

# 概率论与数理统计 同步训练

解放军理工大学理学院应用数学教研室 编

GAILVLUN  
YUSHULI  
TONGJI  
TONGBU  
XUNLIAN



东南大学出版社

# 概率论与数理统计 同步训练

解放军理工大学理学院应用数学教研室 编

东南大学出版社

·南京·

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计同步训练/解放军理工大学理学院应用数学教研室编. —南京:东南大学出版社, 2009.2

ISBN 978-7-5641-1182-3

I. 概… II. 解… III. ①概率论—高等学校—习题②数理统计—高等学校—习题 IV. O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 178738 号

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼 2 号 邮编:210096)

出版人:江 汉

全国各地新华书店经销 溧阳晨明印刷有限公司印刷

开本:700mm×1000mm 1/16 印张:15 字数:286 千字

2009 年 2 月第 1 版 2009 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5641-1182-3/O·86

印数:1—4500 册 定价:29.80 元

本社图书若有印装质量问题,请直接与读者服务部联系。电话(传真):025-83792328

# 前 言

《概率论与数理统计》是理工科各专业必修的一门重要基础课,也是硕士研究生入学考试必考科目。为了帮助广大学生扎实地掌握《概率论与数理统计》的精髓和解题技巧,提高解答各种题型的能力,我们编写了这本习题集。本习题集可作为学生同步练习和检测使用,也可作为教师布置课后作业使用。

选编本习题我们考虑了如下一些基本原则:1. 题型全面。本习题中选编的习题有选择题、填空题、计算题、证明题以及综合题等5类。其中选择题、填空题中的大部分虽然难度不大,但紧扣基本概念、基本解题方法,属于基础性的练习;而计算题,证明题以及综合题则涉及教材内容的方方面面。同学们通过练习,熟悉各种题型,必然有助于全面地掌握所学知识。2. 题量较大。这样,供教师选择的余地较大(每次布置课后作业可以从中挑选若干),也给学有余力的同学提供更多的练习机会。3. 按节编排。每一节后提供紧扣本节内容以及适当联系前面内容的各类习题,便于学生在学完本节后选用。4. 难度合适。在题目难度的选择上做到有适当的梯度。每一节的习题中,为复习基本概念、熟悉基本解题方法,安排有一定数量难度不大的基本题;为弄清数学概念、提高解题技巧,也编排有适当数量较难的习题。同学们可以根据自己学习时掌握的不同深度以及不同时间的不同要求,选择适当难度的题目进行练习。5. 每一单元有一套单元测试题,最后安排了两套综合测试题。可供同学自我检测使用或者教师组织考试使用。

本书由滕加俊、周华任、滕兴虎、吴欧等编写。解放军理工大学理学院应用数学教研室的郑琴、赵颖、张瑰、吴红、王璞、刘常昱等也参加了部分的编写工作,全书由滕加俊教授统稿。在本习题集的策划、编写和撰稿等方面得到了东南大学出版社的大力支持和热情帮助,在此深表感谢。由于编者水平有限,本习题集可能存在不少疏漏和缺点,希望使用习题集的方大教师和同学批评指正。再者,以上编选习题集的基本原则是否正确合理,本习题集是否做到了这些要求,也恳请教师们在使用过程中提出宝贵的意见和建议。

中国人民解放军理工大学  
理学院应用数学教研室  
2008年9月

# 目 录

<b>第一章 概率论的基本概念</b> .....	1
第一节 随机实验.....	1
第二节 样本空间、随机事件 .....	1
第三节 频率与概率.....	4
第四节 古典概型.....	6
第五节 条件概率.....	8
第六节 独立性 .....	10
单元测试题 .....	12
<b>第二章 随机变量及其分布</b> .....	16
第一节 离散型随机变量及其分布 .....	16
第二节 随机变量的分布函数 .....	18
第三节 连续型随机变量及其概率密度 .....	20
第四节 随机变量的函数的分布 .....	22
单元测试题 .....	25
<b>第三章 多维随机变量及其分布</b> .....	30
第一节 二维随机变量 .....	30
第二节 边缘分布 .....	33
第三节 条件分布 .....	34
第四节 相互独立的随机变量 .....	35
第五节 两个随机变量的函数的分布 .....	38
单元测试题 .....	42
<b>第四章 随机变量的数字特征</b> .....	47
第一节 数学期望 .....	47
第二节 方差 .....	51
第三节 协方差及相关系数 .....	56

单元测试题 .....	59
<b>第五章 大数定理和中心极限定理</b> .....	64
第一节 大数定理 .....	64
第二节 中心极限定理 .....	65
<b>第六章 样本与抽样分布</b> .....	69
<b>第七章 参数估计</b> .....	74
第一节 点估计 .....	74
第二节 估计量的评选标准 .....	75
第三节 区间估计 .....	78
第四节 正态总体均值与方差的区间估计 .....	79
第五节 单侧置信区间 .....	82
单元测试题 .....	84
<b>第八章 假设检验</b> .....	87
第一节 假设检验 .....	87
第二节 正态总体均值的假设检验 .....	88
第三节 正态总体方差的假设检验 .....	91
第四节 置信区间与假设检验之间的关系 .....	93
第五节 样本容量的选取 .....	93
第六节 分布拟合检验 .....	95
第七节 秩和检验 .....	97
单元测试题 .....	99
<b>第九章 方差分析及回归分析</b> .....	103
第一节 单因素试验的方差分析 .....	103
第二节 双因素试验的方差分析 .....	105
第三节 一元线性回归 .....	106
<b>综合测试题(A卷)</b> .....	110
<b>综合测试题(B卷)</b> .....	115
<b>参考答案</b> .....	119

# 第一章 概率论的基本概念

## 第一节 随机实验

随机实验的特点是什么？

## 第二节 样本空间、随机事件

1.  $A$ 、 $B$ 、 $C$  表示三个随机事件，试用  $A$ 、 $B$ 、 $C$  表示三个事件中恰有一个发生。

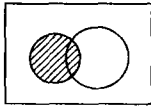
2. 设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为三个事件，用  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的运算关系表示下列各事件。

- (1)  $A$  发生， $B$  与  $C$  不发生；
- (2)  $A$  与  $B$  都发生，而  $C$  不发生；
- (3)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  至少有一个发生；
- (4)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都发生；
- (5)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都不发生；
- (6)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  中不多于一个发生；
- (7)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  中不多于两个发生；
- (8)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  中至少有两个发生；

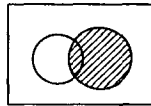
3. 以  $A$  表示事件“甲种产品畅销,乙种产品滞销”,则其对立事件  $\bar{A}$  为 \_\_\_\_\_.

- (A) “甲种产品滞销,乙种产品畅销”
- (B) “甲乙两种产品均畅销”
- (C) “甲种产品滞销”
- (D) “甲种产品滞销,或乙种产品畅销”

4. 设试验是让点随机地落在矩形区域内,事件  $A$  表示落在左边的圆内[图 1.1(a)],事件  $B$  表示落在右边的圆内[图 1.1(b)],试作图说明事件  $A+B$ 、 $AB$ 、 $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ 、 $A\bar{B}$ 、 $\bar{A}B$  及  $\bar{A+B}=\bar{A}\bar{B}$  分别表示什么?



(a)  $A$



(b)  $B$

图 1.1

5. 用作图的方法说明下列各等式.

- (1)  $(A \cup B)C = AC \cup BC$ ;
- (2)  $AB \cup C = (A \cup C)(B \cup C)$ .

6. 从一批正品和次品的产品中,任意取出 5 个产品,根据下列所取得的正品数与次品数,试分别写出各自的“对立事件”:

- (1)  $A_1$  表示“至少有 1 个次品”的事件;
- (2)  $A_2$  表示“至少有 4 个次品”的事件;
- (3)  $A_3$  表示“至多有 2 个正品”的事件;



(4)  $A_4$  表示“5个全是次品”的事件.

7. 设  $A, B$  为两个随机事件, 通过  $A, B$  的运算关系在空白处分别写出下列事件及其对立事件:

(1)  $A, B$  都发生 \_\_\_\_\_, 其对立事件为 \_\_\_\_\_.

(2)  $A, B$  至少有一个发生 \_\_\_\_\_, 其对立事件为 \_\_\_\_\_.

(3)  $A, B$  都发生或都不发生 \_\_\_\_\_, 其对立事件为 \_\_\_\_\_.

8. 试判断事件  $M_1 = \{A, B \text{ 至少发生一个}\}$  与  $M_2 = \{A, B \text{ 最多发生一个}\}$  及  $M_3 = \{A, B \text{ 都不发生}\}$  中哪两个是对立事件.

9. 在区间  $[0, 2]$  内任取一数, 观察取得的数的情况, 试写出本样本空间. 如令事件:

$$A = \left\{ \text{在} \left[ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right] \text{内取得的数} \right\}, B = \left\{ \text{在} \left[ \frac{1}{4}, 1 \right] \text{内取得的数} \right\}$$

试用区间表示事件  $A, B, \overline{A+B}, A+\overline{B}$  及  $A\overline{B}$ .

10. 设  $A, B, C$  是三个随机事件, 试用  $A, B, C$  表示事件  $D = \{A, B, C \text{ 中恰有两个发生}\}$ .

### 第三节 频率与概率

1. 设随机事件  $A$ 、 $B$  及其和事件  $A+B$  的概率分别为 0.4、0.3 与 0.6, 若  $\bar{B}$  表示  $B$  的对立事件, 那么此事件  $A\bar{B}$  的概率  $P(A\bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 设  $A$ 、 $B$  为两个事件, 且  $P(A)=0.7$ ,  $P(A-B)=0.3$ , 求  $P(\overline{AB})$ .

3. 设  $A$ 、 $B$  为两个随机事件, 证明:  $P(AB) = 1 - P(\bar{A}) - P(\bar{B}) + P(\bar{A}\bar{B})$ .

4. 设  $A$ 、 $B$  为两事件  $P(A)=P(B)=1/3$ ,  $P(A|B)=1/6$ , 求  $P(\bar{A}|\bar{B})$ .

5. 已知事件  $A$ 、 $B$  概率均为  $1/2$ , 证明  $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$ .



## 第四节 古典概型

1. 古典概型的特点是什么?

2. 一个袋内有 5 个红球, 3 个白球, 2 个黑球, 计算任取 3 个球恰为一红、一白、一黑的概率.

3. 设袋中有 4 个白球和 2 个黑球, 求两次取得白球的概率. (对“放回取球”和“不放回取球”讨论)

4. 袋中有  $\alpha$  个白球,  $\beta$  个黑球.

(1) 从中任取  $a+b$  个 ( $a, b \in \mathbf{N}, a \leq \alpha, b \leq \beta$ ), 试求所取出的球恰有  $a$  个白球和  $b$  个黑球的概率;

(2) 从中陆续取出 3 个球(不放回), 求 3 个球依次为黑、白、黑的概率.

5. 匣内装颜色分别为红、白、黑、蓝的 4 个球,若放回且不计序取球,问从匣内取 3 个不同颜色的球的概率是多少?

6. 袋中有  $a$  个黑球, $b$  个白球,从中依次无放回地摸三次,每次摸一球,求下列事件的概率:<sup>†</sup>

- (1) 仅有第二次摸得黑球;
- (2) 三次中有一次摸得黑球;
- (3) 至少有一次摸得黑球.

7. 将 C、C、E、E、I、N、S 这七个字母随机地排成一行,那么恰好排成英文中单词 SCIENCE 的概率为 \_\_\_\_\_.

8. 一个房间里有  $n$  双不同型号的鞋子,今从其中随意地拿出  $2r$  只( $2r \leq n$ ),求下列事件的概率:

- (1) 没有一双配对(设为事件  $A$ );
- (2) 恰有一双配对(设为事件  $B$ );
- (3) 恰有两双配对(设为事件  $C$ );
- (4) 恰有  $r$  双配对(设为事件  $D$ ).

†

9. 证明投掷四个骰子与将一颗骰子投掷四次所出现的点数各不相同的概率相等.

10. 设有  $n$  个人, 每个人都有可能被分配到  $n$  个房间中的任一间去住, 求恰有一个空房间的概率.

## 第五节 条件概率

1. 从  $0, 1, 2, \dots, 9$  这十个整数中任取一个, 设事件

$B = \{\text{取得的数为 } 3 \text{ 的倍数}\}$ ,  $A_1 = \{\text{取得的数为偶数}\}$

$A_2 = \{\text{取得的数大于 } 8\}$ ,  $A_3 = \{\text{取得的数小于 } 8\}$

试求  $P(B)$ 、 $P(B|A_1)$ 、 $P(B|A_2)$ 、 $P(B|A_3)$  并比较它们的大小.

2. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次, 其命中率分别为  $0.6$ 、 $0.5$ , 现已知目标被命中, 则它是甲射中的概率是\_\_\_\_\_.

3. 已知  $P(B) > 0$ ,  $P[(A_1 + A_2) | B] = P(A_1 | B) + P(A_2 | B)$ , 则( )成立.

(A)  $P(A_1 A_2) = 0$

(B)  $P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

(C)  $P(A_1 B + A_2 B) = P(A_1 B) + P(A_2 B)$

(D)  $P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2)$

4. 掷三颗骰子,若已知没有两个点数相同,求至少有一个一点的概率.

5. 已知  $P(B) = 0.4$ ,  $P(A+B) = 0.5$ , 求  $P(A|\bar{B})$ .

6. 袋中有 15 个红球, 10 个白球, 5 个黄球, 求:

(1) 从中随机取出 1 个, 已知它不是红球, 求它是白球的条件概率;

(2) 从中随机取出 1 个, 已知它不是红球, 也不是黄球, 求它是白球的条件概率;

(3) 从中不放回地依次取 3 个, 已知第一、二次取的都不是红球, 求第三次取得的红球的概率.

7. 假设一批产品中一、二、三等品各占 60%、30%、10%, 从中随意取出一件, 结果不是三等品, 则取到的是一等品的概率为多少?

8. 一个家庭中有两个小孩,已知其中一个女孩,问这时另一个孩子是男孩的概率有多大?(确定一个小孩是男孩和女孩的可能性相同)

## 第六节 独 立 性

1. 证明:若  $P(A) > 0$ ,  $P(B) > 0$ , 则有

(1) 当  $A$ 、 $B$  两事件独立时,  $AB \neq \emptyset$ , 即  $A$ 、 $B$  相容;

(2)  $AB = \emptyset$  即  $A$ 、 $B$  互不相容,  $A$  与  $B$  不独立.

2. 如果  $P(A) > 0$ ,  $P(B) > 0$ ,  $P(A|B) = P(A)$ , 则( )不成立.

(A)  $P(B|A) = P(B)$

(B)  $P(\bar{A}|\bar{B}) = P(\bar{A})$

(C)  $A$ 、 $B$  相容

(D)  $A$ 、 $B$  互不相容

3. 假设  $P(A) = 0.4$ ,  $P(A+B) = 0.7$ .

(1) 若  $A$ 、 $B$  互不相容, 则  $P(B) =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若  $A$ 、 $B$  相互独立, 则  $P(B) =$  \_\_\_\_\_.

4. 对于事件  $A$ 、 $B$ , 命题( )是对的.

(A) 如果  $A$ 、 $B$  互不相容, 那么  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  也互不相容

(B) 如果  $A$ 、 $B$  独立, 那么  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  也独立

(C) 如果  $A$ 、 $B$  相容, 那么  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  也相容

(D) 如果  $A$ 、 $B$  对立, 那么  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  也对立

5. 设事件  $A$  与  $B$  的概率大于零, 且  $A$  与  $B$  为对立事件, 下面( )不成立.

(A)  $A$  与  $B$  互不相容

(B)  $A$  与  $B$  相互独立

(C)  $A$  与  $B$  互不独立

(D)  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  互不相容

6. 设事件  $A$  与  $B$  的概率均大于零, 且  $A$  与  $B$  相互独立, 则有( ).

(A)  $A$  与  $B$  互不相容

(B)  $A$  与  $B$  一定相容



(C)  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ 互不相容

(D)  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ 一定相容

7. 事件  $A$  与  $B$  相互独立, 已知  $P(A)=0.4$ ,  $P(A+B)=0.7$ , 求  $P(\bar{B}|A)$ .

8. 设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个事件相互独立, 证明  $A+B$ ,  $AB$ ,  $A-B$  皆与  $C$  相互独立.

9. 若  $A$ 、 $B$  相互独立,  $P(A)=0.2$ ,  $P(B)=0.45$ , 求  $P(A+B)$ .

10. 若  $A$ 、 $B$  相互独立, 证明  $A$  与  $\bar{B}$  也相互独立.