

Gongqiao Liangong Jisuan

拱桥连拱计算

(第三版)

王国鼎 著



人民交通出版社
China Communications Press

Gongqiao Liangong Jisuan

拱桥连拱计算

(第三版)

王国鼎 著

人民交通出版社

内 容 提 要

本书是研究与设计连拱的一本专著,针对生产中的连拱计算问题,提出了比较系统的计算理论和简捷而合理的解决办法。

本书结合《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2004)、《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)和《公路圬工桥涵设计规范》(JTG D61—2005)进行编写,是计算连拱及固定拱(是连拱的特例)的好帮手。书中提供了比较详细的计算示例和相应的计算图表,以利读者利用新桥规计算连拱及固定拱。

书末新增的“拱桥的潜力及其加固新方法”,是作者多年的研究成果。实践证明,这种新的加固方法,具有质量较好、造价较低、施工比较方便等优点,得到各界的好评。

本书可供公路、铁路和水利方面从事桥梁工作的技术人员使用,亦可作为桥梁专业研究生、本科生的教材及相关专业的选修课教材。

图书在版编目(CIP)数据

拱桥连拱计算(第三版)/王国鼎著. —3版. —北京:人民交通出版社, 2009.6

ISBN 978-7-114-07737-1

I.拱... II.王... III.拱桥-计算 IV.U448.222

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第069439号

书 名: 拱桥连拱计算(第三版)

著 作 者: 王国鼎

责任编辑: 岑 瑜

出版发行: 人民交通出版社

地 址: (100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址: <http://www.ccpress.com.cn>

销售电话: (010)59757969, 59757973

总 经 销: 北京中交盛世书刊有限公司

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京鑫正大印刷有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 22

字 数: 556千

版 次: 1983年11月第1版 1998年8月第2版 2009年6月第3版

印 次: 2009年6月第3版第1次印刷 累计第5次印刷

书 号: ISBN 978-7-114-07737-1

定 价: 42.00元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

《拱桥连拱计算》第二版序

拱桥是我国最常用的一种桥梁形式。特别是山区公路桥梁,由于地质和地形条件比较适合,拱桥一般是优先考虑的既美观又经济的桥型。据统计,在改革开放以前,我国有百分之七十的公路桥梁为拱桥,其中也包括许多多孔连续拱桥。

王国鼎教授在 1983 年出版的《拱桥连拱计算》一书以作者提出的“换算刚度法”为核心,总结了自 20 世纪 70 年代初以来国内发表的许多研究成果,为连拱设计提供了一种简便的方法和计算图表,对连拱桥梁的推广作出了贡献。本书问世后受到了广大桥梁科技工作者和大专院校师生的欢迎。

近年来,随着我国经济水平的提高,在一些平原地区,施工更为便捷的预应力混凝土梁式桥逐渐替代了拱桥,但在山区,拱桥仍由于造价上的优势而保留了重要的地位。这也是本书继续受到欢迎,人民交通出版社决定予以再版以飨读者的原因。

王国鼎教授趁本书再版之际,考虑到近十多年来连拱理论和实践的发展,对原书作了修改和增补以反映他研究连拱的新成果。如第六章中以无铰连拱的精确解代替过去的近似解;增加了第七章:桁架拱桥的连拱计算;第八章:连拱设计中的几个问题,着重讨论了拱上建筑腹孔连拱的计算方法等。附录中还增加了一些为方便设计的计算用表。

王国鼎教授是我的老朋友,他也是国内最早对连拱计算进行研究的学者,而且不断探索新的问题,发展新的理论和方法。他的孜孜不倦的精神和精益求精的态度是令人钦佩的。我相信,本书第二版的问世,一定会在我国 21 世纪更大规模的公路桥梁建设中继续发挥重要的作用。

同济大学

项海帆

一九九八年二月

(项海帆同志为中国工程院院士,同济大学教授)

前 言

连拱计算问题,国内外研究颇多。特别是20世纪70年代前后,研究连拱计算方法的文献如雨后春笋,推动了连拱计算理论的发展和在生产实践中的应用,使我国的连拱研究在理论和实践方面都达到了世界的先进水平。

1980年,作者提出了“换算刚度法”^[10],1983年出版了《拱桥连拱计算》^[1],该书以“换算刚度法”为核心,以任意多孔连拱为研究对象,针对生产中的计算问题,提出了相应的解决办法。1998年,进一步总结了其后的实践经验和研究成果,出版了《拱桥连拱计算》(第二版)^[3],继续完善连拱计算理论,拉近了连拱与固定拱的关系,扩大了连拱计算范围,简化了连拱计算手续,使连拱的计算更为方便。

从2004年起,随着《公路桥涵设计通用规范》(JTGD60—2004)、《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTGD62—2004)和《公路圬工桥涵设计规范》(JTGD61—2005)陆续公布,由于采用了公路—I级和公路—II级新的荷载标准,不符合新桥规的计算部分,必须予以更新,这就是出版《拱桥连拱计算》(第三版)的主要原因。

在《拱桥连拱计算》(第二版)中,由于连拱的理论部分已基本定型,修改较少,但拱、墩最大活载内力的计算和各个计算示例,均按新桥规的要求做了全面修改。此外,附录中的计算用表,亦根据计算示例的需要进行了相应的调整,使其能简化连拱计算工作之外,还能拉近连拱与固定拱的距离,起到普及连拱计算方法的作用。

实践证明,与按固定拱计算相比,多孔拱桥按连拱计算,符合拱、墩的实际受力情况。它不仅可以提高桥梁的质量,还有较大的经济效益。作者近几年进行过多座拱桥的改造与加固^[29],在增大设计荷载时,按连拱计算,只需加强上部构造(下部构造无须加强,甚至还有富裕量),显著节省了投资,而效果也比较理想。

为了丰富拱桥的实践,华中科技大学桥梁教研室计划写一本现代拱桥评估与加固方面的图书,书末所写“拱桥的潜力及其加固新方法”就是该方面的相关内容。由于种种原因,新图书一时还不能交稿。考虑到这部分内容对当前拱桥的加固有较强的针对性,书中介绍的拱桥加固新方法,具有质量较好、造价较低、施工比较方便等优点。实践证明,这种新的加固方法,经济效益和社会效益都比较显著,故附在书末,供桥梁工作者参考应用并在桥梁实践中进一步完善。

在修订本书的时候,得到华中科技大学桥梁教研室负责人陈志军、廖碧海等同志的大力支持。在计算、校对、打印书稿时,陈旭勇、黄利锋、方雷、陈锐、杨化、钱骥等研究生做了不少的工作,使本书能较早地与读者见面。

由于本书的理论部分基本定型,仅作了部分修订,有些新老名词会同时出现。作者对新桥规学习时间不长,有些新的名词、术语还不够熟悉,书中的缺点错误在所难免,恳请读者提出批评意见,以利改正。

华中科技大学

王国鼎

2008年6月于武昌

Tel 027—62427499

E-mail: wgd1935@163.com

目 录

第一章 总论	1
第一节 连拱作用的基本概念	1
第二节 结点变位与拱墩内力的符号规定	3
一、内力符号	3
二、变位符号	3
第三节 结点变位影响线	3
第四节 几种连拱计算方法评介	5
一、第一种连拱简化算法	5
二、第二种连拱简化算法—— Σ 法	5
三、第三种连拱简化算法——换算刚度法	6
第二章 拱的弹性常数	8
第一节 无铰拱各弹性常数的意义	8
一、拱的抗推刚度 K 和相干系数 T	8
二、拱的抗弯刚度 S 和传递抗弯刚度 CS	8
第二节 无铰拱弹性常数的计算	9
一、无铰拱弹性常数的一般计算公式	9
二、悬链线无铰拱弹性常数的计算	10
三、等截面圆弧拱弹性常数的计算	14
第三节 两铰拱抗推刚度的计算	15
一、两铰拱抗推刚度的一般计算公式	15
二、等截面悬链线两铰拱	15
三、等截面抛物线两铰拱	16
四、等截面圆弧线两铰拱	16
第三章 墩的弹性常数	17
第一节 桥墩弹性常数及一般计算公式	17
一、墩的抗推刚度 $\bar{K}$ 和相干系数 $\bar{T}$	17
二、墩的抗弯刚度 $\bar{S}$	18
第二节 重力式墩弹性常数的计算	18
一、等截面墩及分段等截面墩	18
二、变截面墩	19
第三节 桩墩弹性常数的计算	24
一、单桩弹性常数的计算	24
二、桩墩弹性常数的计算	29
第四章 换算刚度法的基本概念及换算刚度的计算	37
第一节 换算刚度法的基本概念	37
第二节 结点变位与结点力的关系	38
一、两铰拱结点位移时的结点力	38

二、无铰拱结点变位时的结点力·····	38
第三节 换算刚度的计算·····	39
一、两铰连拱换算抗推刚度计算·····	39
二、无铰连拱换算刚度计算·····	41
第五章 两铰连拱的计算·····	45
第一节 荷载内力计算·····	45
一、内力计算基本公式·····	45
二、荷载作用在边孔时的内力计算·····	47
三、非荷载孔的内力计算·····	49
四、内力影响线与拱、墩最大活载内力计算·····	50
第二节 恒载、温度变化和混凝土收缩的内力计算·····	58
一、位移方程式的建立·····	58
二、结点位移计算·····	59
三、拱、墩内力计算·····	60
四、恒载单向推力墩的恒载内力计算·····	60
第三节 桥台位移的内力计算·····	64
一、左台位移·····	64
二、右台位移·····	65
第四节 多孔连拱计算孔数的确定·····	66
一、连拱按固定拱计算的条件·····	66
二、连拱计算孔数的确定·····	67
三、计算示例·····	68
第五节 两铰连拱计算示例·····	69
一、设计资料·····	69
二、拱圈抗推刚度计算·····	71
三、桥墩抗推刚度计算·····	71
四、拱、墩内力计算·····	73
五、恒载单向推力墩计算·····	77
第六章 无铰连拱的计算·····	79
第一节 无铰连拱的精确解·····	79
一、基本转角位移方程式·····	79
二、结点变位与拱墩内力的基本计算公式·····	80
三、荷载作用在边孔时的内力计算·····	82
四、非荷载孔的内力计算·····	83
第二节 连拱内力影响线及最大活载内力的计算·····	85
一、拱中内力影响线及其最不利布载情况·····	88
二、墩顶内力影响线及其最不利布载情况·····	89
三、连拱最大活载内力的计算·····	91
第三节 恒载、温度变化和混凝土收缩的内力计算·····	100
一、基本转角位移方程式·····	100

二、各种情况的结点变位计算公式	101
三、拱墩内力计算公式	102
四、恒载单向推力墩的内力计算	102
第四节 桥台变位的内力计算	105
一、桥台产生水平位移和转角的内力计算	105
二、桥台竖向位移引起的内力计算	108
第五节 计算示例	111
例 6-1 等截面悬链线板肋式固定拱计算示例	111
例 6-2 4 孔等跨无铰连拱(重力式墩)内力计算	124
例 6-3 4 孔无铰连拱(单排桩基)活载内力计算	130
例 6-4 5 孔等截面悬链线无铰拱计算示例	138
第七章 桁架拱桥的连拱计算	155
第一节 桁架拱的抗推刚度	155
第二节 活载作用下桁架拱桥的连拱计算	155
一、按固定拱计算的水平力影响线	156
二、按连拱计算的水平力影响线	157
三、按连拱计算的内力影响线	157
四、连拱最大活载内力计算	158
第八章 拱桥设计中的几个问题	159
一、拱桥计算截面的合理选定	159
二、连拱最大活载内力的计算	159
三、腹孔的连拱计算问题	159
四、有柔性高墩时的连拱设计	161
第九章 拱桥的潜力及其破坏机理	163
第一节 拱桥的潜力	163
一、受力情况好	163
二、超载能力强	165
三、经久耐用,便于养护	167
第二节 拱桥的破坏机理	167
第三节 拱桥的合理利用	168
第四节 加固拱桥的计算	169
一、不计算拱上建筑的联合作用与活载横向分布的影响	169
二、变截面拱的几何性质	169
三、主拱圈的计算——一般按裸拱计算	170
四、多孔拱桥的连拱计算	170
第十章 拱桥加固新方法	171
第一节 新方法的主要特点	171
第二节 重点加强拱脚和拱顶的加固方法	171
一、基本原理	171
二、构造及设计	173

第三节 加固实例·····	175
第四节 仅加强拱脚截面(或空腹部分)的加固方法·····	181
一、基本原理 ·····	181
二、加固实例 ·····	181
第五节 改拱式拱上建筑为梁拱式拱上建筑的方法·····	185
一、基本原理 ·····	185
二、工程实例 ·····	186
第六节 缺乏竣工资料时,在役拱桥的检测与加固 ·····	192
一、工程概况 ·····	193
二、加固方法 ·····	193
三、桥梁检测 ·····	196
附录 等截面悬链线无铰拱(含连拱及固定拱)计算用表·····	199
附录 I 无铰拱内力影响线坐标表 ·····	199
附录 II 连拱及固定拱内力影响线面积表·····	199
附录 III 悬链线拱上侧墙面积及重心计算表 ·····	199
参考文献·····	338

第一章 总 论

第一节 连拱作用的基本概念

在荷载作用下的多孔拱桥,桥墩和拱跨结构的结合点(常称拱墩结点)会产生弹性变形[图 1-1a)],各拱墩结点会产生水平位移($\Delta_1, \Delta_2, \dots$)和转角($\theta_1, \theta_2, \dots$)。考虑各孔拱跨结构与桥墩一起的共同作用,称为“连拱作用”;考虑拱墩结点变位的计算,称为“连拱计算”。

一般说来,桥墩愈纤细,各拱墩结点的变位(含水平位移和转角)就愈大;反之,桥墩的高度愈小、截面刚度愈大,各拱墩结点的变位就愈小。只有当桥墩的刚度(相对于拱跨结构的刚度)为无限大时,在荷载作用下,各拱墩结点才不会产生变位[图 1-1b)],此时,多孔拱桥的拱跨结构才与单孔拱桥(拱脚无变位)的受力相同。从理论上讲,只有当桥墩的刚度为无限大时,多孔拱桥才能按单孔拱桥计算。按单孔拱桥计算的方法,常称按固定拱计算的方法。据此算出的内力,称为固定拱内力。

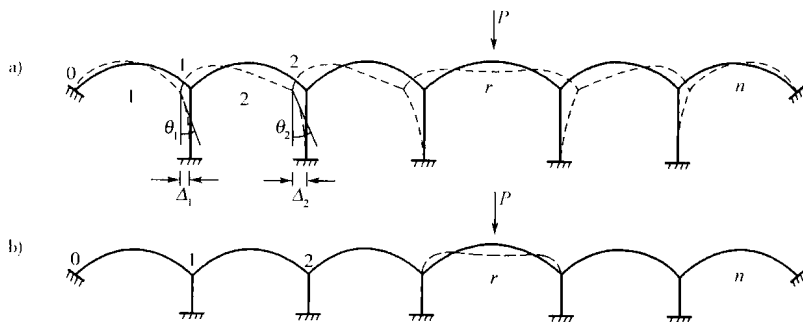


图 1-1 连拱与固定拱的变形状态

在实际拱桥中,桥墩的刚度不可能为无限大,即使采用刚度较大的重力式墩,桥墩的抗推刚度一般不会超过拱圈抗推刚度的 40 倍。在实际的多孔拱桥中,不论桥墩形式如何,一般应按连拱计算。特别是采用桩墩时,桥墩的刚度较小,按连拱计算尤为必要。计算证明,如要求活载内力的计算误差不超过 5%,则仅当桥墩的抗推刚度是拱圈抗推刚度的 38 倍以上时^①,多孔拱桥才可以不计连拱作用的影响,近似地按固定拱计算。在实际拱桥中,拱与墩的刚度比如此之小的情况是极少的。

在各种荷载作用下,连拱作用影响最大的是荷载孔。离荷载孔愈远,拱墩结点的变位愈小,因而,连拱作用的影响也愈小,远到一定程度时,连拱的影响可以略去不计。当连拱孔数很多时,可以利用连拱作用的这一特性,根据实际拱、墩刚度比及具体的精度要求,合理确定连拱的计算孔数^②,没有必要按全桥实际孔数计算。

① 参阅本书表 5-7。

② 连拱计算孔数的确定见表 5-8。

多孔拱桥按固定拱计算时,拱、墩内力的大小与拱、墩的刚度(即弹性常数)之比无关,这是不符合实际情况的。而按连拱计算时,拱、墩内力的大小与其刚度比有直接关系。因而上、下部结构弹性常数(刚度)的计算精度,直接影响到拱、墩内力的计算精度。假使桥墩弹性常数的计算值偏大,据此算得的桥墩内力则偏大(大于桥墩实际承担的内力),而拱圈的内力则随之偏小(小于拱圈实际承担的内力)。其结果是桥墩的设计偏于保守,而拱圈的设计却偏于不安全。反之亦然。因此,在计算连拱上、下部结构的弹性常数时,应力求符合实际情况。以往,多孔拱桥曾按固定拱计算,这实质上是将桥墩的弹性常数视为无限大。这种计算方法,在许多情况下,不必要地增大了桥墩尺寸,同时又降低了上部结构的安全储备,会导致主拱圈产生裂缝。在已建成的多孔拱桥中,上部构造开裂的情况不少,有的甚至夸张为“十拱九裂”,而桥墩的墩身由于强度不足导致开裂的情况,却十分罕见。尽管引起上部构造开裂的原因比较复杂,但与过去长期采用按固定拱的办法来计算连拱,不能说毫无关系。

按连拱计算时,拱、墩内力是按实际的刚度比分配的,因而桥墩内力比按固定拱计算的小,而拱中内力则比按固定拱计算的大,故按连拱计算时,“对下部构造有利(可显著节省桥墩的造价)而对上部构造不利(需要适当加强拱圈)”。上、下部构造一起考虑时,总造价还是节省的。故按连拱计算,不仅理论上比较合理,除过强、补不足,提高桥梁的设计质量;同时,尚可获得一定的经济效益。

按连拱计算时,拱桥可以分为两大类:一类是简单体系拱桥,拱圈是主要承重结构,在计算简图中,以裸拱代替拱跨结构,不考虑拱上建筑的影响;另一类是其他类型拱桥(包括桁架拱、刚架拱和组合拱桥等等),在计算简图中,要考虑拱上建筑的影响。计算拱跨结构的弹性常数时,当按拱跨结构的计算简图确定。

在简单体系拱桥中,拱上建筑的影响实际上是存在的。采用梁板式拱上建筑时,由于拱上建筑的联合作用很小,按裸拱计算的弹性常数与实际情况比较接近;而采用拱式拱上建筑特别是采用实腹式拱上建筑时,由于拱上建筑的联合作用较大,计算弹性常数时不考虑联合作用会导致一定的误差。由于拱上建筑的影响相当复杂,拱上结构的计算简图尚未妥善解决,要求准确计算拱跨结构的弹性常数是很困难的。鉴于自重较大的拱式拱上建筑的应用逐渐减少,拱上建筑在不断轻型化,简单体系拱桥中采用梁板式拱上建筑是不可避免的发展趋势。因而,在简单体系拱桥中,一律以裸拱的弹性常数代替拱跨结构的弹性常数,不考虑拱上建筑联合作用的影响。对其他类型拱桥,拱跨结构的弹性常数均按其计算简图来确定,即计入拱上结构对弹性常数的影响。

在简单体系拱桥中,采用悬链线拱、等截面圆弧线和抛物线拱时,拱圈弹性常数可以很方便地用查表法(见第二章)计算。其他类型拱桥常为高次超静定结构,手算比较复杂,宜用计算机求解。

下部结构的弹性常数,可按表 3-4 和表 3-5 所列公式计算,有条件时,亦可用微机求解。

计算上、下部结构的弹性常数时,牵涉到建桥材料弹性模量的取值问题。在以往的计算中,有采用混凝土受压弹性模量 E_h ,也有采用 $E_h/1.5$ 或 $0.67E_h$ 的。虽然上下部构造的弹性模量采用 E_h 时,其拱、墩弹性常数是后者的 1.5 倍,但按连拱计算的拱墩内力是完全一致的。在现行规范^[12]中,圬工材料只有受压弹性模量 E ,故在各种情况下,其弹性模量均采用 E 值。对于钢筋混凝土结构,上部构造是以受压为主,故采用受压弹性模量 E_h ,仅在计算桩(柱)或桥墩时,采用 $0.67E_h$ 。

如前所述,在计算拱、墩弹性常数时,由于各种因素的影响,求得的弹性常数带有一定的近

似性,必然影响到拱墩内力的计算精度。在这种情况下,对连拱的计算精度就不可能提出过高的要求。在一般情况下,拱、墩内力的计算误差不得超过 $\pm 5\%$;当恒载无连拱作用时,拱、墩活载内力的最大误差亦不得超过 10% ❶。

以图 1-1a)为基本结构的无铰连拱中,每个拱墩结点有 3 个变位未知数——竖向位移、水平位移和转角。因为桥墩的竖向弹性变形很小,一般可不考虑竖向位移(若桥墩基础有沉陷时,则按拱脚产生竖向位移的情况计算)。于是,每个拱墩结点就简化为仅有水平位移和转角两个变位未知数。本书的计算公式,都是据此诱导出来的。

第二节 结点变位与拱墩内力的符号规定

一、内力符号

1. 各孔拱中水平力(以 $H_1, H_2, \dots, H_r \dots$ 表示)以使该孔拱圈产生压力为正;各孔拱中弯矩(以 $M_1, M_2, \dots, M_r \dots$ 表示)以使该孔拱圈内缘受拉为正[图 1-2a)]。

2. 各墩顶水平力(以 $\bar{H}_1, \bar{H}_2, \dots, \bar{H}_r \dots$ 表示)以向右为正;各墩顶弯矩(以 $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_r \dots$ 表示)以顺时针转为正[图 1-2b)]。

二、变位符号

1. 各拱墩结点的水平位移(以 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_r \dots$ 表示),在荷载孔 r 以左时向左为正;在荷载孔 r 以右时向右为正[图 1-2c)]。

2. 各拱墩结点的转角(以 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r \dots$ 表示),在荷载孔 r 以左时逆时针为正;在荷载孔 r 以右时顺时针为正[图 1-2c)]。

根据上述符号规定,图 1-2 中所示的内力和变位均为正。

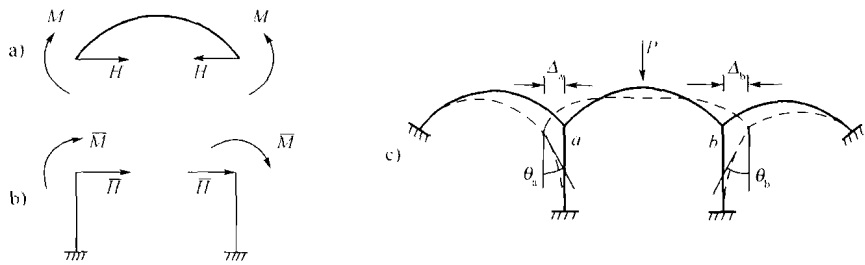


图 1-2 连拱的符号规定

第三节 结点变位影响线

如前所述,连拱与固定拱的本质区别仅在于:前者考虑了拱墩结点的变位,而后者则没有考虑。在各种连拱简化计算方法中,其精度的高低主要取决于计算结点变位的计算公式是否符合实际。因而,研究连拱的结点变位影响线不仅可以了解连拱的某些重要规律,还有利于判

❶ 本书所说的计算精度,都是针对图 1-1a)所示基本结构而言的。

断连拱简化计算方法的合理性。现以具有代表性的无铰连拱为例,来探讨连拱变位影响线的有关特性。

图 1-3a)为 4 孔 30m 等跨等墩无铰连拱,拱的抗推刚度为 $K=35\ 090\text{kN/m}$,墩的抗推刚度为 $\bar{K}=25\ 040\text{kN/m}$, $\bar{K}/K=0.71$ 为柔性墩。由电子计算机求得,结点 1、2 的水平位移和转角影响线示于图 1-3b)、c)。分析比较这些影响线,可以看出如下规律性:

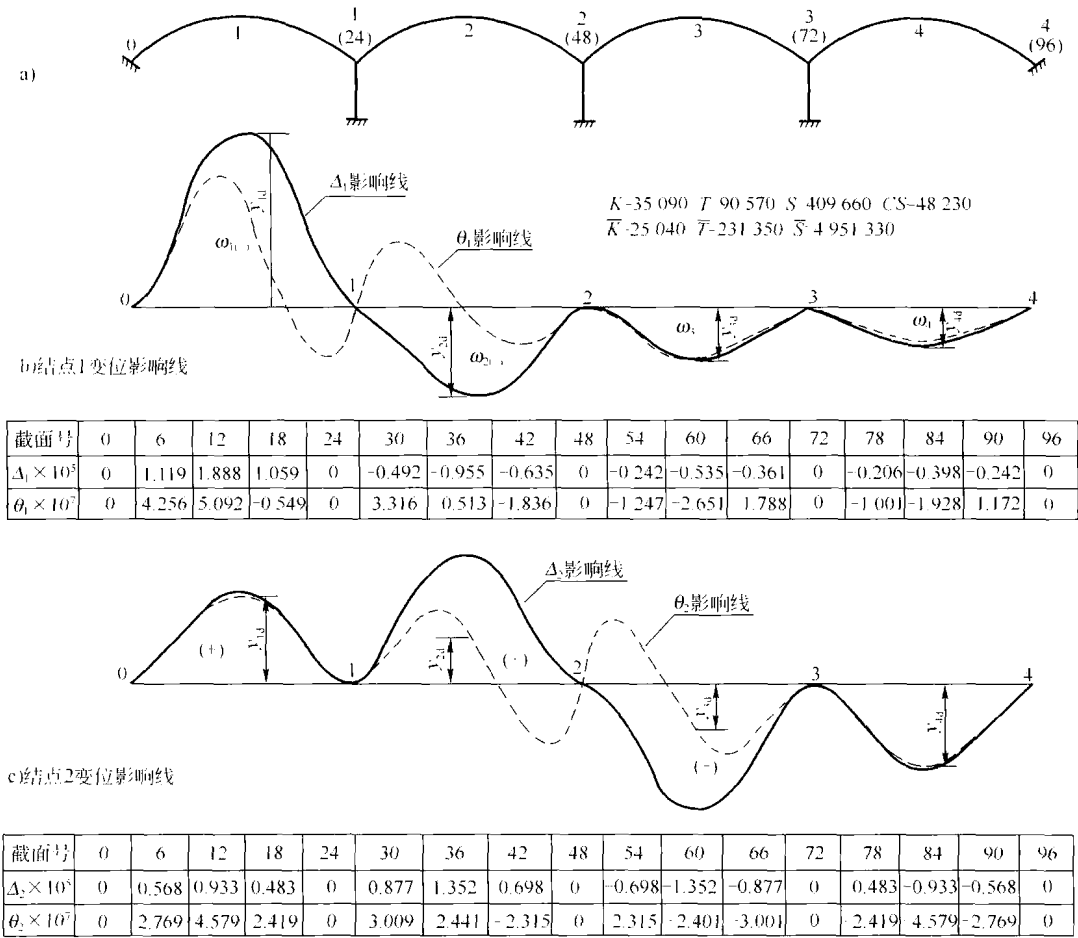


图 1-3 4 孔连拱的结点变位影响线

(1)所有变位影响线其正负面积相等、影响线面积的代数和为零。例如,在图 1-3b)中, Δ_1 的影响线面积有如下关系:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 0 \text{①} \tag{1-1}$$

要证明上式成立,只需在图 1-3a)的 4 孔等跨连拱中,同时加上均布荷载 q ,由于在这种特定荷载作用下,拱桥的受力为固定拱,各拱墩结点不会产生变位,由 $\Delta_1 = q(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) = 0$ 知: $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 0$ 。

同理,以任何对称荷载加在各孔的变位影响线上,则各点影响线竖标之和为零。例如,4 孔拱桥的拱顶 4 个影响线竖标之和为零②,即在图 1-3b)、c)中有:

① 对于 Δ_2 、 θ_1 、 θ_2 影响线,式(1-1)同样成立。
② 同样,4 孔拱桥的左、右 $L/4$ (或 $L/8$ 、 $3L/8$ 、...)影响线的 8 个竖标之和亦为零。

$$y_{1d} + y_{2d} + y_{3d} + y_{4d} = 0 \quad (1-2)$$

要证明上式成立,只需在 4 个拱顶同时布置单位集中荷载,因在这种对称荷载作用下,各结点都不产生变位,由 $\Delta_1(\Delta_2, \theta_1, \theta_2) = 1 \times (y_{1d} + y_{2d} + y_{3d} + y_{4d}) = 0$ 知,式(1-2)得证。

(2) 结点水平位移 Δ_1 或 Δ_2 影响线,与该墩顶水平力 $\bar{H}_1$ 或 $\bar{H}_2$ 影响线相似[见图 6-7b)和图 6-7c)],而与转角 θ_1 或 θ_2 影响线不同。水平位移与转角影响线竖标的符号既非全部相同,也非全部相异,不是一种线性关系。

(3) 由图 1-3b)和图 1-3c)可见,结点变位影响线的竖标值,以与该结点毗邻的两孔中为最大。例如,结点 1 的变位影响线,在 1、2 两孔中的竖标值为最大[图 1-3b)],离结点 1 愈远的孔,影响线的竖标值愈小。远到一定程度时,影响线的竖标值小到可以略去不计。即荷载作用在离该结点一定距离时,所引起该结点的变位可以略去不计。

第四节 几种连拱计算方法评介

连拱计算问题,很早就得到国内外学者的关注。在连拱理论与实践研究方面,我国学者做了大量的工作,没有任何一个国家可以与之相比。可以说在连拱理论、设计与计算方面,我国处于领先水平。

在各种连拱计算方法中,一类是精确法,另一类是简化法(近似法)。精确法和简化法,都是针对图 1-1a)所示计算简图而言的。由于这种计算简图本身就有近似性,而拱、墩弹性常数的计算又难以十分准确,因而,即使采用精确法得到的拱、墩内力,实际上也是近似的。由于精确法的计算过程比较烦琐,故在设计中多按简化法计算。

长期以来,人们从不同的角度提出过许多的简化计算方法,但影响较大的主要有以下三种。

一、第一种连拱简化算法^①

这种连拱简化算法是根据不同的拱、墩抗推刚度比,采用不同的计算图式,故称“按拱墩抗推刚度比简化算法”。在计算中,它抓住结点水平位移对拱、墩内力影响较大的特点,每个拱墩结点只考虑水平位移一个变位未知数,大大简化了连拱的计算工作,在推动多孔拱桥按连拱计算方面,起了较大的作用。由于这个方法没有考虑拱墩结点转角的影响,误差较大,特别是墩顶内力与拱脚截面的内力,其误差更大,达不到精度要求。

二、第二种连拱简化算法—— Σ 法^②

在文献[5]~[7]中,介绍了 Σ 法的基本原理及其应用,还介绍了各种拱、墩弹性常数的计算方法,为连拱计算提供了许多方便。 Σ 法的特点是:以一种计算简图代替第一种连拱简化算法中的三种计算简图,不存在人为的判别条件问题。此外,考虑了结点转角的影响,以提高拱、墩内力的计算精度,它比第一种连拱简化算法前进了一步。

但是, Σ 法的计算精度是不能令人满意的,主要是因为结点转角的计算公式与实际情况不符。

① 详见《公路技术资料(6)》,人民交通出版社,1975。

② 详见《连拱计算中几个问题的探讨》,山西省公路勘察设计院等编,1974。

由文献[5]式(11)知,结点转角 θ_r 的理论公式为:

$$\theta_r = \frac{1}{\sum S_r} (\sum M_r^p - \Delta_r \sum T_r + \Delta_{r-1} T_r + \Delta_{r+1} T_{r+1}) \quad (1-3)$$

Σ 法忽略了上式中等号以右的第 1、3、4 项,仅保留第 2 项,得到:

$$\theta_r = -\frac{\sum T_r}{\sum S_r} \Delta_r \quad (1-4)$$

事实上, $\sum M_r^p$ (拱脚的固端弯矩)是不能忽略的。对荷载孔而言,被略去的 $\sum M_r^p$ 的数值常比保留项 $\Delta_r \sum T_r$ 的数值还大。

由于 Σ 法略去了不能忽略的 $\sum M_r^p$ 项,采用了结点转角 θ_r 与本结点水平位移 Δ_r 成正比的计算公式[即式(1-4)]。由结点变位影响线(见图 1-2)知,在与结点相邻的左、右两孔中,结点转角 θ_r 与 Δ_r 两影响线的符号有的相同(远离结点时)、有的相异(靠近结点时),根本不正是一种正比关系。因此, Σ 法按式(1-4)计算转角,就不可能符合实际,甚至在靠近结点作用荷载时,连符号都是相反的。

研究表明,在一般情况下,结点水平位移对拱、墩内力的影响要大一些,结点转角的影响在数值上相对小一些,但绝不能忽略。第一种连拱简化算法忽略了结点转角的影响,带来了较大的计算误差。 Σ 法注意了结点转角的影响,为了得出简单的计算公式,采用了不正确的转角公式,从而降低了拱、墩内力的计算精度。由于结点转角对墩顶和拱脚截面内力影响更为直接,因此,这些截面内力的计算误差就比其他截面更大一些(见表 1-1)。

三、第三种连拱简化算法——换算刚度法

“换算刚度法”是 1980 年在文献[10]中提出的。当时,研究连拱的论文和专著如雨后春笋,为换算刚度法的提出,提供了得天独厚的条件。

换算刚度法以任意多孔连拱为研究对象,可用于跨径不等、桥墩不同、孔数不限的一般情况。它同时考虑了结点水平位移和转角的影响。在计算两铰连拱时,解答是精确的;在计算无铰连拱时,解答是近似的^①。目前换算刚度采用精确的计算公式,其计算结果已经非常接近精确解。现借用文献[17]^②的计算结果,看看几种简化算法的精度(表 1-1)。

三种连拱简化算法与精确解的比较

表 1-1

计算方法	第 3 孔 布 载			第 1 孔 布 载	
	H_3	M_d	M_a	$\bar{H}_1$	$\bar{M}_1$
精确法	47.382	101.039	-133.427	37.345	-169.698
换算刚度法	47.399 (0.036)	100.805 (-0.23)	-133.528 (0.08)	37.362 (0.06)	-170.537 (0.50)
Σ 法	46.269 (-2.30)	101.698 (0.65)	-136.352 (2.20)	37.801 (1.20)	-202.059 (19.10)
第一种简化法 (墩顶铰接)	43.998 (-7.10)	106.261 (5.20)	-140.779 (5.50)	33.269 (-10.9)	0 (-100)

注:括号内为内力计算误差的百分数。

① 用换算刚度法可以得到精确解,但计算仍比较烦琐,故不提倡使用。

② 在文献[18]出版之前,换算刚度法又称集成刚度法。这里的集成刚度法就是换算刚度法。

表 1-1 是 4 孔等跨连拱在汽车—15 级荷载作用下,三种简化计算法的结果与精确解的比较。不难看出,各种拱、墩内力中,以墩顶弯矩的误差最大:换算刚度法拱、墩内力的最大误差为 0.5%; Σ 法的最大误差为 19.1%;第一种连拱简化计算法的最大误差为 100%。

在文献[2]中,对上述 4 孔等跨连拱在挂车—100 作用下,作了对比计算。文献[2]表 4-5 为三种简化计算法(用等代荷载计算)与精确解的比较。其结果是:按换算刚度法计算时,以右拱脚按 $M_{\min}$ 加载与其相应的 H 误差最大,为 6%(含制表及内插等代荷载和影响线面积的误差在内,以下同)。第一、二种连拱简化计算法仍以墩顶弯矩误差最大, Σ 法的最大误差为 67%,第一种连拱简化计算法的最大误差为 102%。

在文献[2]出版之前,计算拱、墩最大活载内力时,无连拱等代荷载及相应的影响线面积可供利用,必须绘制连拱内力影响线,且在影响线上按最不利情况布载,才能求得拱、墩最大活载内力,因而计算过程比较烦琐。现在,有了精度较高的连拱等代荷载和相应的影响线面积可供利用,大大简化了连拱计算,在采用换算刚度法计算时,完全可以保证拱、墩内力的计算精度。因而,在无电算条件时,最好是利用连拱等代荷载来计算拱、墩最大活载内力,计算简便,结果可靠。

第二章 拱的弹性常数

在计算连拱之前,需先求出拱、墩的弹性常数。对无铰拱而言,拱圈有 4 个彼此独立的弹性常数,即:拱的抗推刚度、相干系数、抗弯刚度和传递抗弯刚度。本章讨论的范围是对称的无铰拱和两铰拱。

第一节 无铰拱各弹性常数的意义

一、拱的抗推刚度 K 和相干系数 T

当拱的一端固定、另一端向内产生单位水平位移($\Delta=1$)而无转动 $\theta=0$ 时,拱脚所需要的推力,称为拱的抗推刚度 K ;拱脚所需要的弯矩,称为拱的相干系数 T [图 2-1a)]。

取基本结构如图 2-1b),此时,弹性中心仅有 a)
水平方向赘余力 X_2 ,力法典型方程为:

$$X_2 \delta_{22} - 1 = 0 \quad (2-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore K = X_2 &= \frac{1}{\delta_{22}} \\ T = X_2 (f - y_s) &= \frac{f - y_s}{\delta_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

式中: δ_{22} ——无铰拱的常变位;

y_s ——拱的弹性中心至拱顶之距离;

f ——拱的计算矢高。

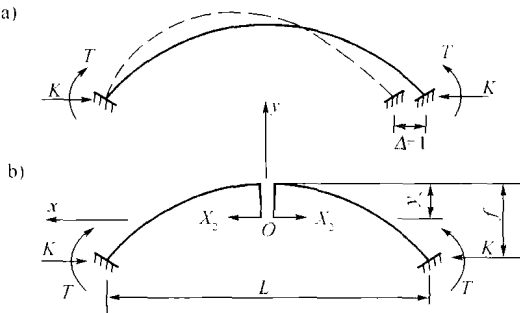


图 2-1 无铰拱的抗推刚度和相干系数

二、拱的抗弯刚度 S 和传递抗弯刚度 CS

当拱的一端固定、另一端向内产生单位转角($\theta=1$)而无移动($\Delta=0$)时,转动端所需要的弯矩,称为拱的抗弯刚度 S ;固定端(他端)所需要的弯矩,称为拱的传递抗弯刚度 CS ;拱脚所需要的推力,称为拱的相干系数 T [图 2-2a)]。

取图 2-2b)为基本结构,拱脚产生单位转角时,在拱的弹性中心除产生单位转角外,还会产生相对水平位移 Δ_h 和相对垂直位移 Δ_v ^①,力法典型方程为:

$$\left. \begin{aligned} X_1 \delta_{11} - 1 &= 0 \\ X_2 \delta_{22} - \Delta_h &= 0 \\ X_3 \delta_{33} + \Delta_v &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

解上式得弹性中心的赘余力为:

① 参阅文献[20]图 3-4-18 及式(3-4-65)。