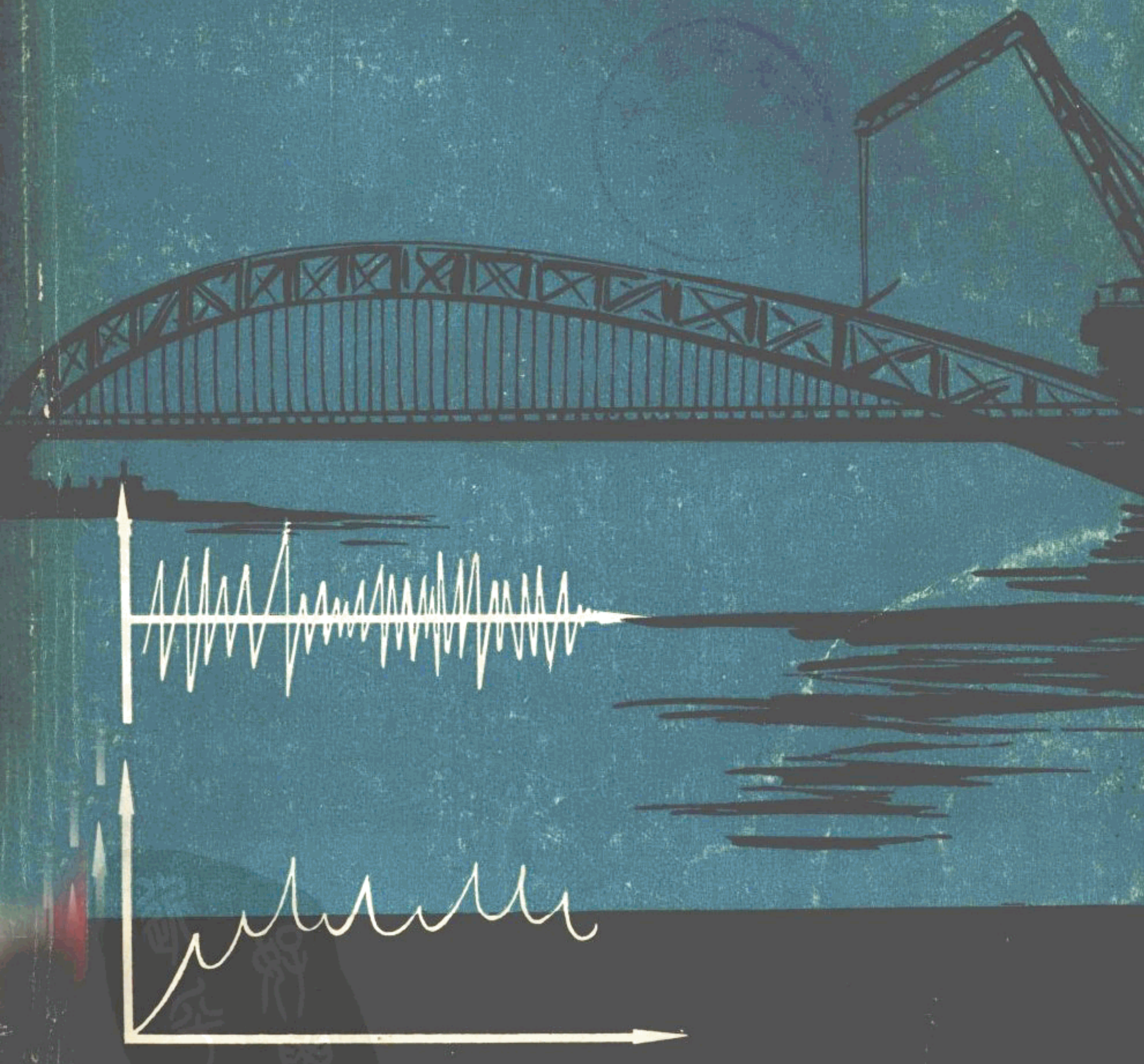
# 工程信号处理及应用

佟德纯 编著



上海交通大学出版社

# 工程信号处理及应用

佟德纯　编著

上海交通大学出版社

# 内 容 简 介

本书主要阐述信号处理的基本理论（数学交换、FFT、数字滤波）；相关与谱分析（相关理论、频谱分析以及幅值统计）；系统动态特性描述（互谱理论、频响函数与相干分析）；信号处理新技术（倒谱分析、细化技术、时序谱估计）。本书既阐明信号处理的基本理论概念，又有丰富的工程应用实例。适用于机械、动力、土木、环保等非电子类专业的广大工程技术人员参考，更可作为上述专业的大学本科生和研究生的教材或参考书。


**工程信号处理及应用**

出版：上海交通大学出版社
（淮海中路1984弄19号）
印刷：上海市崇文印刷厂
开本：787×1092(毫米)1/16
印张：17.375
字数：442000
版次：1989年11月　第1版
印次：1989年11月　第1次
印数：1—2000
ISBN7—313—00625—X/TB·1
**成本定价：8.00元**

# 序　言

物体的运动有各种形式和状态，自古以来人们就想方设法探讨物体的运动规律。但是，由于受到主观和客观条件的限制，人们的认识往往只能达到只知其一不知其二的粗浅程度。随着科学技术的发展，当今社会已经进入电子计算机的时代。在科学技术的开发和研究工作中，由于先进的快速电子运算技术与振动、冲击、噪声学科相结合，以及快速傅立叶变换（FFT）和超大规模集成电路（VLSI）的问世，形成了一门新兴的电子数字运算应用技术——工程信号处理。它的出现和发展极大地丰富和完善了振动、冲击、噪声学科的研究内容，提高了振动、冲击、噪声反映运动物体动态特性和变化过程的能力。因此，工程信号处理技术广泛地用到机械、航天、舰船、石化、钢铁、建筑、地质、环保以及生物医学工程，发挥了重要作用。

机械设备的各种状态和运转过程通常以其“二次效应”反映出来，典型的二次效应有振动、噪声、温度、压力和应变等。通过电测手段可将这些物理量测取记录下来，此类动态测试信号称为工程信号，简称信号。信号中蕴涵着反映物理系统状态与特征的有用信息，因此，它是人们认识客观事物内在规律，研究事物之间相互关系以及预报发展趋势的依据。

对于工程的实测信号，虽可以直接判读获得信息，但这往往是有限的，不能满足需要。因此，有必要对测得的信号进行一定的加工和处理，以达到去伪存真和提取更多有用信息的目的。信号处理主要包括变换、运算和识别三个既独立又相互联系的过程，见图0-1所示。

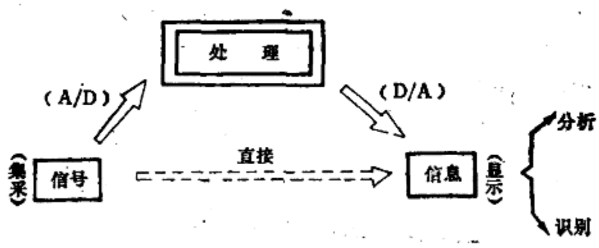



图 0-1　信号处理

作为一门新的学科，工程信号处理仅有十几年的历史，但它的发展速度却是惊人的。17世纪末到18世纪初，法国数学家傅立叶（Fourier）创立的傅立叶变换理论是当今数字谱分析的出发点。早年俄国数学家柯尔莫洛夫（Kolmogorov）研究随机变量，从概率统计理论上奠定了随机信号处理的研究工作基础。1940年维纳（Wiener）和辛钦（Khinthine）两

位学者找到了自相关函数与功率谱密度函数之间的变换关系，为用傅立叶变换处理随机信号提供了理论根据。申农（Shannon）等学者进行的采样误差的研究，提出了采样误差理论，为信号处理技术从理论走向实用化开拓了道路。应该着重指出，1965年美国库列（Cooley）和图基（Tukey）提出的一种离散傅立叶变换（DFT）的快速算法，即快速傅立叶变换（FFT），使运算速度大大提高，从而导致信号处理技术的飞速发展。

近十几年来，随着电子计算技术的迅速发展，特别是大规模集成电路（LSI）和超大规模集成电路（VLSI）的出现，以及由此而开发的微处理系统，诞生了今天信号处理机专业，成为计算机工业中一个重要部门。

目前信号处理技术已经形成一门具有系统的理论和先进硬件支持的新兴学科，它与其他专业理论和技术相结合，又派生出许多新的技术分支，例如：

（1） 旋转机械的特征分析；

（2） 机械设备故障诊断与预报技术；

（3） 结构模态分析与综合；

（4） 声强测量与噪声控制；

（5） 生物信号处理；

（6） 语音分析与识别。

信号的数字处理技术中以工程应用为重点的一个分支——工程信号处理，将会有更为广阔的发展前景。同时作为一种方法和手段，必将促进其他学科的变革和发展。

目前有关信号处理方面的书籍，特别是译著已经出版了不少了，但多数是以无线电类专业为背景的；以机械工程类专业为背景，以实测的振动噪声信号为主要对象，重点解决工程应用方面的专著，至今仍很少见。本人多年从事这方面的教学和科研工作，深深体会到这方面需求的迫切性。为此，编著了这本《工程信号处理及应用》，力图使信号处理这门新技术能满足广大工程技术人员的要求，在广泛的科学技术领域和工业部门中取得应用成果。

这本书是以本人给研究生讲课的讲义《工程信号处理及应用》（1986.9）为基础，经过整理和补充而写成的。全书共有十一章和一个附录，从内容上可分为四个部分：

（1） 基本理论，其中包括序言、数学变换，快速傅立叶变换和数字滤波；

（2） 相关与谱分析，其中包括信号幅值统计、相关分析和频谱分析；

（3） 系统的动态特性，其中包括互谱与声强测量、系统频响函数和相干分析；

（4） 信号处理新技术，其中包括倒谱分析、细化技术与边带识别、谱估计的参数模型方法及名词术语解释。

书中有一部分内容和应用实例取材于本人参加的科研项目的成果。数字滤波器一章是根据史习智副教授讲稿编写的。史习智老师并对全书作了校审。在这里对于编著本书给予热情指导和帮助的有关老师和同志表示衷心感谢！

编著这种专著对我个人来说，是一种尝试，限于水平和时间，书中的不足之处一定不少，热忱希望广大读者给予批评指正。

佟德纯

一九八九年于上海交通大学

# 目　录

# 第一章 数学变换

信号包含着信息，这种信息通常反映一个物理系统的状态和特征。一般实测的信号是一个时间历程波形，或者说是以时间为独立变量的时间函数。在每个科学技术领域里，为了提取信息，都必须对时域信号进行变换，使之从一种形式变换成更易于分析识别的形式。在某种意义上这种新的信号形式比原始信号更合乎提取信息的要求。

上述变换的理论根据是数学上的变换原理，为此，本章作为信号处理的数学基础介绍几种常用的数学变换。

## §1.1 傅立叶变换

### 一、傅立叶级数

#### 1. 周期函数与三角函数

弹簧质量系统的简谐振动、内燃机活塞的往复运动等都是周而复始的运动，这种运动叫做周期运动，它反映在数学上就是周期函数的概念。对于函数f(t)，若存在着不为零的常数T，对于时间t的任何值都有

$$f(t+T)=f(t) \tag{1-1}$$

则称f(t)为周期函数，而满足上式的最小正数T称为f(t)的周期。

正弦函数是一种常见的描述简谐振动的周期函数。如

$$y(t)=A\sin(\omega t+\phi)$$

是一个以$2\pi/\omega$为周期的正弦函数，其中y表示动点的位置，t表示时间，A为振幅，$\phi$为相角，$\omega$为角频率，即$\omega=2\pi f$。

除正弦周期函数之外，还有非正弦周期函数，它反映复杂的周期运动。非正弦周期函数可以分解成若干三角函数之和。也就是说，一个比较复杂的周期运动可以看成许多不同频率的简谐运动的叠加。

#### 2. 周期函数的傅立叶级数展开

任何一个周期为T的周期函数f(t)，如果在$\left[-\frac{T}{2},\frac{T}{2}\right]$上满足狄利希莱(Dirichlet)条件，则可展开为如下的傅立叶级数，即

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin(n\omega t+\phi_n)$$

$$=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \tag{1-2}$$

其中 $\omega=2\pi/T$

$$a_0=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos n\omega t\,dt \qquad (n=1,\ 2,\ \cdots\cdots)$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin n\omega t\,dt$$

以上展开式叫做周期函数 f（t）的傅立叶级数，其中 $a_0$、$a_n$、$b_n$ 为傅立叶系数。在信号处理中，这种展开又叫做频率分析，其中常数 $a_0/2$ 表示信号的静态部分，称为直流分量，而

$$\begin{aligned}&a_1\cos\omega t+b_1\sin\omega t,\\&a_2\cos2\omega t+b_2\sin2\omega t,\\&\cdots\quad\cdots\quad\cdots\\&a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t,\end{aligned}$$

依次叫做一次谐波、二次谐波、…n 次谐波等。

**3．傅立叶级数的复数形式**

根据欧拉公式，即

$$\cos\theta=\frac{1}{2}(e^{j\theta}+e^{-j\theta})$$

$$\sin\theta=\frac{1}{2j}(e^{j\theta}-e^{-j\theta})$$

$$=-\frac{j}{2}(e^{j\theta}-e^{-j\theta})$$

可将（1-2）式写成

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}[a_n(e^{jn\omega t}+e^{-jn\omega t})-b_n(e^{jn\omega t}-e^{-jn\omega t})]$$

$$=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n-jb_n}{2}e^{jn\omega t}+\frac{a_n+jb_n}{2}e^{-jn\omega t}\right) \qquad (1\text{-}3)$$

若令 $$c_0=\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt$$

$$c_n=\frac{a_n-jb_n}{2}=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,e^{-jn\omega t}dt$$

$$c_{-n}=\frac{a_n+jb_n}{2}=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,e^{jn\omega t}dt$$

则有 $$f(t)=c_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n e^{jn\omega t}+c_{-n}e^{-jn\omega t}\right) \qquad (1\text{-}4)$$

$$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

把 $c_0$、$c_n$ 和 $c_{-n}$ 用统一的 $c_n$ 来表示，即

$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,e^{-jn\omega t}dt \qquad (1\text{-}5)$$

$$(n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots)$$

得到 $$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}$$

$$=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,e^{-jn\omega\tau}d\tau\right]e^{jn\omega t} \qquad (1\text{-}6)$$

这就是傅立叶级数的复指数形式。

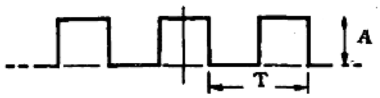
傅立叶级数的以上两种形式在本质上相同，但是在应用上复数形式比较方便。系数 $c_n$ 有统一的计算公式，而且 $c_n$ 和 $c_{-n}$ 的模直接反映了 n 次谐波振幅的大小。因为 n 次谐波

$$a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t=A_n\sin(n\omega t+\phi_n)$$

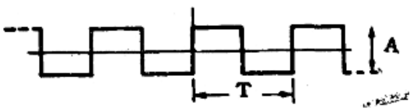
有振幅 $A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$，相角 $\phi_n=\arctan\dfrac{b_n}{a_n}$，而且复数形式中，n 次谐波是指 $c_n e^{jn\omega t}+c_{-n}e^{-jn\omega t}$，其中 $c_n=\dfrac{a_n-jb_n}{2}$，$c_{-n}=\dfrac{a_n+jb_n}{2}$，所以有

$$\left|c_n\right|=\left|c_{-n}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{a_n^2+b_n^2}=\frac{A_n}{2} \qquad (1\text{-}7)$$

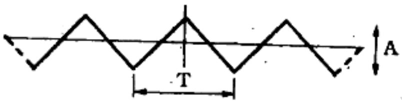
**4．若干图示函数（信号）的傅立叶级数表（图1-1）**



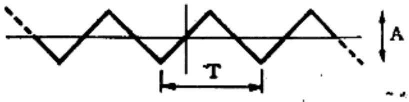

$$\frac{A}{2}+\frac{2A}{\pi}\left\{\cos\omega t-\frac{\cos3\omega t}{3}+\frac{\cos5\omega t}{5}-\cdots\right\}$$



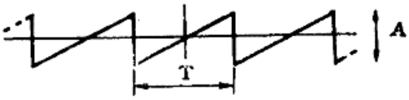

$$\frac{2A}{\pi}\left\{\sin\omega t+\frac{\sin3\omega t}{3}+\frac{\sin5\omega t}{5}+\cdots\right\}$$



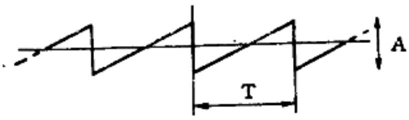

$$\frac{4A}{\pi^2}\left\{\cos\omega t+\frac{\cos 3\omega t}{3^2}+\frac{\cos 5\omega t}{5^2}+\cdots\right\}$$



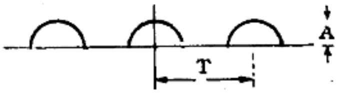

$$\frac{4A}{\pi^2}\left\{\sin\omega t-\frac{\sin 3\omega t}{3^2}+\frac{\sin 5\omega t}{5^2}-\cdots\right\}$$




$$\frac{A}{\pi}\left\{\sin\omega t-\frac{\sin 2\omega t}{2}+\frac{\sin 3\omega t}{3}-\cdots\right\}$$

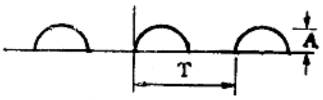



$$-\frac{A}{\pi}\left\{\sin\omega t+\frac{\sin 2\omega t}{2}+\frac{\sin 3\omega t}{3}+\cdots\right\}$$



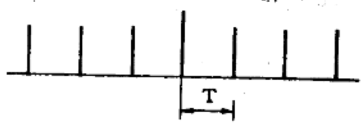

半波整流余弦波

$$\frac{A}{\pi}+\frac{A}{2}\cos\omega t+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2A\cos 2n\omega t}{\pi(4n^2-1)}$$




半波整流正弦波

$$\frac{A}{\pi}+\frac{A}{2}\sin\omega t-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2A\cos 2n\omega t}{\pi(4n^2-1)}$$



等间距单位强度δ函数

$$\frac{2}{\tau}\left\{\frac{1}{2}+\cos\omega t+\cos 2\,\omega t+\cos 3\omega t+\cdots\right\}$$

或 $$\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-in\omega t}$$

图 1-1 常见周期函数的傅立叶级数表

## 二、傅立叶积分

傅立叶级数是对周期信号进行频率分析的有效工具，它以角频率$n\omega$（$n=1, 2, \cdots$）为横坐标，分别以振幅$A_n$和相角$\phi_n$为纵坐标作图，形成幅频图和相频图，从而可以对各次谐波分量加以研究。

由于振幅和相角值仅在$n\omega$点上存在，所以由傅立叶级数展开式所形成的离散频谱。位于$n\omega$点的纵坐标值表示第n次谐波的振幅或相角，该谐波的频率是基波频率$\frac{1}{T}$（$\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$）的n整数倍，相邻谐波之间的间隔为$\omega$。则如图1-2所示的周期性矩形波，宽度$\tau$保持不变，而周期T增加时，$\omega$必然缩小，离散谱线加密。如果$T\to\infty$，$\omega\to 0$时，离散的频谱就变成了连续频谱。

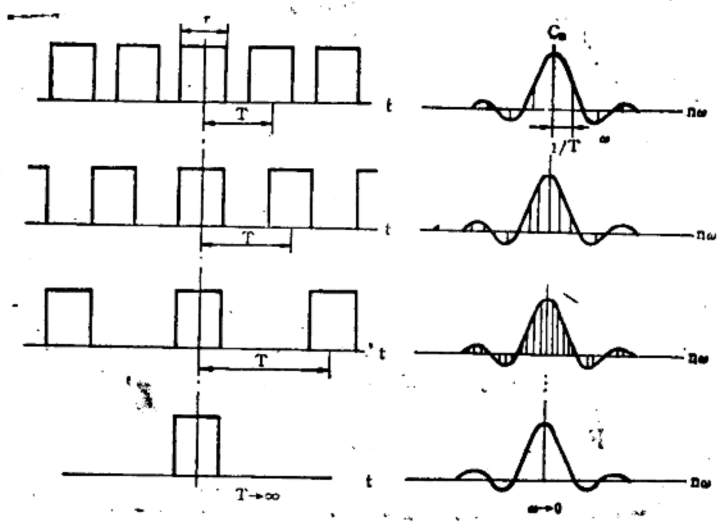



图 1-2 矩形波的谱图

那么如何对单个脉冲信号进行频谱分析，如何将它作出类似傅立叶级数的展开呢？

根据上述分析可知，任何一个非周期函数f(t)都可看作是由周期为T的函数，当T→∞时转化而来的。由傅立叶级数的复数形式可知：

$$f_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n e^{jn\omega t}$$

其中 $c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\tau)e^{-jn\omega t}d\tau$

得

$$f_T(t)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\int_{-T/2}^{T/2} f(\tau)e^{-jn\omega\tau}d\tau\right]e^{jn\omega t}$$

令T→∞，就可看作为f(t)的展开式，即

$$f(t)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\int_{-T/2}^{T/2} f_T(\tau)e^{-jn\omega\tau}d\tau\right]e^{jn\omega t}$$

令$\omega_n=n\omega$, $\Delta\omega=\omega_n-\omega_{n-1}=\frac{2\pi}{T}$，在T→∞，$\Delta\omega\to 0$的条件下，从形式上考察上式：

积分式 $\int_{-T/2}^{T/2} f_T(\tau)e^{-j\omega_n\tau}d\tau$ 的积分上下限变成$-\infty$和$+\infty$，$f_T(\tau)$变成f(t)。离散的频率分布$\{\omega_n\}$在整个$\omega$轴上密布，变成连续的分布$\{\omega\}$；和式又是无限累加，因此可以把这一和式看成积分，即

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)e^{-j\omega_n\tau}d\tau\right]e^{j\omega_n t}d\omega \quad (1\text{-}8)$$

这就是f(t)的展开式，称为傅立叶积分公式。傅立叶积分存在的条件是函数f(t)分段连续，且在区间上绝对可积。

## 三、傅立叶变换

### 1. 傅立叶正变换

式(1-8)中，f(t)是定义在$(-\infty,\infty)$上绝对可积的函数，无穷积分

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{j\omega t}dt \quad (1\text{-}9)$$

叫做f(t)的傅立叶变换，常记作$F(\omega)=\mathcal{F}[f(t)]$，$F(\omega)$称为f(t)的象函数，是实变量的复值函数；f(t)称为$F(\omega)$的原函数，是实变函数。

工程上习惯使用频率f（赫芝）为自变量，因为$\omega=2\pi f$，，上述傅立叶变换公式可以写成另一种常用形式，即

$$F(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j2\pi ft}dt \tag{1-10}$$

**2．傅立叶逆变换**

设 $F(\omega)$ 是 $\omega$ 的实变量的复值函数，则无穷积分

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{1-11}$$

称为逆傅立叶变换。上式亦可以写成

$$f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} F(f)e^{j\omega t}df \tag{1-12}$$

（1-11）和（1-12）式常记作：

$$f(t)=\mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] \text{ 或 } f(t)=\mathcal{F}^{-1}[F(f)]$$

在频率分析中称 $F(\omega)$ 为 $f(t)$ 的谱函数，又叫做给定的非周期函数 $f(t)$ 的谱特性或谱密度函数。由于 $F(\omega)$ 是复值函数，所以具有幅频特性和相频特性。

**3．傅立叶变换的基本性质**

对原时间函数（信号）与其变换之间的关系，以及作用在原函数上的各种算子效应的研究很有实用意义。通过对变换性质和变换表的讨论，可得到具体的了解。

（1） 线性性质　若 $F_1(\omega)=\mathcal{F}[f_1(t)]$，$F_2(\omega)=\mathcal{F}[f_2(t)]$，且 a、b 是常数，则

$$\begin{aligned}\mathcal{F}[af_1(t)+bf_2(t)]&=a\mathcal{F}[f_1(t)]+b\mathcal{F}[f_2(t)]\\&=aF_1(\omega)+bF_2(\omega)\end{aligned} \tag{1-13}$$

同理有

$$\mathcal{F}^{-1}[aF_1(\omega)+bF_2(\omega)]=a\mathcal{F}^{-1}[F_1(\omega)]+b\mathcal{F}^{-1}[F_2(\omega)]$$

该性质表明：

傅立叶变换完全适用于线性系统分析；时域上的叠加对应于频域上的叠加。

（2） 比例伸缩性质（相似性质）　若 $F(\omega)=\mathcal{F}[f(t)]$，有：

时间尺度变化：$\mathcal{F}[f(at)]=\frac{1}{a}F\left(\frac{\omega}{a}\right)$；

频率尺度变化：$\mathcal{F}^{-1}[F(a\omega)]=\frac{1}{a}f\left(\frac{t}{a}\right)$。

a 为实常数。

（3） 平移性质　若将时间函数 $f(t)$ 沿时间轴平移 $\pm t_0$，则变换 $F(\omega)$ 需乘以 $e^{\pm j\omega t_0}$，反之若对时间函数 $f(t)$ 乘以 $e^{\pm j\omega_0 t}$，则其变换 $F(\omega)$ 平移 $\mp\omega_0$，称为复调制，即若 $F(\omega)=\mathcal{F}[f(t)]$，则有

$$\mathcal{F}[f(t\pm t_0)]=e^{\pm j\omega t_0}\mathcal{F}[f(t)]=e^{\pm j\omega t_0}F(\omega)$$

和

$$\mathcal{F}[e^{\pm j\omega_0 t}f(t)]=F(\omega\mp\omega_0)$$

信号处理中的细化技术多采用于上述复调制性质。

（4） 对称性质　如果 $f(t)$ 是偶函数，则 $F(\omega)$ 也是偶函数；如果 $f(t)$ 是奇函数，