

根据教育部《国家课程标准》编写

龙门品牌  学子至爱

龙门 考题

主 编：刘宗晓
本册主编：刘蕾蕾

初中数学

数 与 式



龍門書局

www.Longmenbooks.com

新课标

数
与
式



初中数学

主 编:刘宗晓

本册主编:刘蕾蕾

编 者:邱泽敬 李福顺 李 芳

龍 門 書 局

北 京

基础达标训练,可以即学即练,便于巩固。

《龙门专题》是专为高中数学及中等职业教育

的学生研发并发行的,尤其是对尖子生而言。

“龙门专题”栏目是在中国掌握基础的高程

《龙门专题》是必选。

版权所有 侵权必究

符合逻辑和应试能力的,它同样

举报电话:(010)64030229;(010)64034315;13501151303

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

龙门专题:新课标.初中数学.数与式/刘宗晓主编;刘蕾蕾本
册主编.一北京:龙门书局,2008.

ISBN 978-7-5088-1684-5

I. 龙… II. ①刘…②刘… III. 数学课—初中—教学参考
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 147769 号

责任编辑:田旭 马建丽 倪炜玲/封面设计:耕者

龙门书局出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

北京市安泰印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销 一个版本

2008 年 10 月第一版 开本:A5(890×1240)

2008 年 10 月第一次印刷 印张:6 1/2

字数:231 000

定价:12.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



生命如歌

未名湖畔，博雅塔旁。

明媚的晨光穿透枝叶，慵懒的泻落在林间小道上，花儿睁开惺忪的眼睛，欣喜地迎接薄薄的雾霭，最兴奋是小鸟，扇动翅膀在蔚蓝的天空中叽叽喳喳地欢唱起来了。微风轻轻拂动，垂柳摇曳，舒展优美的身姿，湖面荡起阵阵涟漪，博雅塔随着柔波轻快地翩翩起舞。林间传来琅琅的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，三三两两静静的坐着，那是求索知识的学子……

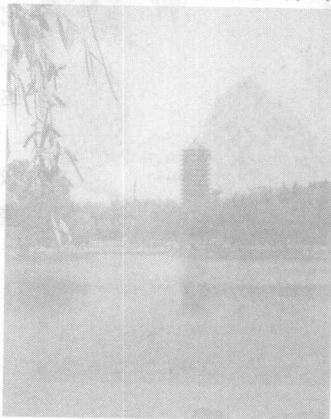
在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨都是这样的；在复旦，在交大，在南大，在武大……其实，在每一所高校里，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在过去几年时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀的学子到全国各地巡回演讲。揭开他们“状元”的光环，他们跟我们是那么的相似，同样的普通与平凡。

是什么成就了他们的“状元”辉煌？

在来来往往带他们出差的路上，在闲来无事的聚会聊天过程中，我越来越发现，在普通平凡的背后，他们每个人都是一道亮丽独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的成功，是偶然中的必然。

小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，但学习一直平平；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年



三十的晚上还学习到深夜三点？你们又有谁发烧烧到 39 度以上还在病床上看书？……”那一年，她以总分 684 分成为了浙江省文科高考状元。

陆文，一个出自父母离异的单亲家庭的女孩，她说，她努力学习的动力就是想让妈妈高兴，因为从小她就发现，每次她成绩考得很好，妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子，她选择了出国这条路，考托福，考 GRE，最后如愿以偿，被芝加哥大学以每年 6.4 万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4 万美金，当时相当于人民币 52 万。

齐伟，湖南省高考第七名，清华大学计算机学院的研究生，最近被全球最大的软件公司 MICROSOFT 聘为项目经理；霖秋，北京大学数学学院的小妹，在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅槃，昨天的她在未名湖上游弋，今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多很多优秀的学子，他们也都有自己的故事，酸甜苦辣，很真实，很精彩。我有幸跟他们朝夕相处，默默观察，用心感受，他们的自信，他们的执着，他们的勤奋刻苦，尤其是他们的“学而得其法”所透露出来的睿智更让人拍案叫绝，他们人人都有一套行之有效的学习方法，花同样的时间和精力他们可以更加快速高效，举一反三。我一直在想：如果当年我也知道他们的这些方法，或许我也能考个清华北大的吧？

多年以来，我一直觉得我们的高考把简单的事情搞复杂了，学生们浪费了大量的时间和精力却收效甚微；多年以来，我们也一直在研究如何将一套优良的学习方法内化在图书中，让同学们在不知不觉中轻松快速的获取高分。这，就是出版《龙门专题》的原因了。

一本好书可以改变一个人的命运！名校，是每一个学子悠远的梦想和真实的渴望。“少年心事当拿云，谁念幽寒坐鸣呃！”

龙门专题，走向名校的阶梯！

总策划 王环

2008 年 7 月



《龙门专题》 状元榜

赵永胜 2007年山西省文科状元

中国人民大学财政金融学院

星座：射手座

喜欢的运动：爬山 乒乓球

喜欢的书：伟人传记，如《毛泽东传》

人生格言：生命不息，奋斗不止

学习方法、技巧：兴趣第一，带着乐趣反复翻阅教科书，从最基本的知识入手，打牢“地基”，从基础知识中演绎难题，争取举一反三，融会贯通。合理安排时间，持之以恒，坚信“天道酬勤，勤能补拙”。



卢毅 2006年浙江省理科状元

北京大学元培学院

星座：天秤座

喜欢的运动：跑步 滑板

喜欢的书：《卡尔维诺文集》

人生格言：做自己

学习方法、技巧：注重知识点的系统性，将每门学科的知识点作一个系统地梳理，无论是预习还是复习，这样便可在课上学习时有的放矢，课后复习时查漏补缺。坚持锻炼，劳逸结合。



武睿颖 2005年河北省文科状元

北京大学元培学院

星座：天秤座

喜欢的运动：游泳 网球

喜欢的书：A Thousand Splendid Suns

人生格言：赢得时间，赢得生命

学习方法、技巧：勤奋是中学学习的不二法门；同时要掌握良好的学习方法，如制定学习目标、计划，定期总结公式、解题思路等，这样能事半功倍。最后要培养良好的心态，平和积极地面对学习中的得失。



刘诗泽 2005年黑龙江省理科状元

北京大学元培学院

星座：金牛座

喜欢的运动：篮球 台球 排球

喜欢的书：《三国演义》

人生格言：战斗到最后一滴血

学习方法、技巧：多读书，多做题，多总结。看淡眼前成绩，注重长期积累。坚持锻炼，劳逸结合。



邱汛 2005年四川省文科状元

北京大学

星座：处女座

喜欢的运动：篮球 乒乓球

喜欢的书：《哈利·波特》

人生格言：非淡泊无以明志，非宁静无以致远

学习方法、技巧：1. 要保持一颗平常心来面对考试、繁重的学习任务和激烈的竞争。2. 学会从各种测验考试中总结经验、教训，而不要仅仅局限于分数。3. 学会计划每一天的学习任务，安排每一天的学习时间。4. 坚持锻炼，劳逸结合。



林叶 2005年江苏省文科状元

北京大学

星座：水瓶座

喜欢的运动：跑步 台球 放风筝

喜欢的书：《黑眼睛》《笑面人》

人生格言：不经省察的生活不值得过

学习方法、技巧：学习分两类，一类和理想真正有关，另一类只是不得不过的门槛。不要总因为喜好就偏爱其中的一个，它不仅是必须的，而且你也许会发现，它本来也值得你热爱和认真对待。你自己的学习方法别人永远无法替代，它也是你生活的一部分，完善它，就像完善你自己。



田禾 2005年北京市理科状元

北京大学元培学院

星座：水瓶座

喜欢的运动：羽毛球

喜欢的书：历史类书籍

人生格言：认真、坚持

学习方法、技巧：认真听讲，勤于思考，作阶段性总结，及时调整学习计划，坚持阅读课外书和新闻，一以贯之，学不偏废。



朱师达 2005年湖北省理科状元

北京大学元培学院

星座：水瓶座

喜欢的运动：足球 篮球 游泳

喜欢的书：《追风筝的人》《史记》

人生格言：有梦想就有可能，有希望就不要放弃

学习方法、技巧：1. 知识系统化、结构化是掌握知识的有用技巧和重要体现。2. 知其然还要知其所以然，记忆才更牢固。3. 整体把握兴趣和强弱科的平衡。4. 正确认识自己的弱点，集中力量克服它。



北京《文学》杂志

编委会

主

编：刘宗晓

编委会成员：邱泽敬 李福顺 张立华

刘蕾蕾 李 芳 刘桂阁

管玉华 李述强 李可利

潘希成 营春成

北京《文学》杂志编委会成员：刘宗晓、邱泽敬、李福顺、张立华、刘蕾蕾、李芳、刘桂阁、管玉华、李述强、李可利、潘希成、营春成。

北京《文学》杂志编委会成员：刘宗晓、邱泽敬、李福顺、张立华、刘蕾蕾、李芳、刘桂阁、管玉华、李述强、李可利、潘希成、营春成。

Contents

目录

基础篇	(1)
第一章 实数	(1)
1.1 正数和负数	(1)
1.2 数轴	(7)
1.3 绝对值	(13)
1.4 有理数的加减法	(19)
1.5 有理数的乘除法	(24)
1.6 有理数的混合运算	(30)
1.7 科学记数法与有效数字	(34)
1.8 平方根	(38)
1.9 立方根	(43)
1.10 实数与数轴	(47)
1.11 中考热点题型评析与探究	(52)
第二章 整式	(58)
2.1 列代数式	(58)
2.2 代数式的值	(62)
2.3 整式	(66)
2.4 整式的加减	(70)
2.5 幂的运算	(75)
2.6 整式的乘除	(78)
2.7 乘法公式	(84)
2.8 因式分解	(89)
2.9 中考热点题型评析与探究	(96)

第三章 分式	(102)
3.1 分式	(102)
3.2 分式的乘除	(114)
3.3 分式的加减	(121)
3.4 分式方程	(132)
3.5 中考热点题型评析与探究	(144)
第四章 二次根式	(152)
4.1 二次根式	(152)
4.2 二次根式的乘除法	(158)
4.3 二次根式的加减法	(169)
4.4 中考热点题型评析与探究	(178)
综合应用篇	(184)
一、数与式规律探究	(184)
二、数与式的应用	(190)
三、因式分解及应用	(197)

基础篇

第一章 实数

1.1 正数和负数

知识点精析与应用

知识点精析

知识点 1 相反意义的量

像前进与后退、上升与下降、收入与支出等具有相反意义的词,当它们与数字单位结合后,被置于一定的状态、情境中,就构成了能反映客观世界中具有相反意义的量.如零上5摄氏度与零下3摄氏度等.

知识点 2 正数和负数

像8, $2\frac{1}{3}$, 4.75 等大于零的数叫做正数,也可以写作+8, $+2\frac{1}{3}$, +4.75. 像-40, $-8\frac{1}{2}$, -14.25 等在正数前加上“-”号的数叫做负数.

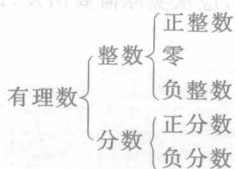
(1) 既不是正数,也不是负数,它是正数和负数的分界.大于零的数是正数,小于零的数是负数.

(2) “+”(读作:正号)“-”(读作:负号),在这里是性质符号,表示数的性质.

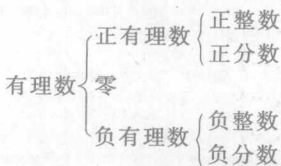
(3) 正数前面的“+”号可以省略不写,但负数前面的“-”却不能省略.

知识点 3 有理数的分类

(1) 按定义分类:



(2) 按符号性质分类:



习惯上,把正数和零统称为非负数;负数和零统称为非正数;正整数和零统称为非负

整数,也称为自然数;负整数和零统称为非正整数。



解题方法指导

题型一 用正数和负数表示相反意义的量

本知识点主要体现正负数在实际生活中的应用,这类题的解题思路是:先看题目将其中的一个量是用正数还是用负数表示,然后就相应地用负数或正数表示另外一个量;如果题目没有做出规定,则应先规定用正数表示其中一个量,然后用负数表示另一个量。

[例题 1] 用正数和负数表示下列具有相反意义的量。

- (1) 温度上升 8°C 和温度下降 5°C 。
- (2) 盈利 15 万元和亏损 5 千元。
- (3) 向东 10 米和向西 15 米。
- (4) 运进 200 箱和运出 50 箱。

解答: (1) 温度上升 8°C , 记作 $+8^{\circ}\text{C}$, 那么温度下降 5°C , 记作 -5°C 。

(2) 盈利 15 万元, 记作 $+15$ 万元, 那么亏损 5 千元, 记作 -5 千元。

(3) 向东 10 米, 记作 $+10$ 米, 那么向西 15 米, 记作 -15 米。

(4) 运进 200 箱, 记作 $+200$ 箱, 那么运出 50 箱, 记作 -50 箱。

名师提示: 用正负数表示两个具有相反意义的量, 一个记作正数, 另一个记作负数, 这并不是固定不变的。如(3)中把向东 10 米记作 -10 米, 那么向西 15 米就记作 $+15$ 米。习惯上, 往往把向北、上升、前进、增加、收入、高出等规定为正的, 把它的相反意义规定为负的。

题型二 确定数的分类

引入正数和负数后, 数的范围由算术数扩大为有理数, 因此学习有理数时, 必须明确: (1) 分数是分母不为 1 的数; (2) 由于有限小数、无限循环小数、百分数都可以转化为分数, 所以有限小数、无限循环小数、百分数都可以看作分数; (3) 0 既不是正数, 也不是负数, 但 0 是整数属于有理数, 因此, 0 不再表示“没有”了; (4) 引入负数后, 奇数和偶数也由自然数扩大为整数, 整数也分为奇数和偶数。因此在分类时, 应从实际需要出发, 选取恰当的标准, 准确分类。

[例题 2] 把下列各数填在相应的集合中。

$8, -1, -0.4, \frac{3}{5}, 0, -\frac{1}{3}, 6.9, -1\frac{3}{7}, 114, -19$

正数集合 { , … }

负数集合 { , … }

正分数集合 { , … }

负分数集合 { , … }

整数集合 { , … }

有理数集合 { , … }

解答:正数集合 $\{8, \frac{3}{5}, 6.9, 114, \dots\}$, $\frac{3}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \dots$

负数集合 $\{-1, -0.4, -\frac{1}{3}, -1\frac{3}{7}, -19, \dots\}$

正分数集合 $\{\frac{3}{5}, 6.9, \dots\}$

负分数集合 $\{-0.4, -\frac{1}{3}, -1\frac{3}{7}, \dots\}$

整数集合 $\{8, -1, 0, 114, -19, \dots\}$

有理数集合 $\{8, -1, -0.4, \frac{3}{5}, 0, -\frac{1}{3}, 6.9, -1\frac{3}{7}, 114, -19, \dots\}$

名师提示:集合的表示符号有两种:一种是椭圆形的圈;一种是大括号.用来表示数的集合,要注意添上省略号.

【例3】下列说法正确的是

- 前面带有“-”号的数,一定是负数.
- 飞机上升8000米,再上升-5000米,则飞机上升3000米.
- 如果 a 是有理数,那么 $2a$ 是偶数.
- 一个有理数不是正数就是负数.

解析:前面带有“+”号的数不一定是正数,如 $+(-5)$;前面带有“-”号的数也不一定是负数,如 $-(-2)$,故A错误. a 是有理数,但 $2a$ 不一定是偶数.如当 $a=\frac{1}{2}$ 时, $2a=1$,不是偶数,故C错误.有理数按符号性质分类,可分为正数、0、负数,故D错误.所以应选B.

基础达标演练

- 如果收入800元记作+800元,那么-500元表示_____.
- 如果减产15%记作-15%,那么20%表示_____.
- 太平洋深处低于海平面11022米,可写成_____.
- (原创题)某种食品包装袋上的说明印有:保质期:20±3℃下保存三个月,其意义是_____.
- (原创题)某零件的内径尺寸在图纸上标注是 20 ± 0.05 (单位:mm),表示这种零件的标准尺寸是20mm,加工要求最大不超过标准尺寸_____,最小不低于标准尺寸_____.
- (经典题)关于零下列说法正确的个数是 ()
 (1)是整数不是自然数;(2)不是正数也不是负数;(3)是整数也是偶数;(4)不是整数是有理数;(5)不是最小的整数
 A. 5个 B. 4个 C. 3个 D. 2个
- 已知下列各数:-8, 2.01, $\frac{2}{9}$, 3, 0, -0.25, -50, 1.其中非负数的个数是 ()
 A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个



8. (易错题)下列各数: $-1.01, 0, 2.2, \frac{1}{3}, \frac{5}{2}, \frac{\pi}{3}, -2\frac{2}{7}, 0.26$. 其中分数的个数是 ()
- A. 5个 B. 6个 C. 7个 D. 8个

答案与提示

1. 支出 500 元 2. 增产 20% 3. -11022 米
4. 保质期: 在 17°C 到 23°C 之间可保存三个月.
5. $0.05\text{mm}, 0.03\text{mm}$ (提示: $20^{+0.05}_{-0.03}$ (单位: mm) 表示标准尺寸为 20mm, 可变动范围最大不超过标准尺寸 0.05mm, 最小不低于标准尺寸 0.03mm.)
6. D 7. D
8. B (提示: 小数也是分数, 其中分数有: $-1.01, 2.2, \frac{1}{3}, \frac{5}{2}, -2\frac{2}{7}, 0.26$. 要特别注意: π 是无理数不是有理数, 因此含有 π 的式子不属于有理数的分类范畴.)

能力拓展

疑难指津

1. 理解正数和负数概念时应特别注意: 带正号的不一定是正数, 带负号的也不一定是负数.

2. 关注学科间知识的综合应用.

本单元知识, 在中考中常与物理、地理、生物等学科结合起来, 往往用这些学科知识作为设计问题的背景, 因此, 要结合这些知识进行解答, 这种题型是近几年中考热点问题.

3. 有理数的分类问题, 应正确理解有理数的两种分类标准, 其中要特别注意零的特殊性, 它既不是正数也不是负数.

应用能力

应用 1 正负数的实际应用问题

[例题 4] 某大楼地上共有 18 层, 地下共有 4 层, 请用正负数表示这栋楼的楼层号, 某人乘电梯从地上 9 层下降至地下 3 层, 电梯一共下降了多少层?

解答: 规定正数表示地上楼层层数, 负数表示地下楼层层数, 则这栋楼的楼号由下至上依次为: $-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$.

从地上 9 层下降至地下 3 层, 此电梯共下降 $8+3=11$ (层).

说明: “0” 是正、负数的分界点, 但在本题的实际问题中却不存在分界点“0”, 而有些同学如果忽视了这一点, 就会得到错误答案 12 层, 因此在利用数学知识解决问题时, 既要灵活运用知识, 又要考虑问题实际.



应用2 学科间综合能力

【例题5】 由地理知识可知,各地气温的差异受海拔高度影响明显,海拔每升高100米,气温就下降 0.6°C ,现已知重庆的海拔高度为260米,峨眉山的海拔高度为3099米,则当重庆气温 28°C 时,峨眉山的山顶气温为_____.

解答: 峨眉山的海拔高度比重庆的海拔高度高: $3099-260=2839$ (米),升高了 $2839\div 100=28.39$ 个100米,所以气温下降了 $0.6\times 28.39=17.034(^{\circ}\text{C})$,因此,峨眉山山顶的气温为 $28-17.034=10.966^{\circ}\text{C}$.

答案: 10.966°C

说明: 此题充分体现了学科间的紧密联系,使同学们不仅学会了数学,也了解了地理常识.

【例题6】 观察下列依次排列的一列数,请接着写出后面的3个数,你能说出第10个数、第101个数、第2008个数是什么吗?

(1) $-1, -2, +3, -4, -5, +6, -7, -8, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$;

(2) $-1, \frac{1}{2}, -3, \frac{1}{4}, -5, \frac{1}{6}, -7, \frac{1}{8}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$

解答: (1) $+9, -10, -11$; 这列数中的第10个数是 -10 ,第101个数是 -101 ,第2008个数是 -2008 . (2) $-9, \frac{1}{10}, -11$; 这列数中的第10个数是 $\frac{1}{10}$,第101个数是 -101 ,第2008个数是 $\frac{1}{2008}$.

说明: 探索数字规律时,关键要找出符号的变化规律和数本身的变化规律.

思维拓展训练

1. 体育用品商店出售的网球包装盒上标注着 $\Phi 65 \pm 1(\text{mm})$,请你说出是什么意思,如果一网球的尺寸为 $\Phi 64.5\text{mm}$,那么这只网球是否符合要求?

2. 飞机上升用正数表示,下降以负数表示,若甲飞机在1200m高空的两次记录情况是 $+300\text{m}, -600\text{m}$;乙飞机在1600m高空的同一时间记录情况为 $+450\text{m}, -900\text{m}$.问这时哪架飞机飞得高些?



3. 2006年冬季某地区发生了禽流感疫情,为了防止疫情扩散,防疫站在公路上加大了检查力度,下表是工作人员连续5天的检查记录(单位:辆):

+5	-10	+12	+6	-8
----	-----	-----	----	----

如果规定向东为正,那么这几天中开往西边方向的车辆有

- A. 5辆 B. 22辆 C. 18辆 D. 12辆
4. 把下列各数填入相应的大括号内: $-7, 3.01, 300\%, -0.142857, 0.1, 0, \frac{9}{3}, -\frac{355}{113}$.

(1) 正整数集: {

(2) 正分数集: {

(3) 正数集: {

(4) 负分数集: {

5. 观察下列各数,找出规律,把每一列数的后三个数写出来,并写出它的第100个数、第101个数.

(1) $2, -4, 6, -8, 10, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots, \underline{\hspace{1cm}}$ (第100个), $\underline{\hspace{1cm}}$ (第101个), \dots ;

(2) $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots, \underline{\hspace{1cm}}$ (第100个), $\underline{\hspace{1cm}}$ (第101个), \dots .

答案与提示

1. $\Phi 65 \pm 1(\text{mm})$ 表示网球直径的标准尺寸是65mm,实际产品的直径在64~66mm之间都是合格的,而64.5mm在这个范围内,故这只网球合格.
2. 乙飞机高些 (提示:甲飞机先上升300m,再下降600m,即飞行高度为 $1200+300-600=900\text{m}$,而同理可得乙飞机的飞行高度为 $1600+450-900=1150\text{m}$.)
3. C (提示:由题目中的规定,开往西边方向的车辆数记为负数,图表中的负数有-10, -8,这些车的辆数之和为18,故选C.)
4. (1) $\{300\%, \frac{9}{3}, \dots\}$
- (2) $\{3.01, 0.1, \dots\}$
- (3) $\{3.01, 300\%, 0.1, \frac{9}{3}, \dots\}$
- (4) $\{-0.142857, -\frac{355}{113}, \dots\}$
5. (1) $-12, 14, -16, -200, 202$ (提示:先探究规律,可以看出每个数都是2的倍数,去掉正、负号后用 $2n$ 表示,其中 n 为正整数,且表示第 n 个数,可以看出,当 n 为奇数时,符号都为正,即 $2n$;而当 n 为偶数时,符号都为负,即 $-2n$,因此第100个数应为 $-2 \times 100 = -200$,第101个应为 $2 \times 101 = 202$.)
- (2) $-\frac{6}{7}, \frac{7}{8}, -\frac{8}{9}, -\frac{100}{101}, \frac{101}{102}$ (提示:观察这一列数可以发现,第 n 个数,分子为 n ,而分



母为 $n+1$, 若去掉正、负号可表示为 $\frac{n}{n+1}$, 并且发现, 当 n 为奇数时, 这个数为正数; 当 n 为偶数时, 这个数为负数, 所以第 100 个数应为 $-\frac{100}{101}$, 而第 101 个数应为 $\frac{101}{102}$.

1.2 数 轴

知识点精析与应用



知识点精析

知识点 1 数轴的定义

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

- (1) 数轴具有三要素: 原点、正方向和单位长度, 三者缺一不可.
- (2) “三要素”是人为规定的, 是说原点的选取正方向的确定(通常规定向右为正), 单位长度的大小的确定, 都是根据需要而规定的, 但一经确定(在同一个问题中)就不能随便更改.

(3) 数轴是直线, 可以向两方无限地延伸, 因此所有的有理数都可用数轴上的点来表示.

知识点 2 数轴的画法

准确地画出数轴, 即在一条直线上正确画出其“三要素”, 步骤如下:

- (1) 画一条直线(一般画成水平的直线);
- (2) 在直线上根据需要选取一点为原点(在原点下边标上“0”);
- (3) 确定正方向(一般规定向右为正, 并用箭头表示出来);
- (4) 选取适当的长度为单位长度(一般为 0.5cm), 从原点向右, 每隔一个单位长度取一点, 依次标上 1, 2, 3...; 从原点向左, 用类似的方法取点, 并依次标上 -1, -2, -3, ...

知识点 3 用数轴上的点表示有理数

每一个有理数都可用数轴上的点来表示, 表示负数的点都在数轴原点的左边, 表示正有理数的点都在原点的右边, 原点表示数 0.

(1) 数轴上的点表示的数不一定都是有理数, 还可能为无理数(以后将会学到), 但有理数都可以用数轴上的一个点来表示.

(2) 表示正数的点都在原点右边, 表示负数的点都在原点左边.

(3) 数轴上的点表示的数, 右边的点表示的数总比左边的点表示的数大, 因此, 可借助数轴比较有理数的大小.

知识点 4 正确理解相反数的意义

(1) 相反数的几何定义: 在数轴上到原点距离相等的两个点所表示的数叫做互为相反数, 如图 1-2-1 所示, -3 和 $+3$, -1.5 和 $+1.5$ 是互为相反数, 其中, 一个数叫做另一个数的相反数, 例如 $+3$ 的相反数是 -3 .

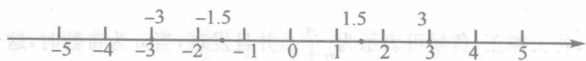


图 1-2-1

(2)相反数的代数定义:只有符号不同的两个数称为互为相反数,其中一个数是另一个数的相反数,0的相反数是0.

(3)相反数的表示方法有如下规律: a 的相反数是 $-a$, $-a$ 的相反数是 a ; $a-b$ 的相反数是 $b-a$, $b-a$ 的相反数是 $a-b$; $a+b$ 的相反数是 $-(a+b)$,即 $-a-b$.

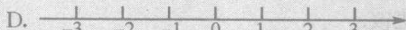
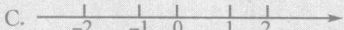
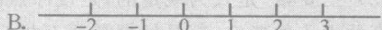
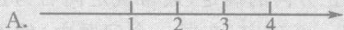


解题方法指导

题型一 画数轴

在数轴上表示已知数的点画实心圆点,已知数写在实心圆点的正上方,表示单位的数写在数轴下方,同一数轴上单位长度不能变.

[例题 1] 下面所画数轴中正确的是 ()



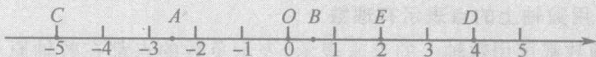
解答:D

名师提示:根据数轴三要素缺一不可: A 没有标出原点, B 没有标出正方向, C 单位不统一, 所以应选 D.

题型二 用数轴表示有理数

用数轴表示有理数时,首先必须准确画出数轴,并标注数字,然后找出与该有理数对应的点,并把这个数写在这个点的正上方.

[例题 2] 找出数轴上 A、B、C、D、E、O 各点表示什么数?



解答:A 表示 $-2\frac{1}{2}$, B 表示 1 , C 表示 -5 , D 表示 4 , E 表示 2 , O 表示 0 .

名师提示:应由数轴上所标出的字母找准所对应的有理数.

题型三 数轴上两点之间的距离

这类题目主要考查用数轴表示有理数及借助数轴的直观性寻求问题的答案的能力.

[例题 3] 数轴上表示 -5 的点与表示 2 的点之间的距离是 ()

A. 3

B. 10

C. 7

D. 4

解答:将 -5 和 2 在数轴上表示如图 1-2-2.