

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套用书
高等学校理工科数学类规划教材

CALCULUS

工科微积分 (双语版)

主编 王立冬 周文书 袁学刚



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

Engineering Mathematics for Technicians
Book 1: Mathematics for Engineering
Book 2: Mathematics for Engineering

CALCULUS

工科微積分

Book 1: Mathematics for Engineering
Book 2: Mathematics for Engineering



Engineering Mathematics for Technicians
Book 1: Mathematics for Engineering
Book 2: Mathematics for Engineering

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套用书
高等学校理工科数学类规划教材

CALCULUS

工科微积分 (双语版)

主编 王立冬 周文书 袁学刚

主审 刘 满 李福霞 (英文审校)

编者 (按姓氏笔画排序)

马玉梅 王立冬 王金芝

齐淑华 张 友 周文书

袁学刚



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

工科微积分:双语版/王立冬,周文书,袁学刚主编.
大连:大连理工大学出版社,2008.9
ISBN 978-7-5611-4402-2

I. 王… II. ①王…②周…③袁… III. 微积分--双语教
学--高等学校--教材 IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 127521 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

电话:0411-84708812 邮购:0411-84703636 传真:0411-84704166

E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm
2008 年 9 月第 1 版

印张:15 字数:225 千字
2008 年 9 月第 1 次印刷

责任编辑:梁 锋 王 伟

责任校对:婊 琳

封面设计:宋 蕾

ISBN 978-7-5611-4402-2

定 价:35.00 元

前 言

随着科学技术的飞速发展,数学不仅被广泛深入地应用于自然科学、信息技术和工程技术,而且已渗透到诸如生命科学、社会科学、环境科学、军事科学、经济科学等领域,它已成为表达严格科学思想的媒介,人们越来越深刻地认识到,没有数学就难于取得当代的科学成就。正是由于自然科学各学科数学化的趋势以及社会科学各部门量化的要求,许多学科都或直接或间接、或先或后地经历着数学化的进程。现在已经没有哪一领域能够抵御得住数学的渗透,体现了马克思所说:“一门科学只有当它达到能够成功地运用数学时,才算真正发展了”的精辟论述。所以在科学王国中,数学有一个特殊的位置。它既是一门专业领域,又是基础(思维)工具;既是语言,又是文化;既能与经管科学交叉,又能与理工结合,且能向文科渗透。

数学的这种特殊的位置和应用的广泛性,加之英语作为信息交流的一种重要工具,确定了数学的语言英文表达有着极为重要的意义,它已成为科学技术交流和传播的重要基础工具之一。数学教学与外语有机的结合,有利于学生综合素质的全面提高,顺应时代发展方向。

因此,编写适合双语教学的,同时又与国内数学课程内容相适应的教材已势在必行。

目前,双语教学的教学模式基本有两方面的选择。关于教材,或直接采用原版教材,或采用中文版教材,加外语补充材料。关于授课,则采用全外语授课,或部分外语授课,或在使用原版教材的基础上采用全中文授课。各高校大多根据学生的外语水平及教师的外语特长在上述几种情况中选择。近年来,学生的外语水平有了明显的提高,师资的外语及专业能力也有了本质上的变化。因此,双语教学的模式也面临真正意义上的提升。

高等数学课程实施双语教学的目的在于提高数学教育教学质量。通过高等数学双语教学,学生可以学习利用原版教材,学习国外先进的学科体系、教学理念和丰富的数学逻辑内涵以及高等数学在其他学科领域中的基本应用,以弥补中文教材及翻译教材的不足。然而,原版教材一般内容体系庞杂,与国内教学要求难以完全符合;如果采用中文版教材,再提供外语补充材料,则双语教学体现不充分,效果不明显。最好的选择是请既懂专业又有良好外语写作能力的教师(或中方和外方直接合作)按国内的教学要求有针对性地编写教材。这是我们努力的方向,本教材无疑是满足时代要求的一种有益尝试。

该教材英文内容以高等学校数学专业本科生高等数学课程教学大纲为依据,参考多种国外原版教材,以使语言表述准确、地道;在章节顺序和内容上参照大连理工大学应用数学系组编(施光燕主审)的《工科微积分》中文教材进行编写,涵盖了高等数学课程中的主要的数学概念、常见的专业词汇、重要的定理;为使学生在习惯用英文进行专业思考的

同时,又熟悉相应的中文用语,在每章节列出了用中文书写的章节重点内容概述、关键单词和短语。

编写本书的直接目的是为讲授高等数学的教师和学习高等数学的学生提供掌握相关内容的英文描述服务,进而使得学生学过本课程后,能够独立阅读相关的英文教材和文献。它可作为学生的配套教材和扩大知识领域的参考书,也可作为科技英语专业高等数学课程的参考书。

本书主要讲授一元函数的微积分学。主要包括:

第1章讲授有关函数、极限和连续性的基本概念和基础理论。这些内容构成了微积分学的基础。此外,极限概念在物理和几何上的背景也将在这一章有所介绍。

第2章涉及微分学的基本概念和基础理论。在本章,导数及其计算是主要部分。此外,导数的几何意义和应用也将有所介绍。

第3章讲授积分学的基本概念和基础理论。主要的注意力放在定积分的计算和定积分的几何意义上。此外,我们还将详述作为微分学和积分学之间联系桥梁的微积分学基本定理。

第4章介绍常微分方程的基本解法,将重点介绍一阶线性微分方程和二阶常系数线性微分方程的解法。

此外,在每一章里,为了帮助学生更好地理解相关内容,我们还增加了解题方法归纳与典型例题。

大连民族学院开展双语教学已有多年的,特别是结合本校师资及学生特点施行的“渗透式双语教学”工作已获得国家级教学成果二等奖。本书是我们进行双语教学的又一次有益尝试,也是一个新的阶段性总结,恳请各位专家、同行及广大读者关注、关心我们的工作,提出宝贵建议和意见,我们会一直努力!

编者

2008年8月

Contents

引子	1
1 Functions, Limits and Continuity 函数、极限与连续	3
1.0 Citing examples 引例	4
1.1 Functions 函数	5
Key points of this section 本节重点	5
单词和短语	6
1.1.1 Concept of functions 函数的概念	7
1.1.2 Several common properties of functions 函数的几种常见性态	7
1.1.3 Composite functions and inverse functions 复合函数与反函数	8
1.1.4 Mappings 映射	10
1.1.5 Elementary functions and non-elementary functions 初等函数与非初等函数	11
1.1.6 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	11
1.2 Limits 极限	15
Key points of this section 本节重点	15
单词和短语	15
1.2.1 Examples of concepts of limits 极限概念引例	16
1.2.2 Limits of functions for independent variable tending to finite values 自变量趋于有限值时函数的极限	18
1.2.3 Limits of functions as independent variable tending to infinity 自变量趋于无穷大时函数的极限	22
1.2.4 Limits of sequences of numbers 数列的极限	23
1.2.5 Infinitesimals and infinities 无穷小与无穷大	24
1.3 Properties and operations of limits 极限的性质与运算	25
Key points of this section 本节重点	25
单词和短语	26
1.3.1 Several properties of limits 极限的几个性质	26
1.3.2 Four arithmetic operations rules of limits 极限的四则运算法则	27
1.3.3 Relations between limits of functions and limits of sequences of numbers 函数极限与数列极限的关系	31
1.3.4 Squeeze rule 夹逼法则	32

1.3.5	Operation rules of composite functions 复合函数运算法则	34
1.3.6	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	36
1.4	Monotone bounded principle and irrational number e	
	单调有界原理和无理数 e	39
	Key points of this section 本节重点	39
	单词和短语	40
1.4.1	Monotonic bounded principle 单调有界原理	40
1.4.2	An important limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 重要极限: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	42
1.4.3	Exponential function e^x , logarithm function $\ln x$ and hyperbolic functions 指数函数 e^x , 对数函数 $\ln x$, 双曲线	43
1.5	Comparison between infinitesimals 无穷小的比较	44
	Key points of this section 本节重点	44
	单词和短语	44
1.5.1	Order of infinitesimals 无穷小的阶	44
1.5.2	Compute the limit by the substitution of equivalent infinitesimals 利用等价无穷小代换求极限	45
1.5.3	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	47
1.6	Continuity and discontinuity of functions 函数的连续与间断	49
	Key points of this section 本节重点	49
	单词和短语	50
1.6.1	Continuity and discontinuity of functions 函数的连续与间断	51
1.6.2	Continuity of elementary functions 初等函数的连续性	52
1.6.3	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	53
1.7	Properties of continuous functions on closed interval	
	闭区间上连续函数的性质	55
	Key points of this section 本节重点	55
1.7.1	Basic contents 基本内容	55
1.7.2	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	56
	Exercises 习题	59

2 Differential Calculus of one Variable Functions and its Applications 一元函数微分学及其应用

2.0	Cited examples 引例	62
2.1	Concepts of derivatives 导数的概念	63
	Key points of this section 本节重点	63

单词和短语	64
2.1.1 Concepts of derivatives 导数的概念	65
2.1.2 Examples for finding derivative by definition 用定义求导数举例	66
2.1.3 Geometry interpretation of derivative 导数的几何意义	67
2.1.4 Relationship between continuity and differentiability 连续性与可导性的关系	67
2.1.5 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	67
2.2 Derivation rules 求导法则	72
Key points of this section 本节重点	72
单词和短语	72
2.2.1 Derivation rules of sum, difference, product and quotient of functions 函数的和、差、积、商的求导法则	73
2.2.2 Derivation rules of composite functions 复合函数的求导法则	73
2.2.3 Derivation rules of inverse functions 反函数的求导法则	74
2.2.4 Some special derivation rules 一些特殊的求导法则	74
2.2.5 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	76
2.3 Derivatives of higher order and relative rates of change 高阶导数与相关变化率	85
Key points of this section 本节重点	85
单词和短语	85
2.3.1 Derivatives of higher order 高阶导数	85
2.3.2 Relative rates of change 相关变化率	86
2.3.3 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	86
2.4 Differential and local linear approximation of functions 函数的微分与函数的局部线性逼近	89
Key points of this section 本节重点	89
单词和短语	89
2.4.1 Concept of differential 微分的概念	90
2.4.2 Formulas and operation rules of differentials 微分公式与运算法则	90
2.4.3 Geometric interpretation of differential 微分的几何意义	92
2.5 Computing limits by derivatives——L'Hospital rule 利用导数求极限——洛必达法则	92
Key points of this section 本节重点	92
单词和短语	93
2.5.1 L'Hospital rule of the indeterminate form $\frac{0}{0}$ 型未定式的洛必达法则	93
2.5.2 L'Hospital rule of the indeterminate form $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的洛必达法则	94
2.5.3 Limits of other indeterminate forms 其他类型未定式的极限	94

2.5.4	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	95
2.6	Mean value theorems of differentials 微分中值定理	98
	Key points of this section 本节重点	98
	单词和短语	98
2.6.1	Rolle theorem 罗尔定理	99
2.6.2	Lagrange mean value theorem 拉格朗日中值定理	99
2.6.3	Cauchy mean value theorem 柯西中值定理	100
2.6.4	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	101
2.7	Taylor formula——Approximating functions by polynomials 泰勒公式——用多项式逼近函数	105
	Key points of this section 本节重点	105
	单词和短语	105
2.7.1	Taylor polynomial and Taylor formula 泰勒多项式与泰勒公式	106
2.7.2	Maclaurin formulas in common use 常用的麦克劳林公式	107
2.7.3	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	108
2.8	Study properties of functions by derivatives 利用导数研究函数的性质	111
	Key points of this section 本节重点	111
	单词和短语	112
2.8.1	Monotonicity of functions 函数的单调性	113
2.8.2	Extremum of functions 函数的极值	113
2.8.3	Maximum and minimum of functions 函数的最大值与最小值	115
2.8.4	Convexity and inflection point of functions 函数的凸性与拐点	116
2.8.5	Asymptote lines of curves 曲线的渐近线	116
2.8.6	Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	117
2.9	Curvature of plane curves 平面曲线的曲率	123
	Key points of this section 本节重点	123
	单词和短语	123
2.9.1	Arc differential 弧微分	123
2.9.2	Curvature and its formula 曲率和曲率公式	124
	Exercises 习 题	125
3	Integral Calculus of one Variable Functions and its Applications 一元函数积分学及其应用	129
3.0	Citing examples 引例	130
3.1	Concepts, properties and integrable rules of definite integrals 定积分的概念、性质、可积准则	131

Key points of this section 本节重点	131
单词和短语	132
3.1.1 Examples for definite integrals 定积分问题举例	132
3.1.2 Concepts of definite integrals 定积分的概念	135
3.1.3 Geometric interpretation of definite integrals 定积分的几何意义	136
3.1.4 Integrable criterions 可积准则	137
3.1.5 Properties of definite integrals 定积分的性质	138
3.1.6 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	139
3.2 Fundamental theorem of calculus 微积分基本定理	142
Key points of this section 本节重点	142
单词和短语	142
3.2.1 Newton-Leibniz formula 牛顿-莱布尼兹公式	143
3.2.2 Existence theorem of primitive function 原函数存在定理	144
3.2.3 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	145
3.3 Indefinite integrals 不定积分	153
Key points of this section 本节重点	153
单词和短语	153
3.3.1 Concept and properties of indefinite integrals 不定积分的概念及性质	153
3.3.2 Fundamental integral formulas 基本积分公式	154
3.3.3 Integral rules 积分法则	155
3.3.4 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	156
3.4 Computation of definite integrals 定积分的计算	171
Key points of this section 本节重点	171
3.4.1 Integration by substitutions for definite integrals 定积分的换元法	172
3.4.2 Integration by parts for definite integrals 定积分的分部积分法	173
3.4.3 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	173
3.5 Applications of definite integrals 定积分应用举例	180
Key points of this section 本节重点	180
单词和短语	180
3.5.1 Additivity of quanta and micro-element method 总量的可加性与微元法	181
3.5.2 Examples applying on geometry 几何应用举例	181
3.5.3 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	184
3.5.3 Other applications 其他应用	194
3.6 Improper integral 反常积分	196
Key points of this section 本节重点	196

单词和短语	196
3.6.1 Improper integrals on infinite intervals 无穷区间上的反常积分	196
3.6.2 Improper integrals of unbounded functions 无界函数的反常积分	197
3.6.3 Criteria of convergence of improper integrals 反常积分的收敛判别法	198
Exercises 习 题	199
4 Differential Equations 微分方程	202
Key points of this chapter 本章重点	204
单词和短语	205
4.0 Cited examples 引例	206
4.1 Basic concepts of differential equations 微分方程的基本概念	207
4.2 Elementary methods of integration for solving some simple differential equations 某些简单微分方程的初等积分法	208
4.3 Brief introduction for establishing differential equations 建立微分方程方法简介	210
4.4 Higher-order differential equations 高阶微分方程	210
4.4.1 Structures of general solutions of linear differential equations 线性微分方程通解的结构	210
4.4.2 Solutions of higher-order homogeneous linear differential equations with constant coefficients 高阶常系数齐次线性微分方程的解法	212
4.4.3 Solutions of higher-order nonhomogeneous linear differential equations with constant coefficients 高阶常系数非齐次线性微分方程的解法	213
4.5 Summarization of solving methods and typical examples 解题方法归纳与典型例题	213
Exercises 习 题	226

引 子

微积分学是数学的一个分支,是现代大学教育的一个重要组成部分,其主要研究对象为极限、导数、积分和无穷级数等。很久以前,人们曾把微积分学看作是“无穷小量的微积分学”,现在这个名词已经作古。总体说来,微积分学是关于变量的研究,而几何学是关于空间的研究。微积分建立在代数学、三角学以及解析几何的基础之上,包含两个部分:微分学和积分学,联系这两个分支的桥梁是微积分学基本定理。在高等数学中,微积分通常被称为分析学,研究的对象是函数。微积分在科学与工程中有着广泛的应用,常常能够解决代数学无法解决的问题。

微积分的发展历史经历了几个不同的阶段,大致可分为古代、中世纪和现代三个阶段。积分学的思想起源于古代,但那时该思想并没有得到很好的发展。对积分学能够用于计算体积和面积这些基本功能的较早认识要追溯到大约公元前 1800 年,那时一个埃及人成功地计算出了金字塔平截头体部分的体积。在希腊的一所数学学校里教书的欧多克索斯(约公元前 408 年~公元前 355 年)用一种被称之为“穷竭法”的思想来计算体积和面积,而这正是极限概念的萌芽。后来,阿基米德(约公元前 287 年~公元前 212 年)进一步提出了对后人更富有启发性的思想,而这个思想与积分学思想已经十分接近。

公元 3 世纪,我国的刘辉(约公元 3 世纪,魏朝时期的数学家)用这种所谓的“穷竭法”思想计算了圆周的面积;公元 5 世纪,祖冲之(429~500,南北朝时代南朝宋齐之间的一位杰出的数学家和天文学家)也用这种思想求出了球的体积。公元 499 年,印度数学家和天文学家阿亚巴哈塔用无穷小的概念将一个天文学问题表示成了微分方程的形式。公元 10 世纪,玛纽拉在一篇注释中详尽地阐述了这个微分方程,而它最终导致一位印度数学家在公元 12 世纪发展了表示无穷小变化的导数的概念,并且他还描述了罗尔定理的早期形式。

17 世纪初期,日本数学家做出了许多独立的发现,例如他们拓展了穷竭法。在欧洲,17 世纪下半叶是创新的主要时期。微积分给人们提供了一个新的机遇以解决在数学物理中长期悬而未决的问题,几位数学家在此领域做出了突破性的进展,比较著名的有英国数学家约翰·沃利斯(1616~1703)和艾萨克·巴罗(1630~1677)。

公元 1668 年,英国数学家和天文学家詹姆斯·格雷戈里(1638~1675)已经能够给出微积分学第二基本定理的严格证明。

如果说微积分的某些思想发源于希腊、中国、印度和日本,那么微积分的应用则开始于 17 世纪的欧洲。基于早期数学家的工作,牛顿和莱布尼茨建立了微积分学中的基本原理,他们的工作对物理学的发展产生了强烈的影响。他们把那些分散的想法有机地融合成一个整体,通常认为他们是各自独立、但几乎是同时发明了微积分。牛顿首先把微积分应用到物理学中,而莱布尼茨则发展了沿用至今的许多微积分的符号,这花去了他很长的时间。牛顿和莱布尼茨的基本贡献是建立了微分学和积分学之间的桥梁,即微积分学基本定理。就在牛顿和莱布尼茨都各自发表了自己的结果时,在就谁(甚至牵扯到是哪个国家)应当值得享有发明微积分的这个莫大荣誉的问题上出现了巨大的分歧和争论。牛顿首先推导出了这个结果,而莱布尼茨则首先发表了这个结果。仔细推敲他们的文章后,人们发现是他们各自独立地发明了微积分。所以他们应当共同分享发明微积分这一殊荣。最初牛顿把他的发明称作“流数术”,而莱布尼茨则把他的发明称作微积分,这一称谓沿用至今。

自从牛顿和莱布尼茨发明了微积分以后,许多数学家都对微积分的发展做出了贡献。例如,瑞士数学家欧拉以微积分为工具解决了天文学、物理学和力学中的许多问题,并且他还由此创立了几个新的数学分支如微分方程、无穷级数以及变分法等。1748 年,欧拉出版了分析学中的第一部系统而完整的著作“无穷小分析”。不过,那时人们也发现微积分的基础并不牢固。直到 19 世纪,柯西(1789~1857)、黎曼(1826~1866)和魏尔施特拉斯(1815~1897)等数学家才建立了微积分的严格数学理论基础。

微分学的应用包括计算速度、加速度以及曲线的斜率和最优化等。定积分的应用包括计算面积、体积、弧长以及质心、功和压力等。幂级数和傅里叶级数等则是微积分的更高层次的应用。微积分也常常被用来精确理解空间、时间和运动的本性。几个世纪以来,数学家和哲学家经常就被零除以及无穷多个数的和等问题发生争论。那些问题源自于对运动和面积的研究。例如古希腊哲学家芝诺就曾给出了几个著名悖论。不过,用微积分特别是以极限和无穷级数为工具,那些矛盾都能被轻易化解。

如今,微积分学在自然科学和社会科学中的不同领域已经根深蒂固,它不仅提供了许多数学方法、计算方法和方法论,而且也培养了人们的思考模式。现在,微积分已经走进大多数大、中学校的课堂,而且许多国内外的数学家都在为它的发展而努力。

1

Functions, Limits and Continuity

函数、极限与连续

函数是微积分的研究对象. 函数的概念形成于 17 世纪, 随着科学技术的不断发展, 人们对函数的认识也在不断地深化与发展.

极限是微积分的基本运算, 极限方法是研究函数的主要工具, 微积分包括微分学与积分学两大部分, 它们的重要概念大都是用极限方法定义的. 极限理论是整个微积分学的基础和“灵魂”.

连续性是函数的重要性质, 它是大千世界广泛存在的渐变现象的客观反映和数学描述. 连续函数在理论研究和实际应用中都占有重要地位, 本课程研究的函数主要是连续函数.

在本章中, 我们先介绍函数的概念、函数的特性以及初等函数的概念.

极限是本章的重点, 主要介绍函数极限概念, 而把数列极限作为函数极限的特例来处理. 这部分内容包括: 极限概念、极限的性质与运算、两个应用广泛的重要极限、无穷小与无穷大概念、无穷小的性质及其应用.

本章的后一部分介绍函数连续性概念, 函数的间断点及其分类. 然后讨论连续函数的性质及初等函数的连续性. 最后从几何上介绍闭区间上连续函数的一些重要性质.

The object of calculus is to study functions which formed in 17th century. With the unceasing development of science and technology, people's understanding to functions also deepens and develops gradually.

Limit is a basic operation of calculus, and limit approach is a main tool to study functions. Calculus consists of two parts, namely, differential calculus and integral calculus, in which numerous important concepts are defined by using limit approach. Limit theory is the foun-

dation and ‘soul’ running through the whole calculus.

As an important property of functions, continuity is the impersonal reflection and the mathematical depiction of the gradually variational phenomena existing widely in the infinite universe. In theoretical researches and practical applications, continuous functions always hold the important status. This course is to mainly study continuous functions.

In this chapter, we first introduce the concepts and properties of functions as well as the notions of elementary functions.

Limit is the emphasis of this chapter. We mainly introduce the definitions of limits of functions, while the limit of sequence of numbers will be dealt as a special case. The content of this part includes the definitions, properties and operations of limits, two important formulas on limit, the concepts of infinity and infinitesimal, the properties and applications of infinitesimal.

The later part of this chapter is to introduce the concepts of continuous functions, the concepts and classifications of discontinuity points of functions. And then we discuss the properties of continuous functions and the continuity of elementary functions. Finally, we will introduce some important properties of continuous functions on a closed interval in geometry.

1.0 Citing examples

引 例

From the macroscopical space of universe to the microcosmic world of particle and from the quotidian life to the fast development of high and exact technologies, the word ‘quantity’ exists everywhere. Relations of quantities, changes of quantities, changes of relations of quantities and relations of changes of quantities are just important contents for studying in mathematics.

According to the tax laws of our country, individual wage and stipend should pay for personal income tax, and the tax rate is different from person to person. Can you list concisely the conversion relation between person income and tax paid?

Let’s put a square stable with four equal legs on an uneven ground.

Can you make the four legs contact simultaneously the ground such that the table stands steadily?

Throwing shot is a sport game. What is the quantity relation among the throwing distance, the initial speed and the angle when someone throws the shot away from his hand? Which factors should be considered for achieving a perfect result in daily training?

You may have heard of the Fibonacci's sequence which is also called the interesting 'rabbit problem'! You can find some similar results from the 'pedigree' of honeybees, the arrangement of pianos' syllables and the branches of trees. The phrase 'golden mean' put forward by Da Vinci, a famous artist in middle ages, means a proportion relation between quantities. As the story goes, the relation can make buildings more handsome and make tonalities more harmonious. Interestingly, many blooming flowers and bonny builds of people also possess its traits. Surprisingly, the two problems which are seemingly independent have close immanent connection, would you like to know?

You should have learnt how to calculate the area and the perimeter of a regular polygon when studying plane geometry in middle school. As is well known, the area and the perimeter of any regular n polygon inscribed in a unit circle, however large n is, are always smaller than π and 2π , respectively. A question is that whether you can construct a figure such that it is contained in a unit circle, and its area is not more than π , while its perimeter tends to infinity.

These interesting problems with some application backgrounds are related to the contents of this chapter, i. e., functions, limits and continuity.

1.1 Functions

函 数

Key points of this section

1. Understand and master the concept and properties of functions, such as the independent variable and dependent variable in the definition of a function, the domain and range of a function, the boundedness, monotonicity, parity, periodicity and so on.

2. Understand the concepts of composite functions and inverse func-