海文考研

万学·海文 全国硕士研究生入学考试用书

2010最新版

考研数学

基础训练 600题

经典题集（理工类）

万学海文名师团队 编著

王式安 1987~2001年全国硕士研究生入学考试数学命题组资深专家

蔡燧林 1992~2000年全国硕士研究生入学考试数学命题组资深专家

胡金德 1989~2001年全国硕士研究生入学考试数学命题组资深专家

程杞元 全国硕士研究生入学考试数学阅卷组资深专家

铁 军 全国硕士研究生入学考试数学辅导实力派著名专家

携手名师，30年命题经验谁与争锋

真题同源，600道经典习题尽占先机

（本书适用于数学一、数学二）

海文考研 内部教案 公开出版

对外经济贸易大学出版社

University of International Business and Economics Press

海文考研

万学·海文

考研数学基础训练经典题集

（理工类）

万学海文名师团队 编著

对外经济贸易大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

考研数学基础训练经典题集. 理工类 / 万学海文名师团队编. —北京：对外经济贸易大学出版社，2008
（万学教育·海文考研. 考研全程策划书系）
ISBN 978-7-81134-293-2

I. 考… II. 万… III. 高等数学—研究生—入学考试—习题 IV. 013-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第191688号

考研数学基础训练经典题集. 理工类
万学海文名师团队　编著
责任编辑：朱钦磊

对外经济贸易大学出版社
北京市朝阳区惠新东街10号　　邮政编码：100029
邮购电话：010-64492338　　发行部电话：010-64492342
网址：http://www.uibep.com　　E-mail: uibep@126.com

三河市文昌印刷装订厂　印装　　新华书店北京发行所发行
成品尺寸：185mm × 260mm　　19印张　438.98千字
2009年1月北京第1版　　2009年1月第1次印刷

ISBN：978-7-81134-293-2　　定价：35.00元

本书特色及使用说明

一、本书特色说明

从2003年起，在考研的三门公共科目中，只有数学满分是150分，同时又因数学学科本身的特点，考生的数学成绩历年来总是差别很大，因此有得数学者得考研之说。所以，只有数学考好了，才能金榜题名，而取得好成绩的真正保障便是拥有坚实的基础。对考研数学来说，打好基础的最有效武器就是找到一本符合考研大纲要求和考研命题规律的基础训练题集，进行大量的实战练习，巩固扎实考研数学基础知识。因此，万学海文组织权威专家教授，合力铸就了这本《考研数学基础训练经典题集》（理工类），其主要特点如下：

1. 集命题、阅卷、考研辅导三位一体的经验之作，权威保障

本书的编著团队由1987～2001年一直担任全国硕士研究生入学考试数学命题组组长王式安教授担纲、是有15年考研辅导经验的著名考研数学辅导专家团队，其中包括资深命题和阅卷专家王式安、蔡燧林、胡金德、程杞元及铁军，他们有着非常丰富的命题和阅卷经验。因此，依据考试大纲，融合编著团队的命题、阅卷与考研辅导等三个方面的经验总结，精心编写而成的练习题集，具有全面性、典型性、针对性、技巧性、综合性等特点，完全能够帮助考生在基础复习阶段巩固所学基础知识，掌握重点、难点，熟悉解题思路和方法，增强应试能力，提高考试成绩。

2. 基础题型，一网打尽

近年来，许多考生的失误“并不是缺乏灵活的思维，也不是复习的时间不够充足，而是对考试大纲所要求的基本知识、基本理论与基本解题方法掌握得不牢”。本书精编的600道题目，全面覆盖考试大纲要求的基础知识点，旨在帮助考生掌握基本概念、基本理论与基本解题方法，加强对基础知识点的理解和运用，能够使考生全面掌握基础知识，达到举一反三、触类旁通的目的。同时，依据真题命题规律，将知识点与考查题型结合起来，通过对本书的训练，也能够增强和提高考生解答真题的能力。

3. 注重归纳总结，力求一题多解

本书所有选择题与填空题，都给出了清晰、详实的解答；部分综合性强易出错的题目给出了评注，归纳解题思路、常见错误和注意事项，从阅卷人的角度给出了答题所有的得分点。同时，在解题过程中，力求一题多解，从命题人的角度全面破解命题思路，从阅卷人的角度严格规范解题过程的科学性，扩展考生的视野和思路，从而能够帮助考生打牢基础，提高应试水平。

二、本书使用说明

本书精选600道选择题与填空题着重训练考生对基本概念、基本定理的理解和运用，适用于考研全程规划中第一阶段——基础准备阶段使用。具体情况如下表：

前 言

以突破某种考试为目的的学习行为，其基本学习原理就是锁定最有效的学习任务，并精确测算完成此任务所需的学习时间，在学习时间和学习任务之间构建最合理的配置关系，以期达到最佳的学习效果。

对于刚刚踏上征途的考研学子而言，其最主要的学习任务就是看书，最迫切需要了解的就是到底应该看哪些书，需要花多少时间，如何规划和使用才能收获最大的学习价值。

万学海文通过对历年数万名考研学子的深入调查表明：

- 每个考研学子最少会在学习资料上花费超过70%的学习时间；
- 许多考研学子因缺乏科学权威的指导在选择学习资料时常常无所适从；
- 许多考研学子因盲目跟风常常会购买大量超越自己学习时间极限的学习资料。

为帮助刚刚踏上考研路的学子们构建最清晰、最合理的学习规划方案，万学海文凭借其在考研领域最强大的权威师资和最优秀的辅导团队，组织了各考研学科原命题组专家、阅卷组专家，并会同万学海文冠军辅导团队，融合十多年辅导精华，回归学习原理的本质，精心打造了本套全程策划书系，在众多的考研辅导书籍中，它独具特色，卓尔不群，主要具有如下优异品质：

一、全国惟一系统整合资深专家命题经验和高分学子学习实践的考研辅导书

8位有丰富经验的命题组组长和数十位命题组专家，根据其多年的命题经验，集合众多高分优秀学子的学习实践，在精准把握命题规律的基础上，对备考内容进行最权威和最科学的剖析。

二、全国惟一以学生为本全程整体策划的考研辅导书

在十多年的考研辅导过程中，我们透彻了解各种考生的学习特性，归纳总结了众多学子的优秀学习方法，并以此为基础提炼出最有效的学习内容，同时进行全程学习规划，最大限度提升考研学子的学习效率，使其不再将宝贵的复习时间浪费在一些根本不会考到的学习内容上。

三、全国惟一配备《使用说明书》的考研辅导书

好的产品要有好的《使用说明书》；

万学海文考研辅导书系全国独家首度配备《使用说明书》。

本书附有详尽的学习计划，针对不同基础的考生应该在什么阶段、花费多少时间学习本书，在学习计划中都有科学量化的系统说明。

万学海文教学研究中心

四、数学全程解决方案

考研数学复习全程总时间大约需要700～1000小时。

在前期复习阶段每天至少保证学习数学2.5～3小时；中后期略有下降，但平均每天也要保持在2小时左右。

数学复习的原理，只需根据考纲的要求将要考查的每个知识点都练习到足够强度的题目，即可取得很好的成绩，关键就是到底做多少题目才算合理，如何找到这些合理的题目。以数学一为例，2008年大纲规定共有308个知识点，平均一个知识点有2.5个题型，那么300个知识点对应约750个题型，掌握每个题型平均要做4～5个题目，750个题型对应3000～3500个题目，将3000～3500个覆盖所有大纲知识点并且是最高质量的题目练习到位，数学分数就不会低于120分。

下表是以数学一的要求为基础研发的考研全程复习规划，由于数学一、数学二、数学三的考点要求各不相同（数学一308个，数学二162个，数学三240个），但总体来说数学二、数学三的考试范围都不超出数学一的范围，只是在其范围内的节选，所以数学二、数学三的考生可以在此方案基础上根据相关考纲要求，并结合个人实际情况进行方案调整，使其更加适合本人的复习状况。

阶段划分	学习任务及时间规划	学习资料	本阶段目标
第一阶段： 基础准备阶段(3月1日～4月30日，平均每天2～2.5小时，共计120～150小时）	1. 学习考纲要求的基本知识点；（50～60小时） 2. 进行基本习题的对应性训练；（70～80小时） 3. 万学导学班课程。（10小时）	1.《高等数学》（同济版） 2.《线性代数》（清华版） 3.《概率论与数理统计》（浙大版） 4. 王式安《基础训练经典题集》 5.《导学班内部讲义》	1. 打好基础，把基本概念、基本定理、基本方法的内涵和外延弄清楚； 2. 掌握对应知识点的基本题型。
第二阶段： 强化提高阶段（5月1日～9月30日，平均每天2.5～3小时，共计380～450小时）	1. 复习基础知识点；（10～20小时） 2. 按知识点所对应的题型进行强化训练；（250～320） 3. 万学强化班课程。（100～110小时）	1.《考研数学标准全书》 2.《强化班内部讲义》	1. 按照大纲要求，熟悉并熟练掌握所有知识点对应的所有题型； 2. 利用强化班课程，抓住重点、突破难点。
第三阶段： 模拟训练阶段（10月1日～12月10日，平均每天2～2.5小时，共计140～180小时）	1. 根据知识点单元结构将上一阶段所做习题进行循环练习，尤其注意老师指出的重难点；（30～50小时） 2. 每3～5天进行一次套题训练；（通常隔三天为宜，10套真题，8～10套模拟题，100～110小时） 3. 万学真题精讲和冲刺班课程（20小时）	1. 王式安等《考研数学标准全书》 2.《强化班内部讲义》 3. 王式安《考研数学历年真题解析》 4. 王式安《考研数学成功冲刺8套模拟卷》 5.《冲刺班内部讲义》	1. 通过真题和模拟题训练，检验复习效果，了解考研数学题的结构、难度和特点，增加应试经验和应试技巧； 2. 通过对上一阶段所练习题目的循环练习，有效加深对常考知识点的理解，提高解题熟练程度； 3. 利用冲刺串讲班老师的帮助，将考研数学的所有考点串起来，形成知识点间有机联系的整体。

第四阶段：冲刺备考阶段（12月11日～1月28日，平均每天2小时，共计80～100小时）	1. 对前面所有阶段的重难点题、个人做错的题进行归纳总结性复习；（50～60小时） 2. 每3～5天进行一次套题训练。（5～10套题，根据个人复习基础定，30～40小时）	1. 前面各阶段的全部资料； 2.《万学内部精选模拟题》	1. 对所有做错的题进行归纳总结，改正错误思维，查漏补缺； 2. 保持做套题的速度、状态，迎接最后的挑战。

（注：关于本方案的操作细节和学习原理敬请考生关注万学海文所开设的全程策划班。）

五、专业课全程解决方案

专业课因为考生的情况十分复杂，不一一探讨，考生可关注www.vipkaoyan.com，获取适合自己的专业课解决方案。

考研全程学习规划方案

对全国937所院校考研学生的学习时间调查显示：如果考生提前一年进行研究生入学考试的准备，扣除其完成学校课程及考试，参加四、六级，参加工作面试等等必不可少的事宜所占用的时间，每个考生所能自由支配用于考研复习的全部时间大约为2000个小时。

以清华大学课程最繁忙的理工科学生为例，全年时间300天，可用于自由支配的学习时间共计1920小时，由三部分构成，具体计算如下：

1. 大三下半学期，不算节假日，共计80天，课程较多，在校考生每天可自由支配时间3小时，共计学习时间240小时；

2. 大四上半学期，不算节假日，共计80天，只有极少量课程，在校考生每天可自由支配时间6小时，共计学习时间480小时；

3. 其余时间都是节假日，共计140天，减去一些不可预知事件所占用的天数20天，还剩120天，在校考生每天可自由支配时间10小时，共计学习时间1200小时。

这2000个小时在各门学科中应该如何分配才相对合理？考生应该如何选择相对应的学习资料？如何选择相对应的课程？为帮助每一位刚刚踏上考研征程的学子彻底解决以上疑虑，万学海文融合了众多考研高分学子的宝贵经验，并结合学科特点对各门学科的全年学习方案进行了系统规划。

一、考生初始状态预设及达成目标

为尽量保证绝大多数考研学生可参照此方案制定个性化的学习计划，我们设定了一个标准初始状态以及目标终点。

1. 起点：政治为零，英语4级400分水平，数学当年期末考试擦边及格，至今未学；

2. 过程：跨校跨档跨一级学科，但非跨排斥学科；

3. 目标：80%概率达到政治75，英语65，数学120，专业课排名前10%（报录比10：1左右的硕士点）。

注：（1）以下方案是依托上述标准起点和目标所设定，考生可在此基础上根据个人情况对每阶段复习任务及时间进行弹性调整；

（2）以下方案是按考数学的情况进行设定，不考数学的考生政治、英语科目的复习同样可参照此方案，并可适当加强英语的复习时间。

二、政治全程解决方案

考研政治复习全程总时间大约需要200～300小时。

政治全程详细解决方案敬请关注万学海文考研政治类图书。

三、英语全程解决方案

考研英语复习全程总时间大约需要500～700小时。

英语全程详细解决方案敬请关注万学海文考研英语类图书。

对应复习阶段	本书对应使用内容	使用说明	参考用时
第一阶段：基础准备阶段	本书	考生可以在本阶段使用本书，本书的每道题均有透彻的分析、详细的解答，部分题目还有评注，因此希望考生在做题时，如果遇到了困难，不要急于看分析和解答，一定要多思考，只有这样才能提高解题能力和应试水平。考生在使用本书时，平均每解一道小题用时掌握在 5 分钟左右，建议基础一般的考生把全部题目做 2 ~ 3 遍，直到对所有的题目一见就能熟练地、正确地解答出来的程度，这样才能把基础牢牢掌握。	50小时左右
第二阶段：强化提高阶段	本书	在第一阶段经过科学测试发现基础知识掌握得不够牢固的同学，在这一阶段再做一遍。平均每道题目用3分钟，共1800分钟。	30小时左右
第三阶段：模拟训练阶段	本书	在第二阶段经过科学测试发现基础知识掌握得不够牢固的同学，在这一阶段再看一遍。平均每道题目用2.5分钟，共1500分钟。	25小时左右
第四阶段：冲刺备考阶段	无	无	无

建议考生在使用本书时不要就题论题，而是要通过对题目的练习、比较，发现一些规律性的东西，使这些宝贵资料为己所有，从而迅速提高自身水平和应试能力，轻松应对考试。如果在使用本书时，配套使用本书作者编写的《考研数学标准全书》（理工类），效果更佳。

最后，本书的成稿还要感谢万学海文教学研究中心多位老师在校改、排版方面提出的合理建议和在整个图书编校过程中给予的大力支持。

如果您有任何疑问或建议敬请与我们联系。E–mail: books@wanxue.cn。

万学海文教学研究中心

目　录

第一部分　高等数学

一、选择题

1. 设$f(x)$为定义在$(-\infty,+\infty)$上的非零函数,则

(A)$f(x^3)$必为奇函数.　　(B)$(f(x))^3$必为奇函数.

(C)$f(x^2)$必为偶函数.　　(D)$(f(x))^2$必为偶函数.　　[　]

2. 设$f(x)$与$g(x)$分别为定义在$(-\infty,+\infty)$上的严格增函数与严格减函数,则

(A)$f(g(x))$为严格减函数.　　(B)$f(g(x))$为严格增函数.

(C)$f(x)g(x)$为严格减函数.　　(D)$f(x)g(x)$为严格增函数.　　[　]

3. 下述命题正确的是

(A) 设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续,则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有界.

(B) 设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不存在,则存在$\mathring{U}_\delta(x_0)$,当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时$f(x)$无界.

(C) 设存在$\mathring{U}_\delta(x_0)$,当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时$f(x)$无界,则必有$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$.

(D) 设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$,则必存在$\mathring{U}_\delta(x_0)$,当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时$f(x)$无界.　　[　]

【注】　这里$\mathring{U}_\delta(x_0)=\{x\mid 0<|x-x_0|<\delta\}$,下同.

4. 下述命题

① 设$f(x)$在任意的闭区间$[a,b]$上连续,则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续.

② 设$f(x)$在任意的闭区间$[a,b]$上有界,则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有界.

③ 设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为正值的连续函数,则$\dfrac{1}{f(x)}$在$(-\infty,+\infty)$上也是正值的连续函数.

④ 设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为正值的有界函数,则$\dfrac{1}{f(x)}$在$(-\infty,+\infty)$上也是正值的有界函数.

其中正确的个数为

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4.　　[　]

5. 下述命题正确的是

(A) 设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则必存在$\delta>0$,当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时,$f(x)$必存在.

(B) 设$f(x)$在$x=x_0$处连续,则必存在$\delta>0$,当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时,$f(x)$亦连续.

(C) 设$x=x_0$为$f(x)$的间断点,则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$必不存在.

(D) 设$f(x_0)$不存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$必不存在.　　[　]

6. 设$x\to x_0$时$f(x)$不是无穷大,则下述结论正确的是

(A) 设$x\to x_0$时$g(x)$是无穷小,则$f(x)g(x)$必是无穷小.

(B) 设 $x \to x_0$ 时 $g(x)$ 不是无穷小,则 $f(x)g(x)$ 必不是无穷小.

(C) 设在 $x = x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 无界,则 $x \to x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必是无穷大.

(D) 设在 $x = x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 有界,则 $x \to x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必不是无穷大. [ ]

7. 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to x_0} h(x) = A$. 则正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x) + g(x)) = \infty$.　　(B) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x) - g(x)) = 0$.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x) + h(x)) = \infty$.　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0} h(x)f(x) = \infty$. [ ]

8. 下述命题

① 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty$,则 $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = 0$.

② 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$,则 $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = \infty$.

③ 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = +\infty$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x) - g(x)) = 0$.

④ 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = +\infty$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x) + g(x)) = +\infty$.

正确的个数为

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4. [ ]

9. 下列运算

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)} + \frac{1}{\ln(1-x)}\right) \overset{①}{=\!=} \lim_{x\to 0}\frac{1}{\ln(1+x)} + \lim_{x\to 0}\frac{1}{\ln(1-x)} \overset{②}{=\!=}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x} + \lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{x}\right) \overset{③}{=\!=} \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x}\right) \overset{④}{=\!=} 0.$$

其中错误的等号是

(A)① 与 ②.　　(B)③ 与 ④.　　(C)① 与 ③.　　(D)② 与 ④. [ ]

10. 下列运算过程没有错误的是

(A) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^2} \overset{①}{=\!=} \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x^2} - \lim_{x\to 0}\frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \overset{②}{=\!=}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{x^2} - \lim_{x\to 0}\frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \overset{③}{=\!=} \lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2}\right) = \frac{1}{2}.$$

(B) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^2} \overset{④}{=\!=} \lim_{x\to 0}\left(\frac{\ln(1+x^2)}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2}\right) \overset{⑤}{=\!=}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2}\right) = \frac{1}{2}.$$

(C) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - \cos x}{x^2} \overset{⑥}{=\!=} \lim_{x\to x_0}\frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1 - (\cos x - 1)}{x^2} \overset{⑦}{=\!=} \lim_{x\to 0}\frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1}{x^2} -$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x^2} \overset{⑧}{=\!=} \lim_{x\to 0}\frac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2} - \lim_{x\to 0}\frac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2} = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0.$$

(D) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}-\cos x}{x^2}\overset{⑨}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}-1-(-\cos x-1)}{x^2}\overset{⑩}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{-\frac{1}{2}x^2-\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}{x^2}=0.$ [ ]

11. 已知$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a$. 下列计算中，运算过程没有错误的是

(A) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{x^3}\overset{①}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x+xf(x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a.$

(B) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{x^3}\overset{②}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\frac{\sin5x}{x}+f(x)}{x^2}\overset{③}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a.$

(C) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{x^3}\overset{④}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x}{x^3}+\lim\limits_{x\to0}\dfrac{xf(x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5}{x^2}+\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x^2}\overset{⑤}{=\!=}a.$

(D) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{x^3}\overset{⑥}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{5+f(x)}{x^2}-\dfrac{5x-\sin5x}{x^3}\right)\overset{⑦}{=\!=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}-$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x-\sin5x}{x^3}=a-\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x-\sin5x}{x^3}=a-\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5-5\cos5x}{3x^2}=a-\dfrac{5}{3}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos5x}{x^2}$

$=a-\dfrac{125}{6}.$ [ ]

12. 设$f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$，则当$x\to0$时，$f(x)$

(A) 是无穷小.　　(B) 是无穷大.

(C) 有界但不是无穷小.　　(D) 无界但不是无穷大. [ ]

13. 下列极限正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to0}x\sin\dfrac{1}{x}=1.$　　(B) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1.$

(C) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin x=1.$　　(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{\sin x}{x}}{\frac{\sin x}{x}}=1.$ [ ]

14. 考察下列运算：

① $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}\left(\frac{2}{x^3}\right)}{1}=2\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3}=\dfrac{4}{3}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^5}=\cdots=\infty.$

② $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}=\cdots,$

由于分子与分母一直反复，所以该极限不存在.

③ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x+\cos x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\cos x}{1-\sin x}$不存在，所以$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x+\cos x}$不存在.

其中运算与结论都正确的个数为

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3. [ ]

15. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续且 $f(x) > 0$. 下述论断

① 必有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) > 0$.

② 必有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \geqslant 0$. 但的确有这种函数 $f(x)$，使 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$.

③ 若 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 存在，则必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) > 0$.

④ 若 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \geqslant 0$，但的确有这种 $f(x)$ 使 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

其中正确的个数为

(A) 1 个.　　(B) 2 个.　　(C) 3 个.　　(D) 4 个.　　[　]

16. 设 $u(x), v(x), w(x)$ 为定义在 $x = 0$ 的某去心邻域内的函数，且 $\lim\limits_{x\to 0} u(x) = 0$，下述结论：

① $x \to 0$ 时 $(1 + u(x))^{v(x)} - 1 \sim v(x)u(x)$.

② $\lim\limits_{x\to 0}(1 + u(x))^{v(x)w(x)} = [\lim\limits_{x\to 0}(1 + u(x))^{v(x)}]^{\lim\limits_{x\to 0} w(x)}$.

③ $\lim\limits_{x\to 0}(1 + u(x))^{\frac{1}{u(x)}} = e$.

正确的个数

(A) 3 个.　　(B) 2 个.　　(C) 1 个.　　(D) 0 个.　　[　]

17. 当 $x \to 0$ 时，下述一些无穷小与 x^3 为同阶无穷小的是

(A) $\alpha(x) = x^3 + x^2$.　　(B) $\beta(x) = \dfrac{1 - \cos x}{x}$.

(C) $\gamma(x) = \displaystyle\int_0^{\ln(1+x)} (e^{t^2} - 1)\,dt$.　　(D) $\delta(x) = (1 + \sin x)^{\ln(1+x)} - 1$.　　[　]

18. 设 $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$，则

(A) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$.　　(B) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1$.　　(D) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 不存在，但不为 ∞.　　[　]

19. 下述极限不正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^x = 1$.　　(B) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$.

(C) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}} = 0$.　　(D) $\lim\limits_{x\to 0}(1 + x)^{\frac{1}{x^2}} = +\infty$.　　[　]

20. 下列函数在区间 $[-1, 1]$ 上连续的是

(A) $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & -1 \leqslant x < 0, \\ x + 1, & 0 \leqslant x \leqslant 1. \end{cases}$　　(B) $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & -1 \leqslant x < 0, \\ x - 1, & 0 \leqslant x \leqslant 1. \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2x - 1}, & -1 \leqslant x < 0, \\ \dfrac{1}{2x + 1}, & 0 \leqslant x \leqslant 1. \end{cases}$　　(D) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x}, & -1 \leqslant x < 0, \\ \ln(1 + x), & 0 \leqslant x \leqslant 1. \end{cases}$

[　]

21. 函数 $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^{2n+1} - 1}{x^{2n} + 1}$

(A) 没有间断点.

(B) $x = 1$ 是第一类间断点，$x = -1$ 是连续点.

(C) $x = 1$ 是连续点，$x = -1$ 是第一类间断点.

(D) $x=\pm 1$ 都是间断点.　[　]

22. 当 $x\to 0$ 时,与 $\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}-1$ 为同阶无穷小的是

(A) $\sqrt[3]{x}$.　(B) $\sqrt[3]{x^2}$.　(C) x.　(D) $\sqrt[3]{x^4}$.　[　]

23. 设 $x\to 0^+$ 时, $f(x)\sim x^m(m>0)$, $F(x)=\int_0^{x^n}f(t)\mathrm{d}t(n>0)$,并且已知 $x\to 0^+$ 时, $F(x)$ 与 x^k 为同阶无穷小,则 $k=$

(A) mn.　(B) $mn+n$.　(C) $mn+1$.　(D) $m+n$.　[　]

24. 设 $F(x)$ 可导,则下述命题不正确的是

(A) 若 $F(x)$ 为奇函数,则 $F'(x)$ 必为偶函数.

(B) 若 $F(x)$ 为偶函数,则 $F'(x)$ 必为奇函数.

(C) 若 $F(x)$ 为周期函数,则 $F'(x)$ 必为周期函数.

(D) 若 $F(x)$ 不是周期函数,则 $F'(x)$ 必不是周期函数.　[　]

25. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 极限不存在.　(B) 极限存在但不连续.

(C) 连续但不可导.　(D) 可导.　[　]

26. 设 $g(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内二阶导数连续,且 $g(0)=1, g'(0)=2, g''(0)=1$,且设

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{g(x)-e^{2x}}{x}, & 当\ x\neq 0,\\ 0, & 当\ x=0.\end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 不连续.　(B) 连续但不可导.

(C) 可导但导函数不连续.　(D) 导函数连续.　[　]

27. 设 $f(0)=0$ 且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=A$,则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 极限不存在.　(B) 极限存在但不连续.

(C) 连续但不可导.　(D) 可导且 $f'(0)=A$.　[　]

28. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有定义,并且 $|f(x)|\leqslant 1-\sqrt{1-x^2}$,则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 不连续.　(B) 连续而不可导.

(C) 可导但 $f'(0)\neq 0$.　(D) $f'(0)=0$.　[　]

29. 设 $f(x), g(x), h(x)$ 在 $x=x_0$ 的邻域均有定义,且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x=x_0$ 处不可导, $h(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导,则下述论断正确的是

(A) $f(x)+g(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.　(B) $f(x)+h(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.

(C) $f(x)g(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.　(D) $f(x)h(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.　[　]

30. 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导,则

(A) 必存在 $\delta>0$,在 $x\in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 连续.

(B) 在 $x=x_0$ 处 $f(x)$ 必连续,但不能保证存在 $\delta>0$,在 $x\in \mathring{U}_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 也连续.

(C) 若 $f'(x_0)>0$,则存在 $\delta>0$,在 $x\in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 严格单调增.

(D) 若 $f'(x_0)>0$,则存在 $\delta>0$,在 $x\in \mathring{U}_\delta(x_0)$ 内 $f(x)>f(x_0)$.　[　]

31. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0, f'(0)\neq 0$. 则下述极限存在且为零的是

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}f[\ln(1-h)]$.　　(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\sqrt{1+h^2}-1)$.

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\tan h-\sin h)$.　　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}[f(2h)-f(h)]$.　　[　]

32. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有定义，$f(0)=0$，则下述条件能保证 $f'(0)$ 存在的是

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}f(\ln(1-h))$ 存在.　　(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\sqrt{1+h^2}-1)$ 存在.

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\tan h-\sin h)$ 存在.　　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}[f(2h)-f(h)]$ 存在.　　[　]

33. 设 α 为常数，$f(x)=\begin{cases}x^\alpha\sin\dfrac{1}{x}, & \text{当 } x>0,\\ 0, & \text{当 } x=0.\end{cases}$ 则

(A) 当 $0<\alpha<1$ 时 $f'_+(0)$ 存在.

(B) 当 $1\leqslant\alpha<2$ 时 $f'_+(0)$ 存在.

(C) 当 $1<\alpha$ 时 $f'_+(0)$ 存在.

(D) 当 $2\leqslant\alpha$ 时 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处右连续.　　[　]

34. 设 $f(0)=1$ 且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xf(x)-e^x+1}{x^2}=2$. 则下述运算与推理都正确的是

(A) 由条件有 $\lim\limits_{x\to 0}(xf(x)-e^x+1)=0$，从而知 $\lim\limits_{x\to 0}xf(x)=0$，所以存在 $x=0$ 的某去心邻域 $\mathring{U}_\delta(0)$，当 $x\in\mathring{U}_\delta(0)$ 时 $f(x)$ 有界.

(B) 由条件有 $\lim\limits_{x\to 0}(xf(x)-e^x+1)=0$，从而知 $\lim\limits_{x\to 0}xf(x)=0$，所以 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 可以为随便什么值.

(C) 由所给极限为 $\dfrac{0}{0}$ 型，由洛必达法则，

$$原式=\lim_{x\to 0}\frac{xf'(x)+f(x)-e^x}{2x}=\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{2}+\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-e^x}{x}$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}f'(x)+\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{1-e^x}{x}$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}f'(x)-\frac{1}{2}=2，所以\lim_{x\to 0}f'(x)=5.$$

(D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xf(x)-x}{x^2}$

$$=\lim_{x\to 0}\left[\frac{xf(x)-e^x+1}{x^2}+\frac{e^x-x-1}{x^2}\right]=2+\lim_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2}$$

$=2+\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}$. 所以 $f'(0)$ 存在且等于 $\dfrac{5}{2}$.　　[　]

35. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在二阶导数，且 $f(0)=0, f'(0)=0, f''(0)\neq 0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{xf'(x)}=$

(A) 1.　　(B) $\dfrac{1}{2}$.　　(C) $\dfrac{1}{3}$.　　(D) $\dfrac{1}{4}$.　　[　]

36. 设 $f(x)$ 连续，且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，$f(0)=0, f'(0)=1$. 并设 $F(x)=\int_0^x tf(x^2-t^2)\,dt$，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{F(x)}{x^n}$ 存在不等于零，则 $n=$

(A) 2.　(B) 4.　(C) 6.　(D) 8.　[　]

37. 下列命题正确的是

(A) 如果 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处不可导，则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处不连续.

(B) 如果 $f'(x_0)=0$，则 $f(x_0)$ 必是极值点.

(C) 如果 $f'(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续，则必存在 $\delta>0$，当 $x\in U_\delta(x_0)$ 时 $f(x)$ 连续.

(D) 如果 $f'(x_0)\neq 0$，则 $f''(x_0)$ 必不为零.　[　]

38. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上均可导，下述两个命题

① 若 $f(x)>g(x)$，则 $f'(x)>g'(x)$.

② 若 $f'(x)>g'(x)$，则 $f(x)>g(x)+c_0$（其中 c_0 为某常数）. 则

(A) ① 与 ② 都成立.　(B) ① 与 ② 都不成立.

(C) ① 成立 ② 不成立.　(D) ① 不成立 ② 成立.　[　]

39. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x=x_0$ 处都可导，并且是它们的极大值点. $F(x)=f(x)g(x)$. 则

(A) $x=x_0$ 必是 $F(x)$ 的极大值点.

(B) $x=x_0$ 必是 $F(x)$ 的极小值点.

(C) $x=x_0$ 必不是 $F(x)$ 的极值点.

(D) $x=x_0$ 可以是 $F(x)$ 的极值点，也可以不是 $F(x)$ 的极值点.　[　]

40. 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 存在 3 阶导数，$f'(x_0)=f''(x_0)=0, f'''(x_0)>0$. 则

(A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值.　(B) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极小值.

(C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.　(D) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.　[　]

41. 设 $y=f(x)$ 存在二阶导数，$f'(x_0)<0, f''(x)<0$. 并设 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$，$\Delta x=dx>0, dy=f'(x_0)dx$. 则

(A) $\Delta y<dy<0$.　(B) $dy<\Delta y<0$.

(C) $\Delta y>dy>0$.　(D) $dy>\Delta y>0$.　[　]

42. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在 3 阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{\tan x-\sin x}=1$. 则 $f'''(0)=$

(A) 0.　(B) 1.　(C) 2.　(D) 3.　[　]

43. 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 的某邻域内有定义，则“$\lim\limits_{x\to x_0}f'(x)$ 存在等于 A”是“$f'(x_0)$ 存在等于 A”的

(A) 充分条件而非必要条件.　(B) 必要条件而非充分条件.

(C) 充要条件.　(D) 既非充分又非必要条件.　[　]

44. 设 $f(x)$ 存在二阶导数，下述结论正确的是

(A) 若 $f(x)$ 只有两个零点，则 $f'(x)$ 必定只有一个零点.

(B) 若 $f''(x)$ 至少有一个零点，则 $f(x)$ 必至少有三个零点.

(C) 若 $f(x)$ 没有零点，则 $f'(x)$ 至多有一个零点.

(D) 若 $f''(x)$ 没有零点，则 $f(x)$ 至多有两个零点.　[　]