



中国科学院规划教材

ZHONGGUO KEXUEYUAN GUIHUA JIAOCAI

# 数理经济学教程

主 编 纪玉山

副主编 赵新宇 王塑峰



科学出版社

[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 数理经济学教程

主 编 纪玉山  
副主编 赵新宇 王塑峰

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书除导论外,其余八章分别介绍投入产出分析、线性规划、博弈论、微分法及其应用、最优化分析方法、积分学及其在动态分析中的应用、常微分方程和差分方程八种经济学分析中最常用的数学方法,以及这些方法在经济学中应用最多的领域。每一章都从介绍基本的数学原理开始,然后将这些方法运用于经济学问题的讨论中,一方面作为对数学方法应用的范例,另一方面使读者能够将数学方法和经济学问题有机地联系起来。

本书适合各类大专院校经济学类专业的本科生、研究生学习和参考使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

数理经济学教程/纪玉山主编. —北京:科学出版社, 2009

中国科学院规划教材

ISBN 978-7-03-022637-2

I. 数… II. 纪… III. 数理经济学-教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 124701 号

责任编辑:林 建 李 欢/责任校对:赵桂芬

责任印制:张克忠/封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 1 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2009 年 1 月第一次印刷 印张: 15

印数: 1—3 500 字数: 283 000

定价: 25.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈文林〉)

# 目 录

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 导论                       | 1  |
| 一、为什么要学习数理经济学            | 1  |
| 二、怎样学习数理经济学              | 3  |
| 三、本教材的特征与结构              | 6  |
| 第1章                      |    |
| 投入产出分析                   | 9  |
| 1.1 投入产出方法概述             | 9  |
| 1.2 静态投入产出模型             | 14 |
| 1.3 动态投入产出模型             | 31 |
| 1.4 投入产出方法在价格形成问题中的应用    | 34 |
| 1.5 投入产出方法应用的新领域         | 40 |
| 第2章                      |    |
| 线性规划                     | 47 |
| 2.1 线性规划模型的构建            | 47 |
| 2.2 基底变量和基底可行解           | 49 |
| 2.3 图解法                  | 51 |
| 2.4 计算求解法——单纯形法Ⅰ         | 52 |
| 2.5 单纯形表——单纯形法Ⅱ          | 58 |
| 2.6 初始基底可行解的求解方法——单纯形法Ⅲ  | 61 |
| 2.7 对偶性                  | 68 |
| 2.8 冯·诺依曼增长模型评析          | 72 |
| 2.9 对偶问题的经济学意义——资源分配及其评价 | 79 |
| 第3章                      |    |
| 博弈论                      | 82 |
| 3.1 博弈论概述                | 82 |
| 3.2 博弈模型的构建              | 83 |
| 3.3 完全信息静态博弈             | 90 |

|     |             |     |
|-----|-------------|-----|
| 3.4 | 完美信息动态博弈    | 95  |
| 3.5 | 公地悲剧        | 97  |
| 3.6 | 寡头垄断市场的博弈分析 | 102 |

## 第4章

## 微分法及其应用 110

|     |                |     |
|-----|----------------|-----|
| 4.1 | 导数与比较静态分析      | 110 |
| 4.2 | 函数极限及计算        | 112 |
| 4.3 | 导数和微分          | 116 |
| 4.4 | 微分法在比较静态分析中的应用 | 125 |

## 第5章

## 最优化分析 132

|         |                 |     |
|---------|-----------------|-----|
| 5.1     | 一元函数的极值与检验      | 132 |
| 5.2     | 多元函数的极值与检验      | 137 |
| 5.3     | 具有约束方程的极值分析     | 142 |
| 5.4     | 生产者均衡           | 146 |
| 5.5     | CES 生产函数        | 149 |
| 5.6     | 帕累托最优配置的条件分析    | 152 |
| 附录 5. A | 二次型及其有定符号的行列式检验 | 155 |

## 第6章

## 积分学及其在动态分析中的应用 161

|     |             |     |
|-----|-------------|-----|
| 6.1 | 不定积分的基本原理   | 161 |
| 6.2 | 定积分与广义积分    | 169 |
| 6.3 | 积分法在经济学中的应用 | 173 |

## 第7章

## 常微分方程 182

|     |              |     |
|-----|--------------|-----|
| 7.1 | 一阶常微分方程的求解方法 | 182 |
| 7.2 | 高阶常微分方程的求解方法 | 189 |
| 7.3 | 索洛增长模型       | 194 |
| 7.4 | 通货膨胀与失业的相互作用 | 197 |

|                  |     |
|------------------|-----|
| 第8章              |     |
| 差分方程             | 201 |
| 8.1 差分方程简介和求解方法  | 201 |
| 8.2 经济学中的预期      | 215 |
| 8.3 萨缪尔森乘数-加速数模型 | 222 |
| 8.4 简单动态古诺均衡     | 225 |
| 后记               | 231 |



# 导 论

近 20 年来,我国经济数学方法与模型的教学与研究取得了很大进展,并开始加大了对数理经济学的关注程度。数理经济学以数学方法作为理论分析工具,使现代经济理论更加精密化。经济学是一种社会科学或行为科学,研究经济学为什么要用数学方法?如何应用数学方法?现代经济数学方法主要包括哪些内容?本教科书的主要特征是什么?在进入学习之前有必要对这些问题作一简单说明。

## 一、为什么要学习数理经济学

一般地说,数理经济学是运用数学方法来表述、研究和论证经济现象及其相互依存关系的一门学问,是理论经济学精密化和硬质化的部分。许多人一提到数理经济学,便认为它是研究经济数量关系的,其实这是一种误解。数理经济学并没有独自的研究对象。数理经济学的研究对象与理论经济学相同,也是对经济关系进行定性分析。从这一点说,数理经济学与理论经济学之间不存在根本区别,它们之间的区别仅在于所使用的分析方法不同。在一般理论中,问题的分析、论证和解答主要是利用文字,而在数理经济学中,则主要借助于数学分析方法。数理经济学作为经济定性分析的数学展开是把数学作为精练的“语言”和严密的逻辑分析与论证的工具而广泛使用的。至于数学所特有的计算功能在这里仅仅作为逻辑过程的中间环节而发挥作用,它的研究结果主要是定性的。

在经济理论的研究中引进数学方法可以使定性分析更加清晰,研究结论更加

精确和明朗,可以避免模棱两可和含糊不清,增加理论的透明度和精密度。因此,在经济分析中正确地使用数学方法,是理论经济学走向成熟的重要标志。正如马克思曾经指出的,一种科学只有成功地运用数学时,才算达到了真正完善的地步。<sup>①</sup>

与在纯粹形态下研究客观世界的空间形式与数量关系的数学不同,数理经济学必须在经济理论的指导下,在对客观经济事物的质的分析的基础上,来分析经济数量关系,揭示其规律性。这是因为,数理经济学所进行数量分析的客观经济过程是具有一定的质的规定性的经济过程,这里的“量”不过是特定的质的进一步深化和精确化。尽管数量分析在许多场合(如天文学、物理学)促进了新的发展规律的发现,并有可能预见新现象的产生,但是任何数量分析都是以质的分析为前提和基础的,经济学更是如此。社会主义市场经济有它自身的规律性。在确定客观经济过程的数量关系之前,首先要弄清这一过程的机理,确定客观经济现象之间的本质联系和发展规律性。正确的认识过程,应该遵循从质到量再到度的逻辑顺序,决不能就数量论数量。马克思主义经济学虽然正确地揭示了经济发展的客观规律,但它现在还不能成为经济数量分析的直接基础。这是因为这种理论还没有数量化、精密化。目前甚至连最基本的数理经济范畴还都没有建立起来。这种状况是目前存在着的定性分析与定量分析相游离的重要原因。在对客观经济过程的定性分析与定量分析之间应当而且必须有一个“中介”或“桥梁”,这就是数理经济学。数理经济学所要完成的任务是从对经济现象的质的规定性的研究出发,进一步揭示这种质的规定性的数量方面,使经济理论精密化或“硬质化”,为各种经济数学方法从量上认识和把握社会主义经济过程打下基础。数理经济学在认识经济事物的从“质”到“量”的逻辑过程中,处于中间而又与两端紧密相连的重要位置。对于理论经济学,它是精密化、硬质化发展的必要前提,是定性分析的数学展开,对于经济数学方法,它是科学化、真实化的根本依据,是定量分析的直接出发点。概言之,数理经济学是对经济事物的定性分析和定量分析的不可缺少的中介和桥梁。

西方经济学界对经济数量分析的研究是很发达的。无论是经济计量学、投入产出分析,还是经济优化方法,都已形成了各自相对独立的体系,并且其方法已被各门经济学所广泛采用。但是,如果追根溯源的话,各种经济数量分析都是以数理经济学为其理论基础的。早在19世纪70年代,英国经济学家杰文斯和法国经济学家瓦尔拉就已创立了数理经济学。法国经济学家古诺早在1838年就出版了《财富理论的数学原理研究》一书,他被称为数理经济学的先驱者和奠基人。而经济计量学、投入产出分析,经济优化方法则是20世纪30年代以后形成和发展起来的。数理经济学运用数学符号和数理方法来表述、研究和论证经济现象及其相互依存

<sup>①</sup> 《回忆马克思恩格斯》,人民出版社,1957年,第73页。



关系,创立了诸如效用函数、生产函数、投资函数等经济数学函数和边际效用、均衡价格、边际生产费用等一系列数理经济范畴,以及用这些范畴和函数表述、论证的经济学理论。这就为西方的各种经济分析的数量方法提供了直接的理论依据和经济数学模型的基本理论框架。尽管西方经济计量学家讥讽数理经济学是“理论上的空盒子”,但是他们仍然在经常地、大量地使用数理经济学中的各种函数与模型,并且声称他们的工作就是要用依靠统计资料估算的具体的参数值来填满所说的理论上的空盒子。至于投入产出分析的创始人列昂惕夫则毫不讳言地声称自己的理论“跟古典的瓦尔拉分析的关系比跟凯恩斯总量分析的关系更为密切”<sup>①</sup>,是“古典的一般均衡理论的简化方案”<sup>②</sup>。美国著名经济学家萨缪尔森在谈到经济优化方法时说过,“我们这门学科的真正基础就包含着极大化的问题”,“即使退回到上一代在经济学自称有益于实践以前,经济学家已经在使用极大值和极小值了”。<sup>③</sup> 纵观西方经济数量分析方法发展的历史,可以看出,经济数学方法的每一次较大的发展都是同数学方法在所谓“纯经济理论”研究的加强交织在一起,并且总是以数理经济学的不断发展为理论前提的。

## 二、怎样学习数理经济学

马克思在从事《政治经济学批判》和《资本论》的创作中,坚持不懈地进行了数学的学习和研究。他在1858年1月11日写给恩格斯的信中说:“在制定政治经济学的原理时,计算的错误大大地阻碍了我。失望之余,只好重新坐下来把代数迅速地温习一遍。”<sup>④</sup>此后,在给恩格斯的信中还说到,自己“在闲暇的时候演习微积分”<sup>⑤</sup>,不仅不断地写,还作微分 $dy/dx$ 。1870年以后马克思开始了独立的数学研究,并写下了著名的《数学手稿》,在微分学的辩证法基础的研究中取得了举世公认的卓越成果。马克思学习和研究数学完全是出自于《资本论》创作的直接需要。《资本论》这部不朽的巨著同时又是在经济理论研究中运用数学方法与模型的典范。马克思本身直到逝世前还在为进一步从数学上润色《资本论》的第二、第三卷而努力。

马克思运用数学方法的目的,主要不是阐明资本主义经济范畴的数量关系,而是要揭示其本质联系和主要规律。比如,为了揭示资本主义社会再生产的客观规律和必然趋势,马克思成功地第一个构造了经济增长模型——表示简单再生产和

① 列昂惕夫:《经济计量学》,载《现代经济学概览》第1卷,第407页。

② 《回忆马克思恩格斯》,人民出版社,1957年,第73页。

③ 萨缪尔森:《分析经济学中的极大原则》,载《现代国外经济学论文选》第二辑,商务印书馆,1981年。

④ 《马克思恩格斯全集》第29卷,人民出版社,1972年,第217页。

⑤ 《马克思全集》第30卷,人民出版社,1979年,第58页。

扩大再生产数学模型的方程式和不等式系统;为了阐明利润率范畴的理论经济本质,马克思构造了利润率的数学模型,并指出“首先要在纯粹数学的范围内进行研究”<sup>①</sup>。他说:“利润率是许多变数的函数,如果我们要知道这些变数怎样对利润率发生影响,我们就必须依次研究每个变数单独的影响,不管这种孤立的影响对同一资本来说在经济上是不是容许发生。”<sup>②</sup>为了分析资本主义经济危机,马克思“不止一次地想计算出”价格、贴现率等“不规则曲线的升和降”,“并曾想用数学方式从中得出危机的主要规律”,只是由于“这个课题暂时不能解决”,马克思才“决定暂且把它搁下”<sup>③</sup>。另外,为了论证价值形式或交换价值理论、劳动力价格和剩余价值的变动以及生产价格的实质等,马克思都成功地运用了数学方法。

诚然,《资本论》中所用的数学方法基本上属于初等数学,在多数场合是用数字事例的演算分析。《数学手稿》的主要对象微分学在这里一点也没有运用。这一方面说明马克思在辩证法方法论的基础上,从揭示资本主义社会运动规律和历史趋势这个最高宗旨出发,紧紧围绕对被分析对象的质的规定性的抽象分析这一核心来运用数学方法的科学态度,另一方面也有必要承认马克思对于高等数学还没有掌握到运用自如的程度。这正是马克思虽然抱有通过分析一些经济范畴不规则曲线的上下波动来确定危机的主要规律的愿望,但又不得不放弃的重要理由。尽管如此,这丝毫不能减弱《资本论》及其方法论的真理光辉。《资本论》所提供的在经济学研究中运用数学方法的方向和一系列基本原则,是我们学习和运用数理经济学所必须遵循的。

第一,在经济学的研究中必须加强数学方法的应用。如果说旨在揭露资本主义剥削关系、论证资本主义剥削制度历史暂时性的政治经济学尚且需要运用数学方法的话,那么用于指导社会主义市场经济理论和实践的经济学就更迫切地需要加强数学方法的运用。然而,我们现在对政治经济学的研究距离这个要求还相差甚远。从先后出版的政治经济学教科书来看,迄今为止尚未完全达到对社会主义的生产过程、流通过程和社会再生产总过程再现从抽象上升到具体的经济 and 数理经济范畴系列,也未进行质、量、度规定性的深刻分析和逻辑推演。更没有把对社会主义市场经济的定性分析加以数学展开,甚至对马克思在《资本论》中已经揭示出的具有一般意义的社会再生产实现公式,也没有在教科书中给出适合于其特征的数学方程表达式。随着经济和社会化大生产的发展,经济科学的职能已经日益从通过揭露资本主义制度的剥削本质,论证社会主义制度的优越性来武装人民群众的思想方面,转向解决经济分析和预测以及经济政策的制定和决策方面。这就

① 《马克思恩格斯全集》第35卷,人民出版社,1972年,第58页。

② 《马克思恩格斯全集》第35卷,人民出版社,1972年,第5页。

③ 《马克思恩格斯全集》第35卷,人民出版社,1972年,第69页。

要求社会主义政治经济学对经济规律的阐明不能停留在“主要特点和要求”的表述上,而要运用科学抽象法和数学方法,通过对经济过程定性分析的数学化、精密化研究,来深刻揭示反映这一过程的主要经济范畴及数理经济范畴之间相互制约的内在的必然联系,并给出相应数学表达式的理论模型,进而通过在符合辩证法的基础上对理论模型进行逻辑推演,回答有关全局的“如果怎样,将会怎样”的问题,以指导经济政策的制定,加强决策的科学化。只有把社会主义政治经济学加以数学展开即精密化、硬化,才能揭示经济规律在一定条件下各种组合数量变动的表现,发展和深化人们对客观经济规律的认识,以达到能够为人们自觉运用,指导社会主义市场经济理论与实践的具体程度。

第二,数理经济学是理论经济学,同政治经济学一样,它的研究对象也是通过经济范畴表现的社会生产关系和客观经济规律及其作用机制。它的任务是要用数学方法,从一些科学的抽象与合理的假设条件出发,运用数理经济模型,研究和论证社会经济现象及其相互依存关系。数理经济学的这种性质,决定了它不能从商品市场价格的表象出发,仅仅用数学方法说明全部商品及单个商品的均衡价格是怎样决定的,从而说明商品的供给与需求的均衡关系的建立过程。而必须以马克思主义经济理论的定性分析为指南,从深入研究社会经济运动内在的本质出发,运用数学方法表述、分析和论证社会各个经济规律、经济规律体系及经济规律作用机制的客观性质和外在表现形式。数理经济学只能作为马克思主义经济理论的发展和社会主义经济定性分析的数学展开来加以把握,它据以得到结论的推理本身主要是数学的这一事实并不能排斥政治经济学的指导作用。

第三,数理经济学在对经济理论加以量化的同时,还必须对经济关系做出定量分析的方法论指导。在这方面,《资本论》中数学方法的应用同样为我们做出了典范。例如,马克思关于商品价值的一系列理论分析和数学描述对社会主义市场经济中价格形成研究和制定价格数学模型,不仅给以理论指导,而且以价值量的数学分析为其提供方法论基础。再如,马克思对社会再生产理论的数学展开的研究对于宏观经济部门平衡分析和编制投入产出数学模型,既给以理论指导,又以其社会再生产实现公式提供方法论基础。各种数量经济方法,如经济计量学、投入产出分析,经济优化方法等,尽管所使用的具体数学方法不同,但在对社会经济数量关系、数量变动规律进行研究、测算和预测时,都要以数理经济学为其方法论基础和依据。

第四,作为数理经济学主要方法的数学方法必须建立在唯物辩证法的方法论基础上。毋庸讳言,数理经济学中的数学方面不应局限在初等数学领域,而应该加强高等数学和现代数学的应用,如微积分、线性代数、数学规划、微分方程和差分方程等。但是,对于高等数学的应用取决于理论经济学定量分析的需要,而不是取决于数学方法本身。数学方法本身并不等于数理经济学方法。数理经济学方法是经

济分析与数学方法的有机结合。具有普遍指导意义的唯物辩证法在这里更有特殊的重要意义。运用数理方法进行理论研究时,总要在某些抽象和假设的前提条件下建立模型并进行数学的逻辑推演。应当注意的是:第一,抽象必须是科学的,即只能抽象掉与所研究问题关系不大的非本质的因素,决不可把问题的本质因素抽象掉;第二,假设必须是合理的,即假设必须能够回到现实中来,完全脱离或对立干现实的假设只能把理论分析引向歧途;第三,数学模型必须具有真实性和操作性,即模型必须既能反映所研究客体的本质,又简化于所研究的客体以便于施以数学操作和逻辑推演;第四,数学推演必须有经济意义,即数学推演应和经济分析融为一体,要注意模型中的数学符号的经济含义的变化,不可沉醉于过长的数学演算。如果抽象了经济运行中的本质关系,在脱离现实的凭空假设下,用纯粹的数学推理来取代对经济运动的客观规律的分析,结果只能是“物质消失了”,剩下的只是一些方程式。

### 三、本教材的特征与结构

本教材是我们多年从事数理经济学的教学工作,相继为经济学院本科生、研究生开设《数理经济学》、《数理经济学研究》等课程,在实际教学活动中积累了大量的教学经验,特别是在数理经济学教学用书方面进行了多次有益的尝试,是为满足经济学专业本科教学的实际需要,在综合吸收借鉴国内外相关教材成功经验的基础上,通过对近几年数理经济学教学讲义整理而最终形成的。

由于历史的原因,我国数理经济学的发展主要集中在近二十年。在这期间,一些学者相继翻译了J. E. 伍兹、J. W. S. 卡塞尔、盐泽由典和蒋中一等的相关著述,出版了一些数理经济学的著作,如杨小凯的《数理经济学基础》(1985)、潘吉勋的《数理经济学原理》(1989)、李子江的《数理经济——一般均衡理论与方法》(1995)、肖柳青的《数理经济学》(1998)、张金水的《数理经济学——理论与应用》(1998)、伍超标的《数理经济学导论》(2002)等,这些著作推动了数理经济学在国内的发展。但是,从经济学教学的角度看,只有少数著作适合充当大学本科教学用书。其中之一是美国华裔经济学家蒋中一的《数理经济学的基本方法》(1999),国内翻译版本是该书1984年的第三版。此书是一本数理经济学的基础性教材,它把经济分析循序渐进的发展过程与数学工具和方法由易到难,由简到繁的过程有机地结合起来,内容系统完整,难易相当。但其内容涉及较为宽泛,一般适宜用作教学参考书或工具书。另外一本是伍超标的《数理经济学导论》(2002),该书在精炼教学内容的基础上,配备了大量的例题和习题,但是此书使用的数学程度要高于非数学专业本科课程规定的程度。

本教材是在数理经济学教学用书方面的有益尝试和突破。本教材主要针对国



内数理经济学本科教学的实际需要,通过综合考查国内外相关著作(教材),力争突出自身的特色:

(1)精炼的教学内容。本教材在保证理论连贯性的基础上,精炼出本学科适合本科阶段教学的主要理论框架和知识点。数理经济学是数学和经济学的交叉学科,学科知识涉及范围较广,偏重大而全的教材难以保证教师在规定时间内完成讲授任务。因此,本教材首先对数理经济学的教学内容进行筛选,在保证本学科的全貌概括和体现发展趋势的前提下,适当紧缩课程内容以适应教学需要。

(2)恰当的难易程度。数理经济学的教学对象是完成经济学基础课和大学数学(非数学专业)基础课的经济学专业本科生。本教材所涉及的数学工具和数学方法的难度不会超过《高等数学(经济类)》、《线性代数》和《概率论与数理统计》等数学类课程所讲授的难度,即不加重学生(非专业的)知识负担。

(3)突出经济学背景。这是本教材有别于现有教材的鲜明特点,即把教材偏重点置于经济学理论,突出数理经济学的经济学背景和特色。数理经济学是借助数学工具和方法,建立和分析经济学模型,其最终目的是通过演绎推理来表达经济理论。因此,本教材强调数学的工具性,把经济学的问题抽象成数学问题去寻求解决方法,但最终还要把数学问题还原回经济学的基本问题,也就是在经济学的背景下去理解借助数学工具和方法得到的分析结果的经济学内涵。

本教材除导论外共有8章。逻辑顺序是按照数学的难易程度由浅入深设计的。

第1章“投入产出分析”。主要介绍由美国经济学家瓦西里·列昂惕夫在20世纪30年代提出的投入产出方法(input-output analysis),又称部门联系平衡法,它主要通过编制投入产出表及建立相应的数学模型,反映经济系统各个部门(产业间)的关系,并依次分析、预测和安排经济活动。本章突出介绍了投入产出分析在价格形成、环境保护和国际贸易等方面的应用。

第2章“线性规划”。该方法最早由苏联数学家、经济学家康托洛维奇等学者提出,核心是在特定资源约束条件下如何安排经济活动使其效益最大,或者在完成既定任务的前提下,如何统筹安排才能使消耗的资源最少。本章主要介绍线性规划模型的构建和求解方法,并突出介绍了冯·诺伊曼(John Von Neumann)均衡增长模型和对偶问题的经济学意义。

第3章“博弈论”概述。博弈论亦称对策论,是“关于至少存在部分利益冲突的两个或多个决策者所处情况的分析”。作为一种经济学的方法,博弈论试图将现实中错综复杂的关系抽象化,精确地描述现实的发展规律,进而为实际应用提供指导。本章主要介绍博弈模型的构建、完全信息静态博弈和完全信息动态博弈,并突出了博弈论视角下“公地悲剧”的治理与寡头垄断市场的博弈分析。

第4章“微分法及其应用”。微分法是高等数学最早在经济学中得到应用的分

支。本章在介绍导数与比较静态分析、函数极限及计算、导数和微分等基本概念的基础上,重点介绍了微分法在比较静态分析中的应用。如经济弹性以及国民收入模型的乘数分析等。

第5章“最优化分析”。最优化问题是经济学中经常遇到的问题,从数学方法上看,这类问题就是极值问题。最优化分析的实质就是求解那些使目标函数达到极值的选择变量的值的集合。本章首先介绍一元函数和多元函数的极值与检验,接着介绍了具有约束方程的极值分析,在此基础上,重点讨论了生产者均衡、CES生产函数和帕累托最优配置问题。

第6章“积分学及其在动态分析中的应用”。积分学是对经济现象进行动态分析的工具之一,其目的是探寻和研究变量的具体时间路径,或者是确定在给定的充分长的时间内,这些变量是否会趋向收敛于某一(均衡)值。这种分析方法是非常重要的,它弥补了静态学和比较静态学的不足之处。本章在介绍不定积分的基本原理以及定积分与广义积分的基础上,重点介绍了积分法在经济学中的应用,如在边际分析、消费者剩余和生产者剩余、投资与资本形成以及增长模型中的应用。

第7章“常微分方程”。常微分方程是研究事物、物体和现象运动、演化和变化规律的最为基本的数学理论和方法。经济领域中的许多原理和规律都可以描述成适当的常微分方程,如股票的起伏趋势、利率的浮动、市场均衡价格的变化等,对这些规律的描述、认识和分析可以归结为对相应的常微分方程描述的数学模型的研究。本章在介绍一阶和高阶常微分方程的求解方法的基础上重点介绍了常微分方程在索洛增长模型以及通货膨胀与失业的相互作用分析中的应用。

第8章“差分方程”。差分方程在经济学研究中有重要应用,这至少可以追溯到列昂惕夫于20世纪中叶提出的微分形式的连续型动态模型和以差分方程组的形式表示动态投入产出模型。本章将介绍一阶差分方程和高阶差分方程的求解方法,以及非线性差分方程的相关知识,重点介绍差分方程在经济学中的应用,如在经济预期、乘数-加速数模型以及动态古诺均衡等方面的应用。



# 第 1 章

## 投入产出分析

投入产出分析(input-output analysis),又称部门联系平衡法,是由美国经济学家瓦西里·列昂惕夫(W. Leontief)在 20 世纪 30 年代提出的。它主要通过编制投入产出表及建立相应的数学模型,反映经济系统各个部门(产业间)的关系,该方法在分析、预测和安排经济活动等方面均有重要应用。

投入产出方法从投入和产出两个方面对经济活动的内在规律进行分析。所谓投入,是指从事一项经济活动的消耗。生产过程和运输过程中所消耗的原材料、辅助材料、能源、机器设备和人的劳动等就是这项生产活动和运输活动的投入。所谓产出,是指从事一项经济活动的结果。生产活动的结果是得到了一定数量的产品,运输过程的结果完成了一定的运输量,这就是它们的产出。在各种经济活动的投入和产出之间具有一定的数量关系和数量规律性,投入产出方法就是利用数学方法来研究经济活动的投入和产出之间的数量关系,特别是分析国民经济各个部门在产品的生产与消耗间的数量依存关系的一种方法。

本章从介绍投入产出方法的创建、发展和分类入手,系统介绍静态投入产出模型和动态投入产出模型,以及投入产出方法在一些领域中的具体应用。

### 1.1 投入产出方法概述

#### 1.1.1 投入产出方法的创建和发展

美国经济学家瓦西里·列昂惕夫在 20 世纪 30 年代创建了投入产出方法。他在 1936 年的论文《美国经济制度中投入产出的数量关系》,以及随后于 1941 年出

版的《美国经济结构,1919—1929》中详细地介绍了投入产出方法,并编制了1919年和1929年美国41个部门的投入产出表。此后,列昂惕夫致力于推广和应用投入产出方法,并以此方法分析经济系统的增长途径和静态平衡。这些工作的成果便是列昂惕夫在1951年和1953年出版的两部著作,即《美国经济结构,1919—1939》和《美国经济结构研究》。

追根溯源,投入产出方法是古典的一般相互依存理论在实践方面的延伸。早在18世纪中叶,古典政治经济学奠基人之一弗朗索瓦·魁奈(F. Quesnay)就用“经济表”说明国民经济各部门(主要是农业和其他经济部门)之间的关系,他的“经济表”可以改编成一个比较简单的投入产出表的形式。马克思(K. Marx)也用相似的思想来论证经济系统中生产和消费两个部类之间的关系。19世纪法国经济学家瓦尔拉斯(L. Walras)提出的一般均衡理论,已经把各部门的投入和产出联系起来考察,并使用了与列昂惕夫的投入产出系数类似的概念。

正是在前人研究的基础上,列昂惕夫提出了投入产出方法,他把国民经济所有部门的投入与产出写在一个表格中,即投入产出表中联系起来加以考察,并且计算了各部门的直接消耗系数与完全消耗系数。在研究过程中,列昂惕夫既利用代数理论等数学分析工具,又积极使用当时刚刚发明的模拟计算机。之后,投入产出方法在世界各国得到普遍推广和应用,在经济分析和计划工作中产生了一定的效果。1974年4月,列昂惕夫作为投入产出技术的创始人被瑞典皇家科学院授予诺贝尔经济学奖。

最初,列昂惕夫提出的投入产出方法并没有得到美国政府和经济学界的重视和支持。第二次世界大战期间,美国总统罗斯福订购了5万架飞机。虽然很容易推算出需要的铝等材料的数量,但由于没有考虑到生产飞机会要直接和间接地消耗大量铜,最后被迫向国库借用白银代替铜作为铝生产过程中的输电材料。由此,当时负责工业生产的管理人员深深感到需要有比较科学的方法来计划和安排生产。1944年,列昂惕夫编制的美国经济1939年投入产出表(包含96个部门)问世,引起美国政府的重视。美国劳动统计局就利用投入产出表来研究和预测第二次世界大战终止时间对美国就业状况的影响。

第二次世界大战后,美国劳工部劳动统计局和空军合作,花费150万美元,集中50~75人,工作将近三年时间,编制了美国经济1947年投入产出表。这是美国官方编制的第一个投入产出表,共有500个部门。此后又花费了100万美元编制了包含81个部门的1958年投入产出表。在20世纪50年代,美国政府在经济学方面拨款最多的就是投入产出分析。以后又相继编制了美国经济1963年和1966年的投入产出表,用来分析地区和企业内部的生产联系,都取得了一定的效果。从此,投入产出方法很快地传播到世界各国,许多国家的学者来到列昂惕夫工作的哈佛大学经济研究组学习编制和应用投入产出表的方法。在美国之后,西欧国家和

日本首先编制了投入产出表,之后苏联和东欧国家、发展中国家也陆续开始编制投入产出表的工作。

我国投入产出方面的工作开始于20世纪60年代初期。在这一时期,部分科研机构和高等院校开始进行投入产出方法的介绍和理论探讨工作,如中国科学院数学研究所运筹室在1960年成立的从事投入产出方面研究工作的经济数学方法组等。但是,最初的研究仅限于理论研究,编制投入产出表的工作也只是在部分企业中展开。1974年,国家计委、国家统计局计算中心、中国科学院数学研究所、中国人民大学和北京经济学院等科研机构着手试编我国1973年61类主要产品投入产出表,并在1976年编制成功。此表是我国编制的第一个全国性投入产出表。此后,我国科研工作者又进行了把投入产出方法用于计划工作的各种尝试,并于1987年3月由中国人民大学、中国科学院系统科学研究所和国家统计局联合发起成立了中国投入产出学会。投入产出方法的推广和应用为我国各时期经济发展做出了特有的贡献。

### 1.1.2 投入产出方法在经济工作中的应用

自从列昂惕夫提出投入产出方法以来,投入产出方法以平衡表的方式反映、研究一个经济系统各个部分之间表现为投入与产出的相互依存关系,并以其在深刻的经济内涵与简洁数学表达形式上的完美结合,成为经济系统分析的不可替代的工具,被普遍用于经济预测和规划、分析重要决策和事件影响等方面。投入产出方法的应用领域十分广泛,国家、地区、地区间、部门甚至企业都可以作为一个经济系统进行投入产出分析,目前全世界已经有100多个国家编制了各种类型的投入产出表,投入产出方法已经获得普遍的研究和应用。归纳起来,投入产出方法在经济工作中的应用有以下几个方面:

(1) 利用投入产出方法编制经济计划,特别是为编制中长期计划提供依据。苏联和东欧国家编制投入产出表的一个主要目的就是为编制计划服务。从目前情况看,投入产出方法在经济计划工作中的作用主要有以下三个方面:

第一,检查现有的国民经济计划在部门比例和产品比例上是否平衡、协调。

第二,在编制国民经济发展的年度计划和中长期计划的草案计算阶段,利用投入产出方法进行多方案计算,对各种设想进行论证和估价,调整部门间比例,为编制计算草案提供依据。这时,在编制计划过程中往往利用修改后的直接消耗系数,来编制各种计划期的投入产出表。

第三,编制国民经济最优计划。把投入产出方法和数学规划方法结合起来,当具备必要数据资料后,就可以编制一个既能使国民经济各部门相互协调和平衡,又能使某一个目标函数值达到最大的计划方案,如使长期生产的消费品数量达到最大、使国民收入的数量达到最大等。