



仁华学校奥林匹克数学系列丛书

人大附中编

仁华学校 奥林匹克数学

RENHUAXUEXIAOAOLINPIKESHUXUE

思维训练教程

小学四年级

中国大百科全书出版社

人大附中远程教育网网址：
<http://www.rdfz.com>

仁华学校奥林匹克数学系列丛书

- 仁华学校奥林匹克数学课本（小学6册、初中3册）
- 仁华学校奥林匹克数学思维训练导引（小学2册）
- 仁华学校奥林匹克数学思维训练教程（小学4册）
- 仁华学校奥林匹克数学测试卷（小学4册）
- 仁华学校奥林匹克数学能力测试（初中3册）

责任编辑：简菊玲
封面设计：何 倩

ISBN 978-7-5000-7951-4



9 787500 079514 >

定价：10.00元

仁华学校奥林匹克数学系列丛书

仁华学校奥林匹克数学 思维训练教程

(四年级)

人大附中编

主编：刘彭芝

中国大百科全书出版社

图书在版编目(CIP)数据

仁华学校奥林匹克数学思维训练教程. 四年级/刘彭
芝主编. —北京:中国大百科全书出版社, 2008. 9

ISBN 978 - 7 - 5000 - 7951 - 4

I. 仁… II. 刘… III. 数学课—小学—教学参考资料
IV. G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 143656 号

仁华学校奥林匹克数学思维训练教程
(小学四年级)

编 者:人大附中

责任编辑:简菊玲

封面设计:何 倩

责任印制:徐继康

出版发行:中国大百科全书出版社

(北京阜成门大街 17 号 100037 68315606)

<http://www.ccph.com.cn>

印 刷:北京友谊印刷有限公司

版 次:2008 年 9 月第 1 版

印 次:2008 年 9 月第 1 次印刷

印 张:5.75

开 本:880 × 1230 1/32

字 数:146 千字

印 数:1—5000 册

定 价:10.00 元

顾 问：	王 元	裘宗沪	
	冯克勤	陈德泉	
主 编：	刘彭芝		
策 划：	喻培健		
副主编：	唐晓苗	李秋生	
编 撰：	姚健钢	唐晓苗	李秋生
	季 民	罗武安	田丽秀
	须佶成	黑 龙	刘兴华
	周 珍	王 璐	吴 昊
	韩家睿	方军雄	黄 洋
	张 鹏	毛 羽	曹 磊
	林素卿	彭建平	肖 梁

序

这套丛书是北京仁华学校的教学用书。北京仁华学校是人大附中的超常教育实验基地。其前身为北京市华罗庚学校，2003年12月改用新名（为叙述方便起见，下文涉及“北京市华罗庚学校”或“华校”的一律改用新名）。仁华学校的办学目的是探索科学实用、简单易行的鉴别与选拔超常儿童的方法，探索具有中国特色的超常教育模式，为国家大面积早期发现与培养现代杰出人才开辟一条切实可行的途径。在这里，数百位优秀教师精心执教，一批批超常儿童茁壮成长。仁华学校全体师生决心在教育改革的时代大潮中争做弄潮儿，为实现中华民族的伟大复兴甘当马前卒。

超常教育与早期教育为当今世界各国所重视。近年来，我国的众多有识之士投身超常教育事业，也取得了可喜的成果。超常教育是人类教育史上的一大进步，但同时也是一个复杂而全新的教育课题。无论在历史上还是现实生活中，少年出众，而成年寻常的人比比皆是。究其原因，往往在于成长的环境不佳，特别是未能在超常教育理论指导下施以特殊教育。因而，必须更新教育观念和教学模式，这样才能把大批聪慧儿童培养成为知识经济时代的栋梁之材。我们认为，超常儿童是具有良好的智力和非智力个性特征的统一体，是遗传与环境共同作用下的产物。基于此种看法，北京仁华学校的超常教育，以尊重个性和挖掘潜力为基本原则，强调选拔与培养相结合，不缩短学制而注重学生综合素质的全面提高。

仁华学校分为小学部、初中部和高中部。小学部属校外培训性质，招收小学三至六年级的学生，招生时间定在每年9月或10

月，入学后每周学习一次。初中部和高中部属常规中等教育，纳入人大附中建制，每个年级设4-6个实验班。仁华学校初中部和高中部的生源分别主要来自小学部和初中部，同时面向全市招生。

仁华学校在办学过程中，逐渐形成了自己独特的课程体系。在必修课中，我们把数学作为带头学科，并以此促进物理、化学、生物、外语、计算机等其他学科的发展。这是因为，数学作为研究现实世界中数和形的一门基础科学，不仅对人类社会进步和国家的建设发挥着关键的作用，而且对训练人们的思维能力具有重要的价值。此外，仁华学校还设有现代少年、科学实践、社会实践、心理导向、创造发明和生物环保等特色课，以及汽车模拟驾驶、网页设计、天文观测、电子技术、几何画板、艺术体操、篆刻和摄影等选修课。华校全新的课程设置，近而言之，是希望学生能够增强学习兴趣，开阔知识视野；远而图之，则是为他们日后发展的多价值取向打下坚实而全面的科学文化基础。

仁华学校在办学过程中，还逐渐形成了一支思想新、业务精、肯吃苦、敢拼搏的教师队伍。这其中既有多年工作在教学第一线的中小学高级和特级教师，又有近年来执着于数学、物理、化学、生物、计算机等学科奥林匹克活动的高级教练员，还有中国科学院和各高等学校中教学科研上成绩卓著的专家教授。他们着眼于祖国的未来，甘做人梯，为超常教育事业辛勤耕耘，是仁华学校藉以成长、引以自豪的中流砥柱。

实践证明，仁华学校对超常儿童的培养方略是可取的。十余年来，仁华学校为高等学校输送了大量全面发展、学有特长并具备创新精神和高尚品德的优异人才。已毕业的16届实验班学生全部考取重点大学，其中进入北京大学和清华大学的人数约占总数的68%，保送生约占25%。不仅如此，还有近3000人次学生在区、市、国家乃至世界级的学科竞赛中获奖夺魁，数量位居北

京市重点中学之首。仁华学校的学生在全国雷达表青少年科学英才竞赛中获一、二、三等奖各一次，在全俄罗斯数学竞赛中获两枚金牌、一枚银牌，在国际物理邀请赛中获一枚银牌，在国际信息学奥林匹克竞赛（IOI）中获一枚铜牌，在国际数学奥林匹克竞赛（IMO）中获满分金牌2枚和银牌1枚。近200人在各种发明比赛中获奖，其中几十人获全国及世界创造发明比赛的金奖、银奖，并取得五项国家专利。还有33人次在全国科学论文评比中获一、二、三等奖。此外，实验班的同学在艺术体育等方面也成绩斐然。上述大量事实证明，一种新的教育理论和实践，使得一批又一批英才脱颖而出，这足以显示仁华学校的办学方向是正确的，教学是成功的。

仁华学校超常教育的实践和成果已引起全国和国际教育界的关注。华校现在是中国人才研究会超常人才专业委员会副理事长单位，其超常教育研究课题曾荣获北京市“八五”普教科研优秀成果二等奖。仁华学校先后有数十位师生参加了国际超常儿童教育学术会议，在各种国际会议上宣读论文三十余篇，并同五十多个国家和地区从事超常教育的学校及研究机构建立了友好往来或合作研究关系。

教材是教学质量的基本保证，也是教学的基础建设。高质量的教材，是建立在高水平的学术研究成果和丰富的教学经验基础之上的。我们组织编写的这套“北京市华罗庚学校奥林匹克系列丛书”的作者大部分都是原华校的骨干教师，开创了荟萃专家编书的格局。另外还有数位曾经在国际数学奥林匹克竞赛（IMO）中获得金牌和银牌的大学生和研究生参加撰写。这支由学生组成的特别劲旅将他们学习的真切感受和新鲜经验表达出来，使得本丛书独具一格。综合而言，展现在读者面前的这套丛书集实用、新颖、通俗、严谨等特点于一身，我们将其奉献给中小学教师、学生及家长，希望能博得广大读者的喜爱。此套丛书涉及数学、英语、物理和计算机等学科，目前已经出版和即将出版的有四十

余册。俗云：“一花怒放诚可爱，万紫千红才是春。”仁华学校在努力办学、完善自身的同时，诚望对国内中小学教学水平的提高微尽绵薄，诚望与其他兄弟学校取长补短，携手共进。“合抱之木，生于毫末，九层之台，起于垒土。”遥望未来，让我们同呼志士之言：为中国在 21 世纪成为科技强国而献身。

作为本系列丛书的主编，借这套丛书再次出版的机会，我再次以一个超常教育的积极参与者与组织者的名义，向各位辛勤的编著者致以衷心的感谢，恳请教育战线的前辈和同仁给予指导和推荐，也恳请广大师生在使用过程中提出宝贵的意见。

刘彭芝

前言

2001年3月,《仁华学校奥林匹克数学思维训练导引》(原名《华罗庚学校数学思维训练导引》)正式出版。该书在考察近15年来全国各地的小学数学竞赛试题和数学奥林匹克教材,并总结仁华学校(前身为北京市华罗庚学校)小学部思维训练课教学经验的基础上,对小学数学竞赛的内容进行了分类和整理。从出版至今,深受读者的好评。但有很多热心的读者提出该书没有详细的解题过程,强烈要求出版本书的详细解答。为了更好地服务于读者,我们决定编写《仁华学校奥林匹克数学思维训练教程》。

本书采取通过问题学解题的方式,将小学数学竞赛所涉及的全部知识、技巧和方法生动地表现于问题的分析和解答之中,并在评注里加以总结。本书既是数学奥林匹克的提高教材,更适合作为参加各级数学竞赛的选手的培训教材。

现在对本书的体例作一个简单的介绍。本书是《仁华学校奥林匹克数学思维训练导引》中奇数号问题的分析、详解和评注。即本书中的例1、2、3、4、5、6、7、8就是《仁华学校奥林匹克数学思维训练导引》中的第1、3、5、7、9、11、13、15题。本书的绝大部分例题除了“答案”外,还有“分析”、“详解”和“评注”三个部分。其中“分析”主要是给出完整的思路,为“详解”作出铺垫,可以让读者感受到思考问题的正确方法;“详解”是在“分析”的基础上给出完整的解题过程,可以让读者体会到严谨的解题过程;“评注”主要是对问题所涉及的知识进行归纳或者是对问题所产生的联想,可以让读者领悟到数学的完整性和实用性。

参与编写本书的大多曾经是北京大学数学科学学院的本科生

或研究生，他们曾经在中国或国际数学竞赛中取得过优异的成绩。编撰者将学习数学的心得和体会融入了书稿的字里行间，生动地展现了数学思维的完美。解题思路清晰、方法独特是本书最大的特点。

虽然我们在编写本书过程中，始终本着精益求精和认真负责的态度进行工作，但是主观努力和客观效果之间必然还存在着差距。因此，我们竭诚欢迎并殷切期待广大读者对本书提出宝贵的意见。来信请发至电子邮箱 **huaxiao@Xinhuanet.com** 或 **huaxiao@office.rdfz.bj.cn**。

唐晓苗

目 录

序	(i)
前言	(I)
第 01 讲 【计算问题第 03 讲】	
整数与数列	(1)
第 02 讲 【应用题第 07 讲】	
和差倍问题之三	(9)
第 03 讲 【应用题第 08 讲】	
还原与年龄	(16)
第 04 讲 【数字谜问题第 06 讲】	
破译字母竖式	(24)
第 05 讲 【数字谜问题第 07 讲】	
模式问题	(33)

第06讲

【几何问题第03讲】

直线形计算 (40)

第07讲

【几何问题第04讲】

几何图形剪拼 (49)

第08讲

【计数问题第02讲】

加法原理与乘法原理 (60)

第09讲

【杂题第02讲】

统筹与对策 (67)

第10讲

【组合问题第02讲】

构造与论证之一 (78)

第11讲

【计算问题第04讲】

多位数与小数 (86)

第 12 讲	【应用题第 09 讲】	
(421)	平均数问题	(92)

第 13 讲	【应用题第 10 讲】	
(481)	行程问题之一	(99)

第 14 讲	【应用题第 11 讲】	
	行程问题之二	(110)

第 15 讲	【数学谜问题第 08 讲】	
	复杂竖式	(121)

第 16 讲	【数字谜问题第 09 讲】	
	幻方与数阵图扩展	(131)

第 17 讲	【数列与数表问题第 03 讲】	
	数表规律与数列综合	(140)

第 18 讲	【计数问题第 03 讲】	
	排列与组合	(148)

第19讲

【几何问题第05讲】

第19讲

(19) 几何计数 (154)

第20讲

【杂题第03讲】

第20讲

(20) 周期性问题 (164)

【第11讲】

第11讲

(11) 二元一次方程组

【第80讲】

第80讲

(11) 先型变量

【第90讲】

第90讲

(11) 二元一次方程组

【第80讲】

第80讲

(11) 合型变量

【第80讲】

第80讲

(11) 合型变量

第01讲 计算问题第03讲

整数与数列

例1 如图1-1所示的表中有55个数,那么它们的和加上多少才等于1994?

1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61
2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62
3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63
4	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64
5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65

图1-1

答案 179.

分析 图中的55个数的和实际上就是一个从1到65公差为1的等差数列的和与一个从6到60公差为6的等差数列的和之差.

详解 图中的55个数的和为

$$\frac{(1+65) \times 65}{2} - \frac{(6+60) \times 10}{2} =$$

$$= 1815.$$

$1994 - 1815 = 179$, 所以这55个数的和加上179等于1994.





评注 解题过程中我们用到了等差数列的求和公式, 这个公式是: 一个等差数列的和 = (首项 + 末项) × 项数 ÷ 2. 我们还有求等差数列之和的另一个公式: 一个等差数列的和 = 首项 × 项数 + 项数 × (项数 - 1) × 公差 ÷ 2. 同学们要熟记这两个公式, 根据题目所给的不同条件, 灵活地运用它们.

例2 计算:

$$(1 + 3 + 5 + \cdots + 1989) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 1988)$$

答案 995.

分析 这道题当然可以用等差数列求和公式来做. 这样做并不是最好的. 通过观察我们发现: 减号右边每有一个加2, 左边就有一个加3; 右边每有一个加4, 左边就有一个加5……因此, 我们可以通过改变运算顺序来简化运算.

详解 $(1 + 3 + 5 + \cdots + 1989) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 1988)$

$$\begin{aligned} &= 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + (7 - 6) + \cdots + (1989 - 1988) \\ &= \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{995\text{个}} \\ &= 995 \end{aligned}$$

评注 改变运算顺序也是简化运算的常用手段. 不仅加减法的算式中可以用到, 乘除法的算式也可以用. 例如:

$$\text{计算 } (2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 22) \div (2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 11).$$

例3 计算: $20 \times 20 - 19 \times 19 + 18 \times 18 - 17 \times 17 + \cdots + 2 \times 2 - 1 \times 1$

答案 210.

分析 我们发现有这样的关系:

