



高等学校“十一五”规划教材

测试技术与信号处理

Ceshi Jishu Yu Xinhao Chuli

郭迎福 焦 锋 李 曼 主编

中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

高等学校“十一五”规划教材

测试技术与信号处理

主 编 郭迎福 焦 锋 李 曼
副主编 王劲松 刘传绍

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书是高等学校(矿业类)“十一五”规划教材之一。该书分七章,内容包括:绪论、测试信号的分析与处理、测试系统的特性分析、信号的获取、测试信号的转换与调理、计算机测试技术与系统、测试技术的工程应用等内容。

本书可作为高等学校机械设计制造及仪器仪表等专业的本科教材,也可供工程技术人员及有关专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

测试技术与信号处理/郭迎福,焦锋,李曼主编. —徐州:中国矿业大学出版社,2009.2

ISBN 978 - 7 - 5646 - 0270 - 3

I. 测… II. ①郭…②焦…③李… III. ①信号检测—高等学校—教材②信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.23
TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 017655 号

书 名 测试技术与信号处理

主 编 郭迎福 焦 锋 李 曼

责任编辑 钟 诚 仓小金

责任校对 周俊平

出版发行 中国矿业大学出版社

(江苏省徐州市中国矿业大学内 邮编 221008)

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

排 版 中国矿业大学出版社排版中心

印 刷 江苏淮阴新华印刷厂

经 销 新华书店

开 本 787×1092 1/16 印张 9.5 字数 234 千字

版次印次 2009 年 2 月第 1 版 2009 年 2 月第 1 次印刷

定 价 17.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

参加本书编写工作的有郭迎福、焦锋、李曼、王劲松、刘传绍、张东升、康文龙、赵雪曼、朱玉萍、刘建慧,其中郭迎福编写了第一章,郭迎福和李曼编写了第四章,王劲松编写了第二章,焦锋编写了第三章,刘传绍编写了第五章,李曼和赵雪曼编写了第六章和第七章,张东升参加了第五章部分内容的编写,朱玉萍参加了第四章部分内容的编写,康文龙参加了第二章部分内容的编写,赵雪曼还参加了第五章部分内容的编写,刘建慧参加了第三章部分内容的编写。本书由郭迎福、焦锋和李曼担任主编,全书由郭迎福和李曼统稿。

目 录

第一章 绪论	1
第一节 测试和信号处理的基本内容	1
第二节 测试和信号处理的发展概况	2
第三节 信号检测和信号处理应用范围及其作用	3
第四节 课程的性质和特点	4
思考题与习题	4
第二章 测试信号的分析与处理	5
第一节 信号的分类与描述	5
第二节 信号的频域分析	7
第三节 随机信号的时域统计分析	20
第四节 信号的相关分析	21
第五节 数字信号处理	27
思考题与习题	34
第三章 测试系统的特性分析	36
第一节 概述	36
第二节 测试系统的静态特性	38
第三节 测试系统的动态特性	40
第四节 测试系统的不失真测试条件	48
思考题与习题	49
第四章 信号的获取	50
第一节 概述	50
第二节 参数型传感器	51
第三节 发电型传感器	61
第四节 光电式传感器	66
第五节 霍尔传感器	70
思考题与习题	72
第五章 测试信号的转换与调理	73
第一节 电桥	73

第二节 调制与解调	77
第三节 滤波器	81
第四节 A/D 转换	86
思考题与习题	88
 第六章 计算机测试技术与系统	89
第一节 概述	89
第二节 计算机测试中的数据采集系统	90
第三节 测试总线与接口技术	94
第四节 虚拟仪器技术	106
思考题与习题	114
 第七章 测试技术的工程应用	116
第一节 测试系统的抗干扰技术	116
第二节 力的测量	122
第三节 机械振动的测试	125
第四节 温度的测量	133
思考题与习题	140

第一章 绪 论

第一节 测试和信号处理的基本内容

测试技术广泛地应用在国民经济的各个行业中。测试工作综合地运用了多种学科的知识,是一项非常复杂的工作。特别是现代测试技术,几乎应用了所有近代新技术和新理论,如半导体技术、激光技术、光纤技术、声控技术、遥感技术、自动化技术、计算机应用技术及数理统计、控制论、信息论等。从广义的角度来讲,测试工作的范围涉及试验设计、模型论、传感器、信号加工与处理、控制工程、系统辨识、参数估计等诸学科的内容;从狭义的角度来讲,测试是指对物理信号的检测、变换、传输、处理直至显示、记录或以电量输出测试结果的工作。本书主要是从狭义的角度来介绍测试工作的基本过程和基本原理。

在机械工程中,测试的对象主要是一些非电量的物理量,如长度、位移、速度、加速度、频率、力、力矩、温度、压力、流量、振动、噪声等。现代测试技术测量非电量的方法主要是电测法,即先将非电量转换为电量,然后用各种电测仪表和装置乃至计算机等对电信号进行处理和分析。电量分为电能量和电参量,如电流、电压、电场强度和电功率属于电能量;描述电路和波形的参数,如电阻、电容、电感、频率、相位则属于电参量。由于电参量不具有能量,在测试过程中还要将其进一步转换为电能量。电测方法具有许多其他测量方法所不具备的优点,如测量范围广、精度高、响应速度快、能自动连续测量,数据传送、存储、记录、显示方便并可以实现远距离遥测、遥控,还可以与计算机系统相连接,实现快速、多功能及智能化测量。

图 1-1 所示为典型电测法的测量过程。被测信号一般都是随时间变化的动态量,对测试过程中不随时间变化的静态量,由于往往混杂有动态的干扰噪声,一般也可以按动态量来测量。由于被测信号是被测对象特征信息的载体,并且信号本身的结构对测试装置的选用有着重大影响,因此,应当熟悉和了解各种信号的基本特征和分析方法。

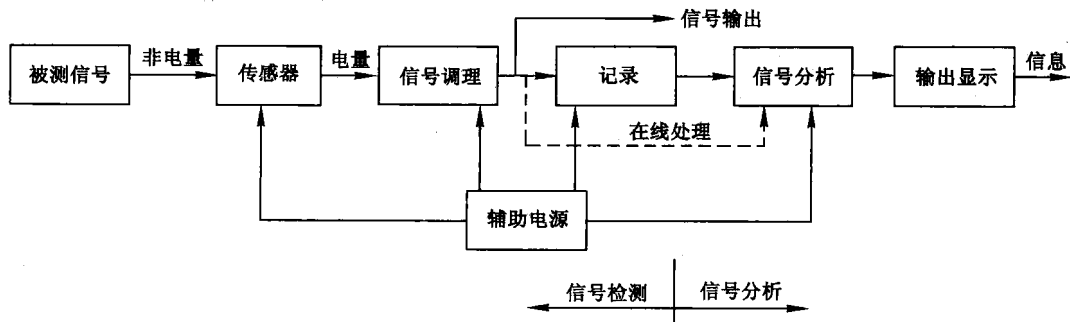


图 1-1 典型电测法测量过程

传感器是测试系统的第一个环节,其主要作用是感知被测的非电量并将其转换为电量,传感器的种类很多,所能检测的非电量几乎无所不包。传感器的工作原理涉及许多学科。从理论上讲,凡是具有确定因果关系的物理现象、化学现象、生物现象等,都能作为传感器的设计依据。

传感器输出的电信号经过信号调理电路加工处理后,才能进一步输送到记录装置和分析仪器中。常见的调理方式有衰减、放大、转换、调制和解调、滤波处理、运算和数字化处理等。

调理电路输出的测量结果是被测信号的真实记录,被测量的变化过程可以用示波器、记录仪、屏幕显示器、打印机等输出装置显示和记录。此外,还可以用磁记录器来存储被测信号,以供反复使用。至此,测试系统已完成信号检测的任务。但是,要从这些客观记录的信号中找出被测对象的本质规律,还必须对信号进行分析处理,从中提取有用的信息,如信号强度信息、频谱信息、相关信息、概率密度信息等。从这个意义上讲,信号分析是测试系统更为重要的一个环节。

信号分析设备种类繁多,有各种专用的分析仪,如频谱分析仪、相关分析仪、概率密度分析仪、传递函数分析仪等;也有可以作多项综合分析用的信号处理机和数字信号处理系统。计算机在现代信号分析设备中起着重要的作用。目前,国内外一些先进的信号处理系统,都采用了专用或通用计算机,使信号的处理速度达到了“实时”。将调理电路输出的信号直接送到信号分析设备中进行处理,称之为在线处理。由于数字电路和计算机高速处理数据的能力,使在线测试和处理已成为可能,而且在工程测试和工业控制中得到愈来愈广泛的应用。

信号分析设备可以以数据或图像的形式输出人们感兴趣的信息。常用的输出显示装置有示波器、显示屏、打印机等。

在实际测试过程中,根据测试目的不同,测试系统可以很复杂也可以很简单。例如,有的被测对象还需要进行激励,使其达到测试所要求的预定状态再进行测试;而有的被测物理量只需一种简单的测量仪表即可得到测量结果。

第二节 测试和信号处理的发展概况

现代科学认为,物质、能量、信息是物质世界的三大支柱,是科学史上三个最重要的概念。例如,对一个自动控制系统来说,物质使其具有形体,没有物质,就不会有这个系统的存在;能量使其具有力量,没有能量,系统就不能工作;信息则使系统具有“灵魂”,没有信息,系统就不知应如何工作。物质、能量、信息是三位一体、相辅相成的,三者之中,驾驭全局的是信息。

与三大支柱相对应,现代科技形成了三大基本技术,即新材料技术、新能源技术和信息技术。信息技术是指可以扩展人的信息功能的技术,其具体内容是传感技术、通信技术和计算机技术。

传感技术是人的感官(视觉、触觉)功能的扩展和延伸,包括信息的识别、检测、提取、变换等功能;通信技术是人的信息传输系统(神经系统)功能的扩展和延伸,包括信息的变换、处理、传递、存储以及某些控制和调节等功能;计算机技术是人的信息处理器官(大脑)功能

的延伸,包括信息的存储、检索、处理、分析、决策、控制等功能。传感、通信和计算机技术构成了信息技术的核心,测试科学就是研究信息技术中的普遍规律的科学,因此,属于信息科学范畴。在科学研究中,现代测试技术具有自己独特的地位。

测试技术是随着现代技术的进步在近几十年才发展起来的边缘学科,它总是从其他关联学科吸取营养而得以发展。一方面,随着现代科学技术的发展,对测试技术不断地提出了更多更新的要求,激励着测试技术向前发展;另一方面,各种学科领域的新成就(如新的物理和化学原理、新材料、微电子学和电子计算机技术等)也常常首先反映在测试方法和仪器设备的改进中。综合国内外的动态,可以看出测试技术发展的趋势是:在不断提高灵敏度、精度和可靠性的基础上,向小型化、非接触化、多功能化(多参数测量、测量和放大一体化)和智能化方向发展。特别是新型半导体材料方面的成就,已经促使发展形成了很多对力、热、光、磁等物理量或气体化学成分敏感的器件,如光导纤维不仅可以用于信号的传输,而且可作为物性型传感器的元件。由于微电子技术的发展使得传感器具有放大、校正、判断和一定的信号处理功能,即“智能传感器”,近年来,新型生物传感器也在迅速发展。

计算机技术的发展也使测试技术产生了革命性的变化。利用计算机运算速度快、存储容量大的特点,在专用硬件和软件的支持下,信号分析可以做到近似“实时”。借助计算机的管理,实现了测试系统的自动化。虽然计算机发展扩充了人的大脑和感觉器官,促进了检测技术的进步,但毋庸置疑,现代信息科学的发展,关键在于信息的获取、传递和处理技术的进一步提高。虽然计算机技术已将信息处理技术推进到一个前所未有的阶段,但信息的获取技术却大大落后于信息处理技术。在信息的海洋中无论对宏观世界的研究,还是对微观世界的探测,如果没有自动检测是十分困难的,因此,自动检测技术越来越引起人们的重视。尽量采用新材料、新器件和新技术构造先进的自动检测系统,尽可能提高检测系统的可靠性和精确度,是自动检测发展的当务之急。以计算机为核心,辅以一定的硬件设备和通用或专用软件,开发能实现仪器功能的新一代虚拟仪器是当前检测仪器发展的方向。

第三节 信号检测和信号处理应用范围及其作用

在各工业生产部门中,信号检测和信号处理技术是一项重要的基础技术,具有其他技术所不能替代的作用。

在早期的工业生产中,生产效率和自动化程度低,对设备和加工精度要求不高,因此,对测试工作没有过高的要求,往往是孤立地测量一些与时间无关的静态量,其测量方法、测量工具以及数据处理方法等都很简单。在现代工业生产中,生产效率和自动化程度不断提高,对设备和加工精度提出了更高的要求,随着各种机电一体化新产品、新设备的不断开发,对自动检测、自动控制、过程测量、状态监测和动态试验等方面提出了迫切的要求,从而使现代测试技术与信号处理技术得到了迅速发展和愈来愈广泛的应用。

在自动化生产过程中,对工艺流程、产品质量和设备运行状态的监测和控制是测试技术的重要应用之一。利用现代测试技术,可以实时检测生产过程中变化的工艺参数和产品质量指标,并据此对整个自动生产线进行调节和控制,使其达到最佳运行状态,生产出合格产品。

第四节 课程的性质和特点

本课程是一门专业基础课,研究对象主要是机电工程中动态物理量的测试原理和方法,常用的测试装置以及信号分析处理等内容。本课程涉及的知识面较宽,在学习本课程之前,应具有物理学、工程数学(概率论与随机过程、复变函数、积分变换)、电子学、微机原理、控制工程基础等学科的知识,以及某些相关的专业知识。

通过本课程的学习,学生应掌握动态测试技术的基本知识,对动态量的测试过程应有一个完整的概念,为今后深层次的学习打下基础。本课程要掌握的要点如下:

(1) 了解测试技术在现代工业生产、技术改造以及新产品研究开发中的重要作用。

(2) 掌握信号的分类及其在时域和频域内的描述方法,建立明确的信号频谱概念;掌握信号的时域分析、相关分析和功率谱分析方法。

(3) 掌握测试装置的静、动态特性的评价方法和不失真的测试条件。

(4) 了解常用传感器的工作原理、基本特性、使用范围及其选用原则。

(5) 掌握常用信号调理方法的原理及应用,了解数字信号分析、处理的基本概念。

(6) 通过对机电工程中常见参量测试方法的介绍,初步了解测试技术在工程中的应用。

本课程同时具有很强的实践性,应加强实验环节的教学,培养学生独立进行科学实验的能力。学习过程中,应联系实际,注意了解本课程知识在其他专业课程和专业基础课程中的应用情况。

思考题与习题

1-1 举例说明信号测试系统的组成结构和系统框图。

1-2 举例说明传感技术与信息技术的关系。

1-3 分析计算机技术的发展对传感测控技术发展的作用。

1-4 分析说明信号检测与信号处理的相互关系。

第二章 测试信号的分析与处理

第一节 信号的分类与描述

信号作为时间或者空间的函数可以用数学解析式表达,也可以用图形来表示。根据信号所具有的时间函数特性,可以分为确定性信号与随机信号、连续信号与离散信号等。

一、信号的分类

(一) 确定性信号与随机信号

确定性信号是指能以确定的时间函数表示的信号,在其定义域内的任意时刻它都有确定的数值。确定性信号又分为周期信号和非周期信号。

周期信号是指每隔一固定的时间间隔而复始地重现的信号。例如,正弦信号 $x(t) = A \sin \omega t$ 是以 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 为周期的简单周期信号,即简谐信号。在机械系统中,回转体不平衡引起的振动信号,常作为周期信号来处理。

非周期信号是指确定性信号中那些不具有周期重复性的信号,它又分为准周期信号和瞬变信号。准周期信号由有限多个简单周期信号合成,且各分量间不具有公共周期,例如,信号 $x(t) = A_1 \sin t + A_2 \sin 3t + A_3 \sin \sqrt{5}t$ 是由三个正弦信号合成的,其中每个独立信号 $A_1 \sin t$ 、 $A_2 \sin 3t$ 和 $A_3 \sin \sqrt{5}t$ 都有各自的周期,但信号 $x(t)$ 不再呈现周期性,称为准周期信号。准周期信号之外的其他非周期信号,统称为瞬变信号。这类信号的特征在于它的瞬变性,或在一定的时间区间内存在,或随着时间的延长而逐渐衰减,如图 2-1 所示为瞬变信号。承载绳索突然断裂时的应力信号,单自由度质量—弹簧—阻尼系统的自由振动信号都属于瞬变信号。

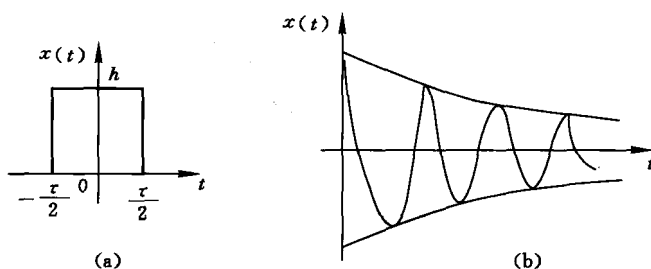


图 2-1 瞬变信号

非确定性信号又称为随机信号,它所描述的物理现象是一种随机过程,其变化过程无法用确定的数学关系式来描述,不能预测其未来任何时间的瞬时值。然而,其值的变化服从统

计规律,借助概率统计的方法,可以找出其统计特征。工程中许多信号可当作随机信号来处理,如汽车行驶所产生的振动信号、电路中的噪声信号等。

(二) 连续信号与离散信号

按描述信号数学关系式的独立变量取值是否连续,可将信号分为连续信号和离散信号。连续信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。独立变量和幅值均连续的信号称为模拟信号,如图2-2(a)所示。离散信号又可分为离散模拟信号和数字信号,时间离散而幅值连续的信号叫离散模拟信号,如图2-2(b)所示;时间和幅值都离散的信号叫数字信号,如图2-2(c)所示。模拟信号经等间隔“采样”得到的信号是采样信号,而采样信号单位称为最小量化单位,其大小直接影响离散采样信号与数字信号的接近程度。通常该量化误差很小,这也是离散信号常被简称为数字信号的原因。

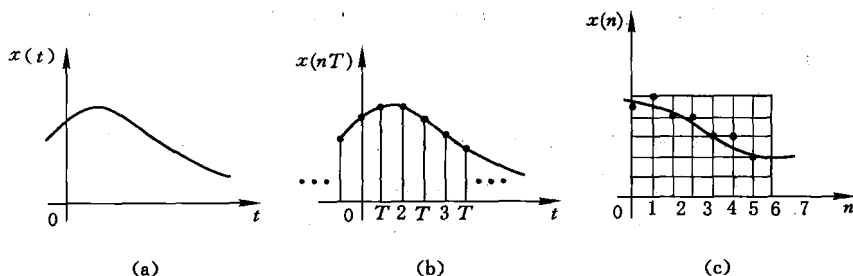


图 2-2 模拟信号、离散模拟信号和数字信号

二、信号的描述

信号可以从不同的角度或者说在不同的领域描述。以时间 t 为自变量,用一个时间函数来表示信号称为信号的时域描述,如图2-3(a)所示。信号的时域描述只能反映信号随时间变化的总体情况。把信号从时间域变换到频率域,以频率 f 作为自变量建立信号与频率之间的函数关系,这称为信号的频域描述,如图2-3(b)所示。它可以揭示信号中各分量的频率构成情况。

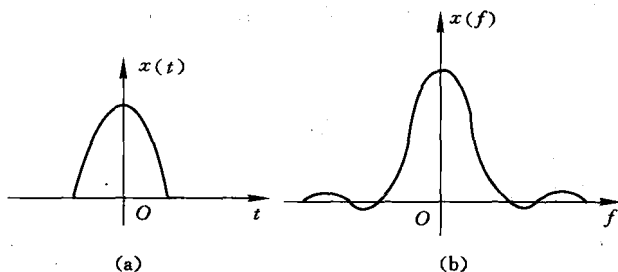


图 2-3 信号的时域描述和频域描述

动态测试关心的是信号的频域描述,而获得频域描述的依据是信号的时域描述。时域描述是动态信号最基本的描述,频域描述是本课程应用最多的描述,两种描述之间存有内在联系。将信号的时域描述变换为频域描述,需运用的数学方法是傅立叶分析法。

第二节 信号的频域分析

由信号正交分解的思想可知,由于三角函数 $\{1, \cos \omega_0 t, \cos 2\omega_0 t, \dots, \sin \omega_0 t, \sin 2\omega_0 t, \dots\}$ 在区间 $(t_0, t_0 + T)$ 是完备正交函数集,任意信号都可以分解为三角函数表达式形式,也就是说,任意信号都可以视为一系列正弦信号的组合,这些正弦信号的频率、相位等特征也就反映了原信号的基本性质。基于此思想,我们可以引进用频率域的特性来描述时间域信号的方法,即信号的频域分析法。为便于讨论,先研究周期信号,然后再延伸到非周期信号。

一、周期信号的频谱分析

周期信号是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 区间,每隔一定时间按相同规律重复变化的信号,可表示为

$$x(t) = x(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2-1)$$

式中, T 为信号的周期,其倒数 $\frac{1}{T}$ 称为信号的频率,通常用 f 表示,频率的 2π 倍,即 $2\pi f$ 或 $\frac{2\pi}{T}$ 称为信号的角频率,记为 ω 。

(一) 周期信号的傅立叶级数展开式

1. 三角形式的傅立叶级数

周期为 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 的周期信号,只要满足狄里赫利(Dirichlet)条件,都可以分解成三角函数表达式,即

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (2-2)$$

该无穷级数称为三角傅立叶级数。

式中,常数 a_0 表示函数 $x(t)$ 在一个周期内的平均值,是信号的直流分量; n 表示谐波次数, a_n 、 b_n 分别表示对应的 n 次谐波中的余弦和正弦谐波分量的系数,称为傅立叶系数。分别为

$$a_0 = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) dt \quad (2-3)$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad n = 1, 2, \dots \quad (2-4)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad n = 1, 2, \dots \quad (2-5)$$

a_n 和 b_n 分别是 n 的偶函数和奇函数。将式(2-2)中的同频率项合并,得

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (2-6)$$

式中, $A_0 = a_0$

$$\begin{cases} A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \varphi_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n} \end{cases} \quad n = 1, 2, \dots \quad (2-7)$$

式(2-6)是三角傅立叶级数的另一种形式,它表明一个周期信号可以分解为直流分量和一系列余弦或正弦形式的交流分量。实际上,信号的频域特性具有很强的物理意义,例如,光线的颜色是由频率决定的,声音音色的不同也是由频率的差异引起的,而且人耳对声音信号频率变化的敏感程度远大于对强度变化的敏感程度等。可见,频率特性是信号的客观性质,在很多情况下,它甚至比信号的时域特性更能反映信号的基本特性。

2. 指数形式的傅立叶级数

信号的三角傅立叶级数形式具有比较明确的物理意义,但运算不方便。由欧拉公式

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t \quad (2-8)$$

可得

$$\cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}) \quad (2-9)$$

$$\sin \omega t = \frac{j}{2}(e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (2-10)$$

则式(2-2)可写成

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}(a_n - jb_n)e^{jn\omega_0 t} + \frac{1}{2}(a_n + jb_n)e^{-jn\omega_0 t} \right] \end{aligned}$$

令

$$C_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$C_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$$

$$C_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

则

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{-n} e^{-jn\omega_0 t} \quad (2-11)$$

将式(2-11)合并,得

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2-12)$$

其中 C_n 为

$$C_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2-13)$$

$$|C_n| = \frac{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}{2} = \frac{A_n}{2} \quad (2-14)$$

(二) 周期信号的频谱

如前所述,周期信号可以分解为一系列余弦信号之和,即

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

它表明周期为 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 的信号,除直流分量(信号在一个周期内的平均值)外,包含了频率为原信号频率以及频率为原信号频率整数倍的一系列余弦信号,分别将它们称为基波信号($n=1$,也称为一次谐波信号)、二次谐波信号($n=2$),以及三次、四次、 $\dots$ 、 n 次谐波信号,它们的振幅分别为对应的 A_n ,相位分别为对应的 φ_n 。可见,周期信号的傅立叶级数展开式全面地描述了组成原信号的各余弦分量的特征,包括各谐波分量的频率、幅度和相位,也就等于全面地描述了原信号 $x(t)$ 本身。反过来,对于一个周期信号,只要掌握了信号的基频 ω_0 、各谐波的幅度 A_n 和相位 φ_n ,就等于掌握了该信号的所有特征。

指数形式的傅立叶级数表达式中复数量 $C_n = \frac{1}{2} A_n e^{j\varphi_n}$ 是离散频率 $n\omega_0$ 的复函数,其模 $|C_n| = \frac{1}{2} A_n$ 反映了各谐波分量的幅度,它的相位 φ_n 反映了各谐波分量的相位,因此,它能完全描述任意波形的周期信号。把复数量 C_n 随频率 $n\omega_0$ 的分布称为信号的频谱,从这个意义上讲, C_n 也称为周期信号的频谱函数。从式(2-12)可见,左侧是时域信号 $x(t)$,等式右侧是频域信号 C_n 的线性组合,正如波形是信号在时域中表示,频谱就是信号在频域中表示。有了频谱的概念,就可以在频域描述信号和分析信号,实现从时域到频域的变换。

由于 C_n 是一个复数,包含了幅度和相位,通常把其幅度 $|C_n|$ 随频率的分布称为幅度频谱,简称幅频,相位 φ_n 随频率的分布称为相位频谱,简称相频。实际使用中,常以频率为横坐标,以各谐波分量的幅度或者相位为纵坐标,画出幅频和相频的变化规律,这称为信号的频谱图。

例 1 分析周期方波的频谱,该方波信号的时域描述如图 2-4 所示。

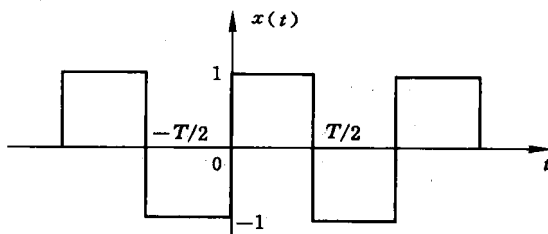


图 2-4 周期方波信号

解:由三角傅立叶级数求周期方波的频域描述。如图可知此信号为奇函数,由偶函数和奇函数的傅立叶级数定理可得

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt = 0$$

根据上述两点可知,此周期方波信号完全由正弦分量所组成,其各次正弦波的幅值为

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt$$

$$= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^0 -\sin n\omega_0 t dt + \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin n\omega_0 t dt$$

$$= \begin{cases} 0, & n = 2, 4, \dots (\text{偶数}) \\ \frac{4}{n\pi}, & n = 1, 3, \dots (\text{奇数}) \end{cases}$$

此方波展开的傅立叶级数如下

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots \right)$$

它不含静态分量且仅含奇次谐波。它的两个序列为

$$A_n = |b_n| = \frac{4}{n\pi}, \varphi_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n} = -90^\circ$$

该方波的幅值与相位频谱图如图 2-5 所示。

由频谱图可以得出周期方波信号的频谱具有三个特点：

① 离散性 频谱是非周期性离散的线状频谱，称为谱线，连接各谱线顶点的曲线为频谱的包络线，它反映了各频率分量的幅度随频率变化的情况。

② 谐波性 谱线以基波频率 ω_0 为间隔等距离分布，任意两谐频之比都是整数或整数比，即为有理数。各次谐波的频率都是基频 ω_0 的整数倍，相邻频率的间隔为 ω_0 或它的整数倍。

③ 收敛性 周期信号的幅值频谱是收敛的。即谐波的频率越高，其幅值越小，在整个信号中所占的比重也就越小。这表明虽然复杂周期信号在理论上有无多个频率成分，但占信号主要部分的是有限多个低次谐波，而高次谐波对信号构成的影响很小，可以忽略。这个结论很重要，根据这个结论，就可以用工作频带有限宽的装置或仪器去测量像方波这样的所占频域无限宽的周期信号，虽然这样会丢失高频分量，但仍可能满足工程测试所要求的精度。

二、非周期信号的频谱分析

非周期信号分为准周期信号和瞬变信号两种。两个或两个以上的正、余弦信号叠加，如果两个分量的频率比不是有理数，或者说各分量的周期没有最小公倍数，那么合成的结果就不是周期信号，例如下式所表达的就是一个非周期信号。

$$x(t) = A_1 \sin(\sqrt{2}t + \theta_1) + A_2 \sin(3t + \theta_2)$$

这种由没有公倍周期的各个分量合成的信号是一种非周期信号，但是，这种信号的频谱仍然是离散的，保持周期信号的特点，称其为准周期信号。在工程技术领域内，多个独立振源共同作用所引起的振动往往属于这类信号。除了准周期信号以外的非周期信号称为瞬变信号。

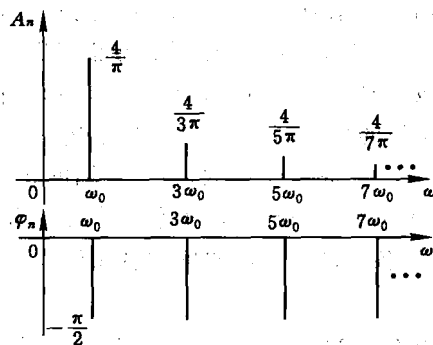


图 2-5 周期方波的频谱图

对于周期为 T_0 的周期信号,可以利用傅立叶级数对它进行频域分析,得到它的离散频谱。在这些频谱中只有在 $n\omega_0$ 处才有谱线存在,相邻两谱线间的间隔为 ω_0 ($\omega_0 = 2\pi/T_0$)。对于非周期信号却不能直接利用傅立叶级数来对它进行频域分析。但非周期信号可以看作周期是无穷大的周期信号,从这一思想出发,可以在周期信号频谱分析的基础上研究非周期信号的频谱。其思路是把非周期信号仍当作周期信号来看待,只是认为非周期信号的周期极大,在无限远处重复。在周期信号中,频谱图上相邻频谱谱线的频率间隔为 $\Delta\omega = \omega_0 = 2\pi/T_0$,非周期信号因周期 $T_0 \rightarrow \infty$,使 $\Delta\omega$ 即 $\omega_0 \rightarrow 0$,这就意味着周期无限扩大时,频率间隔成为一个微量 $d\omega$,周期信号谱线间间隔无限缩小,谱线无限密集,以至离散的谱线演变成一条连续的曲线。由上所述,可以将非周期信号理解为是由无限多个频率极其接近的频率分量合成的。在周期信号中,对离散频率分量求和采用级数和,那么,演变到非周期信号中,对连续频率分量求和则要使用积分和,因此,对应于周期信号的傅立叶级数将变为非周期信号的傅立叶积分。同时,根据式(2-13),谱线的幅度将趋于零而变成无穷小量。为了避免在一系列无穷小量中讨论频谱关系,在式(2-13)两侧乘上无穷大的因子 T_0 ,这时 $T_0 \cdot C_n$ 这一物理量就克服了 T_0 对 C_n 的影响。这时有 $T_0 \cdot C_n = C_n \cdot \frac{2\pi}{\omega_0}$ 为有限值,且为一连续函数。 $T_0 \cdot C_n$ 可看做单位频带上的幅值,称为频谱密度函数,在不引起混淆的情况下也可以简称为频谱。

(一) 从傅立叶级数到傅立叶变换

周期信号傅立叶级数的复指数表达式

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

其中

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

在离散频谱中, ω_0 既表示周期信号的基频,又表示相邻两根谱线间的间隔 $\Delta\omega$ 。

将 C_n 代入 $x(t)$ 中得

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t}$$

当 $T_0 \rightarrow \infty$, 此式有两个变化:

- ① 积分限从时间轴的局部 $(-T_0/2, T_0/2)$ 扩展到时间轴的全部 $(-\infty, \infty)$;
- ② 由于 $1/T_0 = \Delta\omega/2\pi$, 在 $T_0 \rightarrow \infty$ 时, $\Delta\omega \rightarrow d\omega$, 离散变化的频率 $n\omega_0$ 转化为连续变化的频率 ω , 无限多项的连加转换成连续积分。

得到

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega$$

此等式右边中括号里的部分,相当于傅立叶级数复指数形式中的 C_n 项,它是 ω 的函数,记为

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2-15)$$

则