。我希望用他同意的方法编写和合著新增的内容,这些新增内容同原著的目标和主题是一致的。虽然还可以增加更多的内容,但就要冒着丢失本书的一致性或者丢失它的魅力的风险。

在去世之前, Bill Hayt和Jack Kemmerly就按照当时的内容完成了一整套新编的练习题和章末习题,包括传输线那一章。这些习题连同我自己的有关新内容的习题现都合编在一起了。其他的修订概述如下:原有的关于平面波的那一章现在分成了两章。首先修订的(第11章)是关于在各种介质中的均匀平面波的展开和波的传输。包括有损耗介质内容的修订在内,现已利用复介电常数这一概念,用一般方法将波的传输和损耗综合在一个模型里了。导电介质也作为特殊情况考虑在内,它们是展现出电子或分子谐振的材料。新的附录为谐振介质提供了背景资料。新增加了一节有关偏振波的内容。第12章涉及了在单介质界面和多介质界面波反射的内容,并包括了斜入射的情况。额外增加了一节有关色散介质的内容,引入了群速度和群速度色散的概念。初步解释了群速度色散所引起的脉冲展宽现象。第13章除了有关瞬态的新内容以外,本质上是原有的传输线章节。第14章打算引入波导和天线,强调了基本的物理概念。波导这一节是全新的内容,但是对天线的分析是早先的版本就有的。

在新增内容中所采取的方法,如同原来一样,注重强调实际的理解和解决问题的能力。另外,我将修改的工作更趋向了与通信有关的方向,这似乎是一个可以使本书得到进展的合理方法,而且原有的内容已经在那个方向上。由于重点更加趋向于光的概念和应用,相关内容也增加了,而原有内容较重于在传统的低频方向上的讨论。这样修改似乎又是一个合理的步骤,因为从早期版本出版以来,光学和光通信的重要性明显增加了。

自从本书1958年第一版出版以来,本书的主题一直没有改变。归纳起来是与历史的发展相一致的。在本书中,作为单独概念的实验定律后来都被统一到麦克斯韦方程组中。除了第1章“矢量分析”外,数学工具按章节需要引入本书中。所有版本,包括这一版本,主要

的目的是使学生能够独立学习。众多的例题、练习（通常有重复的部分）以及每章末的习题都是为了促进这一目的。练习的答案都列在了各题的下面。每章末的习题的答案能够在因特网www.mhhe.com/engcs/electrical/haytbuck上找到。

本书包含了超过一学期课程的内容。很显然，加强并首先阐述了静力学方面的概念。作为一门更强调动力学的课程，可以省略第6章和第7章部分或全部内容，以及第8章后几节内容，以便更早一些讲述后面的章节。传输线一章（第13章）内容非常依赖第11章和第12章中有关平面波的推导。为了更早讲述传输线，可以采用一种更新的方法讲述平面波，即不讲第11.5节、第12.5节和第12.6节。有意将第14章编写成为具有“先进主题”的内容，在该章中是通过采用前面所学方法导出波导和天线的概念，这样有助于巩固所学过的知识。该章也可以视为基本课程和随后的高级课程之间的一座桥梁。

我对几位为本书提供过非常好的建议和协助的人深表感谢。乔治亚技术学院的Glenn S. Smith审查了部分手稿，并对本书内容提出了许多建议和修改意见。几位外部审阅者在有限时间内指出了错误并为本书提出了一些极好的建议，这些建议大多数被采纳了。他们是南达科他州立大学的Madeleine Andrawis、俄克拉荷马大学的M. Yousif El-Ibiary、俄亥俄州立大学的Joel T. Johnson、宾夕法尼亚州立大学的David Kelley、伊利诺伊大学芝加哥分校的Sharad R. Laxpati、圣·何塞州立大学的Masoud Mostafavi、佛罗里达大学的Vladimir A. Rakov、苏丹Qaboos大学的Hussain Al-Rizzo、Ryerson工业大学的Juri Silmberg、弗吉尼亚大学的Robert M. Weikle II。我在McGraw-Hill的编辑Catherine Fields、Michelle Flomenhoft和Betsy Jones提供了专家级的意见和支持，特别是Michelle，他几乎每天与我联系，对所有问题和有关事宜提供了迅速而又有见识的解答。本书图表经由乔治亚技术学院Diana Fouts女士的制图才变成了现实。最后，应该非常感谢我的妻子和女儿容忍了我在许多周末没有承担起丈夫和父亲的职责。

John A. Buck
亚特兰大，2000

目 录

第 1 章 矢量分析	1
1.1 标量和矢量	1
1.2 矢量代数学	2
1.3 笛卡尔坐标系	3
1.4 矢量分量和单位矢量	4
1.5 矢量场	6
1.6 点乘	7
1.7 叉乘	9
1.8 其他坐标系:圆柱坐标系	10
1.9 球坐标系	14
第 2 章 库仑定律和电场强度	20
2.1 库仑实验定律	20
2.2 电场强度	22
2.3 连续体电荷分布的场	26
2.4 线电荷的场	27
2.5 面电荷的场	31
2.6 电力线和场分布	33
第 3 章 电通量密度、高斯定理和散度	38
3.1 电通量密度	38
3.2 高斯定理	40
3.3 高斯定理的应用:一些对称的电荷分布	43
3.4 高斯定理的应用:微分体积元	47
3.5 散度	49
3.6 麦克斯韦第一方程(静电学)	51
3.7 矢量算子 ∇ 及散度定理	52
第 4 章 能量和电势	59
4.1 电场中运动点电荷的消耗能	59
4.2 线积分	60
4.3 电势差和电势的定义	64
4.4 点电荷的势场	66
4.5 点电荷系统的势场:守恒特性	67
4.6 电势梯度	71

4.7	偶极子	75
4.8	静电场中的能量密度	79
第5章	导体、电介质和电容	86
5.1	电流和电流密度	86
5.2	电流连续性	87
5.3	金属导体	89
5.4	导体性质和边界条件	93
5.5	镜像法	97
5.6	半导体	99
5.7	电介质材料的性质	100
5.8	理想电介质材料的边界条件	104
5.9	电容	109
5.10	几种电容的例子	111
5.11	双线传输线的电容	114
第6章	实验做图法	124
6.1	曲线正方形法	124
6.2	迭代法	128
6.3	电流类似法	134
6.4	物理模型法	136
第7章	泊松方程和拉普拉斯方程	144
7.1	泊松方程和拉普拉斯方程	144
7.2	惟一性定理	146
7.3	拉普拉斯方程的例解	147
7.4	泊松方程的例解	153
7.5	分离变量法解拉普拉斯方程	156
第8章	稳态磁场	166
8.1	毕奥—萨伐尔定律	166
8.2	安培环路定律	171
8.3	旋度	177
8.4	斯托克斯定理	182
8.5	磁通量和磁感应强度	185
8.6	磁标势和磁矢势	188
8.7	稳态磁场定律的推导	193
第9章	磁力、材料和感应系数	203
9.1	运动电荷所受的力	203
9.2	微分电流元所受的力	204
9.3	微分电流元之间的作用力	207
9.4	闭合环路所受的力和力矩	209

9.5	磁材料的性质	213
9.6	磁化和磁导率	216
9.7	磁场边界条件	219
9.8	磁路	222
9.9	势能和作用于磁材料的力	227
9.10	自感系数和互感系数	228
第 10 章	时变场的麦克斯韦方程	239
10.1	法拉第定律	239
10.2	位移电流	244
10.3	麦克斯韦方程组的微分形式	247
10.4	麦克斯韦方程组的积分形式	248
10.5	推迟势	249
第 11 章	均匀平面波	257
11.1	波在自由空间中的传播	257
11.2	波在电介质中的传播	263
11.3	波印廷矢量和功率考虑	268
11.4	波在良导体中的传播:趋肤效应	271
11.5	波的极化	276
第 12 章	边界上和色散介质中的平面波	284
12.1	均匀平面波在垂直入射时的反射	284
12.2	驻波比	289
12.3	由多重界面的反射	293
12.4	任意方向上平面波传播	299
12.5	斜入射角的平面波的反射	301
12.6	色散介质中的波传输	308
第 13 章	传输线	319
13.1	传输线方程	319
13.2	传输线参量	324
13.3	一些传输线例子	328
13.4	做图法	331
13.5	几个实际问题	337
13.6	传输线上的瞬态	339
第 14 章	波导和天线基础	356
14.1	波导工作基本原理	356
14.2	平行平板波导的平面波分析	359
14.3	平行平板波导的波方程分析	365
14.4	矩形波导	368
14.5	介电波导	372

14.6 基本天线原理·····	377
附录 A 矢量分析·····	388
A.1 普通曲线坐标·····	388
A.2 在普通曲线坐标系中的散度、梯度和旋度·····	388
A.3 矢量恒等式·····	390
附录 B 单位·····	392
附录 C 材料常数·····	397
附录 D 复介电常数的起源·····	400

第 1 章 矢量分析

矢量分析属于数学课题,数学家教这门课比工程师教要好得多。虽然在微积分学系列课程中引入了许多初步的矢量概念和运算,然而大多数低年级和高年级工程专业的学生没有时间(也许不喜欢)选矢量分析课程。本章覆盖了这些基本概念和运算,对它们投入的时间依赖于学生过去对矢量分析的掌握程度。

本书的观点是工程师或物理学家的观点,而不是数学家的观点,因为数学证明不是严格的,但强调了物理概念的诠释。对工程师来说,在引入一些物理概念和应用后,在数学方面接受更严格和完整的课程是较容易的。

学习电磁学而不采用矢量分析方法是可以做到的,而且一些工程类的学生在先前的电机工程或基本的物理学课程中已这么做了。继续将这个基本的工作向前推进一点,不久就会导出一系列的方程,这些方程常常由一些看起来都一样的数项组成。粗略一览这些长的方程,就能揭示这些方程的一些物理性质,甚至能导致一些新的发现。

矢量分析是一个数学的速记。它有一些新的符号,一些新的规则,像大多数新领域一样有一些易犯的错误,因而它要求专心、关注和练习。首先在 1.4 节末遇到的练习应该考虑作为本书的一个主要部分,并应该全部完成。如果对本书各节随附的材料有透彻的理解,这些习题应是不难的。稍微多花些时间“阅读”这些章节将会使你产生意想不到的兴趣。

1.1 标量和矢量

标量表示它的量值可以用一个实数(正的或负的)表示。我们在基本代数学中使用过的 x 、 y 和 z 是标量,而且它们代表的数量也是标量。如果我们说到一个物体在时间 t 落下距离 L ,或在坐标是 x 、 y 和 z 的一碗汤内的任何一点的温度是 T ,那么 L 、 t 、 T 、 x 、 y 和 z 都是标量。其他的标量还有质量、密度、压强(而不是力)、体积和体电阻系数。虽然正弦电压用复数表示法表示时是一个复标量或相位复矢量,需要两个实数表示,例如用振幅和相位角表示,或用实数部分和虚数部分表示,但电压仍然是一个标量。

矢量在空间上具有大小^①和方向。虽然我们将只涉及二维和三维空间,但是矢量可以在复杂情况下在 n 维空间定义。力、速度、加速度以及一条从蓄电池的正极到负极的直线等都是矢量的例子。每个矢量具有大小和方向两个特征。

我们将主要涉及标量和矢量场。一个场(标量或矢量)可以在数学上被定义为矢量的函数,该矢量在空间上从原点连接到某点。我们通常可以找到一些与场有关的物理现象,如处于地球磁场中的指南针所受的力,或在某些空间中由空气流动引起的烟粒的运动。注意,场的概念总是与区域有关的。一些量在一个区域中的每点都有定义。既存在标量场,也存在矢量场。在

① 我们采用“大小”说法代表“绝对值”的意思;因此任何量的大小总是正的。

一碗汤各处的温度和在地球上任何点的密度是标量场的例子。地球的重力场和磁场、电缆中的电压梯度及烙铁尖上的温度梯度都是矢量场的例子。一般情况下,场的值随位置和时间而变化而变化。

在本书中,如同其他大多数书中一样,矢量将用黑体字标示,如 $\mathbf{A}$;标量用斜体字标示,如 A 。当普通书写或使用打字机的时候,习惯在矢量上画一条线或一个箭头以说明它的矢量特性(小心:这是第一个易犯的错误。随便使用符号,例如省略矢量符号的线或箭头,是矢量分析中产生错误的主要因素)。

1.2 矢量代数学

由于已定义了矢量和矢量场,我们可以继续定义矢量算法、矢量代数学和(稍后)矢量微积分的规则。某些规则与标量代数学中的一些规则类似,某些稍有不同,而还有一些将是全新和陌生的。这是我们预料到的,因为矢量比标量蕴含了更多的信息,例如,两个矢量的乘法运算就要比两个标量的乘法运算更复杂一些。

运算规则是数学的一部分,它已稳固制定出来了。每人按“相同的规则游戏”,而我们只是基于这些规则并加以解释。无论如何,它正在启迪我们将自己看做该领域中的先锋。我们正在制定我们自己的规则,而且我们也能制定我们所希望的任何法则。惟一的必要条件是规则应是自相一致的。如果这些规则同标量代数学中的规则一致当然好,但如规则使我们能够解决一些实际的问题,那将更好。

任何人都应该掉入“代数学崇拜”的圈套,并相信大学代数的规则传送到了有创造性的人身上。这些规则只是自相一致并非常有用的。还存在其他一些有不同规则的较不熟悉的代数学。在布尔代数学中, AB 乘积只能是 1 或 0。矢量代数学有它自己的一套法则,我们必须经常提防较熟悉的规则或标量代数学施加在心智上的影响。

矢量加法遵循平行四边形法则,如果不要很精确的话,这很容易利用图解来完成。图 1.1 画出了两个矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 之和。容易看到 $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$,或说矢量加法服从交换律。矢量加法也服从结合律,即

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$$

注意当一个矢量画成有限长度箭头的时候,箭头末端的位置定义为矢量的位置。

共面矢量,或位于同一平面上的矢量,如图 1.1 所示那样,两个矢量均处于纸平面上,相加可以将每个矢量分解为“水平”分量和“垂直”分量,然后两相应分量分别相加。

三维空间矢量相加也可同样地将每个矢量分解为三个分量,然后相应分量相加。我们将在 1.4 节讨论矢量分量以后给出这种加法的例子。

矢量减法规则很容易从矢量加法规则推出,因为我们总可以将减法 $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ 表达为加法 $\mathbf{A} + (-\mathbf{B})$;这样只要将第二个矢量的符号或方向反置,然后按加法规则同第一个矢量相加。

矢量可以同标量相乘。其结果使这个矢量的幅度改变了。如果标量是正值,则它的方向不变,但如果标量是负值,则矢量的方向反置了。这样,

$$(r + s)(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = r(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + s(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = r\mathbf{A} + r\mathbf{B} + s\mathbf{A} + s\mathbf{B}$$



图 1.1 两个矢量可以利用图解法相加,无论是由一个公共原点画出的两个矢量,利用平行四边形法则相加,还是从第一矢量的端头起始画出第二个矢量,然后完成三角形相加;哪一种方法都容易扩展到三个或更多矢量相加

矢量被标量相除只不过是该矢量同标量的倒数相乘而已。

矢量同矢量的乘法将在 1.6 节和 1.7 节中讨论。

如果两个矢量的差为零,则认为这两个矢量是相等的,可表示为当 $\mathbf{A} - \mathbf{B} = 0$ 时, $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ 。

在我们的矢量场的应用中,我们总是将定义在同一点的矢量进行相加或相减。举例来说,一个小马蹄形磁铁的总磁场表示为地球磁场和永久磁铁产生的磁场的叠加;任何一点位置的总场是该点各个场的叠加。

然而,如果我们不考虑矢量场,我们可以加或减去不在同一点定义的矢量。例如,在北极作用在人身上 150 lb_f (磅力, $1 \text{ 磅力} = 0.454 \text{ 千克力} = 4.452 \text{ 牛}$) 的重力和在南极作用在某人身上 175 lb_f 的重力的总和可以在相加之前将每一个力矢量移到南极而获得。在南极该合力大小是 25 lb_f , 方向指向地球中心;在北极合力大小是 25 lb_f , 方向背离地球中心(或朝上)^②。

1.3 笛卡尔坐标系

为了要准确地描述一个矢量,必须给出一些特定的长度、方向、角度、投影或分量。有三个简单的方法可以达到这个目的,在非常特殊的情况下还有 8 个到 10 个其他的方法。我们将只使用这 3 个简单的方法,其中最简单的方法是笛卡尔坐标系,或称直角坐标系。

在笛卡尔坐标系中我们设立了相互成直角的 3 个坐标轴,称为 x 轴、 y 轴和 z 轴。按惯例选择了右手坐标系,在此坐标系中将 x 轴旋转(较小的角)至 y 轴,将会按右手螺旋方向法则在 z 轴方向上前进。如果使用右手,那么可分别用拇指、食指和中指代表 x 轴、 y 轴和 z 轴。图 1.2(a) 表示了右手定则的笛卡尔坐标系。

给定一个点的 x 、 y 和 z 轴的坐标值,则这个点的位置就确定了。它们分别是原点与点到该点与 x 轴、 y 轴和 z 轴的垂线交点的距离。另一种解释坐标值并适用于其他所有的坐标系的方法是考虑将坐标中的该点作为 $x = \text{常数}$ 、 $y = \text{常数}$ 和 $z = \text{常数}$ 的三个面的共同交叉点,该点的坐标值就是这些常数。

图 1.2(b) 表示了坐标分别是 $(1, 2, 3)$ 和 $(2, -2, 1)$ 的点 P 和 Q 。因此点 P 处于平面 $x = 1$ 、 $y = 2$ 和 $z = 3$ 的公共交叉点上,而点 Q 位于平面 $x = 2$ 、 $y = -2$ 、 $z = 1$ 的公共交点上。

由于我们在 1.8 节和 1.9 节中将遇到其他的坐标系,因此,我们应该认为这些点位于三个面的公共交点,而不一定是平面,但在交点处这些面仍然是相互垂直的。

如果我们设想相交于 P 点的三个平面,其坐标值为 x 、 y 和 z ,我们可以给每个坐标值增加

② 少数学生争论过在赤道上可以将力描述为“北方”的方向上。他们是对的,但这已经足够了。

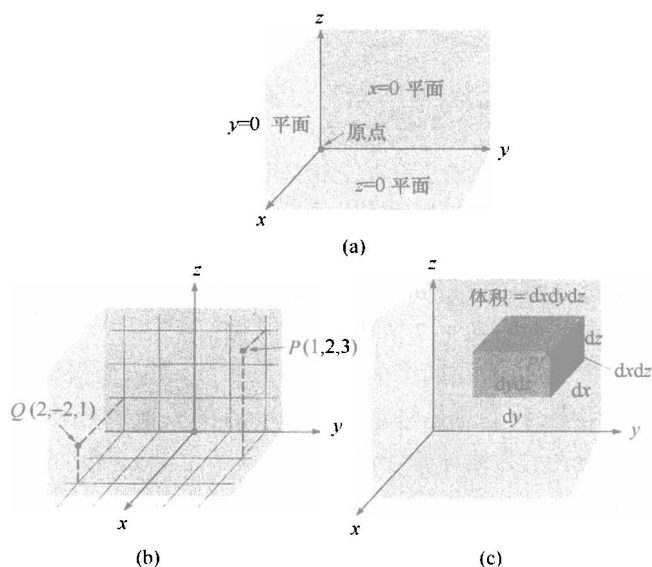


图 1.2 (a) 一个右手定则的笛卡尔坐标系。如果右手的手指指向 x 轴方向并向 y 轴转动, 则拇指的方向指向 z 轴。(b) 点 $P(1, 2, 3)$ 和点 $Q(2, -2, 1)$ 的位置。

(c) 在笛卡尔坐标系中的微分体积元; 一般来说, dx 、 dy 和 dz 是独立的微分

一个微分量, 从而得到交于 P' 点的 3 个稍微移动了的平面, 其坐标是 $x + dx$ 、 $y + dy$ 和 $z + dz$ 。这六个平面形成了一个体积为 $dV = dx dy dz$ 的成直角的平行六面体; 这几个表面具有微分面积 dS , 其值分别是 $dx dy$ 、 $dy dz$ 和 $dz dx$ 。最后, 从 P 到 P' 的距离 dL 是平行六面体的对角线, 其长度等于 $\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$ 。图 1.2(c) 显示了体积元, 并指明了 P' 点的位置, 但 P 点位于图中那个不能看见的角上。

所有这些都是三角学或立体几何学中常见的, 但至今只涉及标量。我们将在下一节中依照坐标系描述矢量。

1.4 矢量分量和单位矢量

为了描述笛卡尔坐标系中的矢量, 首先我们考虑由原点起始的矢量 $\mathbf{r}$ 。一个合理的确定这个矢量的方法是给出这个矢量的三个分量, 这三个分量分别处于三个坐标轴上, 这三个分矢量之和必须等于该矢量。如果矢量 $\mathbf{r}$ 的分量是 x 、 y 和 z , 则 $\mathbf{r} = x + y + z$ 。分矢量如图 1.3(a) 所示。我们现在有三个矢量, 而不是一个矢量, 但这已向前迈了一步, 因为这三个矢量具有非常简单的性质; 每个矢量总是指向三个坐标轴之一的方向。

换句话说, 分矢量的幅度值依赖于给定的矢量(例如上面提到的 $\mathbf{r}$), 但是每个分矢量都有确定的而且不变的方向。这使我们想到单位矢量的使用, 按定义, 单位矢量幅值为 1, 方向沿着坐标轴指向坐标值增加的方向。我们将保留符号 $\mathbf{a}$ 作为单位矢量的符号, 并利用适当的下标来

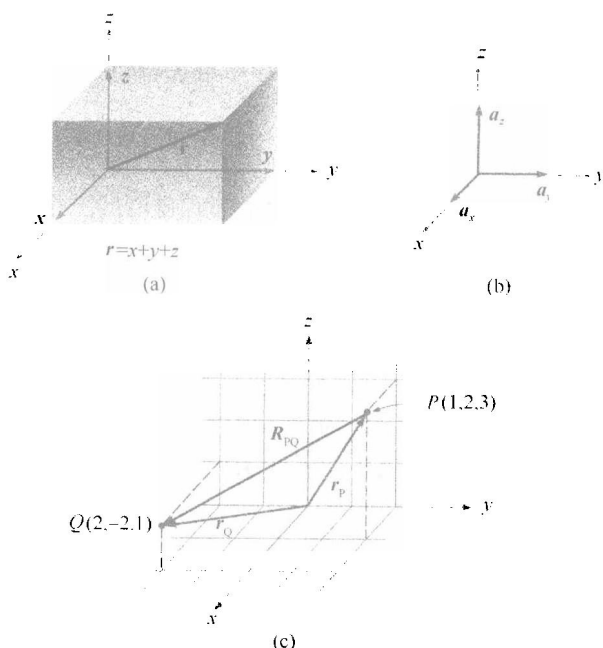


图 1.3 (a) 矢量 $\mathbf{r}$ 的分量 x 、 y 和 z 。(b) 笛卡尔坐标系的单位矢量具有单位幅值长度, 而且它们的方向分别指向坐标值增加的方向。(c) 矢量 $\mathbf{R}_{PQ}$ 等于矢量之差 $\mathbf{r}_Q - \mathbf{r}_P$

区别单位矢量^③的方向。因此, 笛卡尔坐标系中单位矢量是 $\mathbf{a}_x$ 、 $\mathbf{a}_y$ 和 $\mathbf{a}_z$ 。它们的方向分别沿着 x 、 y 和 z 轴指向坐标值增加的方向, 如图 1.3(b) 所示。

如果分矢量 y 的幅值恰好是 2 个单位长度, 而且指向 y 值的增加方向, 则我们应将该分矢量写为 $y = 2\mathbf{a}_y$ 。矢量 $\mathbf{r}_P$ 由原点指向 $P(1, 2, 3)$ 点, 则 $\mathbf{r}_P = \mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z$ 。由 P 到 Q 的矢量可利用矢量加法得到。加法规则表明, 从原点到 P 点的矢量加上从 P 点到 Q 点的矢量等于从原点到 Q 点的矢量。因此所求的从 $P(1, 2, 3)$ 到 $Q(2, -2, 1)$ 的矢量是:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{PQ} &= \mathbf{r}_Q - \mathbf{r}_P = (2 - 1)\mathbf{a}_x + (-2 - 2)\mathbf{a}_y + (1 - 3)\mathbf{a}_z \\ &= \mathbf{a}_x - 4\mathbf{a}_y - 2\mathbf{a}_z\end{aligned}$$

矢量 $\mathbf{r}_P$ 、 $\mathbf{r}_Q$ 和 $\mathbf{R}_{PQ}$ 如图 1.3(c) 所示。

最后一个矢量不像当初我们所考虑的矢量 $\mathbf{r}$ 那样由原点起始。然而, 我们已经知道了具有相同幅值和方向的矢量是相等的。因此在确定它的分量之时, 可直观地将任意矢量移至原点。当然, 在移动过程中, 一定要保持矢量平行移动。

如果我们正在讨论一个力矢量 $\mathbf{F}$, 或除了位移型矢量外的任何一个实际矢量, 如 $\mathbf{r}$ 矢量, 现在须为三个分矢量提供适当的字母。它的分量将不以 x 、 y 和 z 来表示, 因为这表示位移量或有向距离量, 单位是米(缩写为 m), 或以其他一些长度单位来度量。常常避免用简单的标量 F_x 、 F_y 和 F_z 来表示分矢量, 因为这些分量只表达了分矢量的带符号的幅值。该矢量可以表示

③ 在笛卡尔坐标系中, 符号 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 和 $\mathbf{k}$ 也常用来代表单位矢量。