

《天气学教程》函授辅导教材之一

气象常用的 基本定律及其方程

沈 春 康 编著

空 军 气 象 学 院

一九八二年五月

编写说明

中国人民解放军空军司令部所编的《天气学教程》是一部供我空军气象科技人员提高业务水平用的专业书籍。学习《教程》必需具备一定的微积分学、力学、热学和普通气象学的基础，基础就是出发点，有了基础，才有可能达到学好《教程》的目的。为了有助于学习这部书籍，我们试编了函授辅导教材。

《天气学教程》的函授辅导教材之一——气象常用的基本定律及其方程，共分四章：第一章，理想气体状态方程及其应用；第二章，牛顿第二运动定律及其初步应用；第三章，热力学基本定律及其初步应用；第四章，气层的静力稳定度及其判据。本教材的主要内容是：由玻意耳定律、盖吕萨克定律和阿伏伽德罗定律所得到的理想气体状态方程；由热力学的第一定律和第二定律所得到的热量方程和克拉珀龙——克劳修斯方程；由牛顿第二运动定律所得到的以自转地球作为运动参照系的定质量空气微团的运动方程。这些基本的物理定律及其方程是气象学的理论基础，也是天气学的理论基础。对我军气象科技人员来说，这些内容都是必须掌握的基本理论。精通理论的目的全在于应用，气象科技工作者的业务水平取决于他们运用这些基本理论解释和解决实际气象问题的能力。

本教材力求数理的严谨表述与气象的习惯说法互相协调，但着重于每个物理概念本身的含义。为便于自学，本教材每章的后面还编入了有关数学、物理问题的附录，其中有些附录对正文作了补充或引伸，这是为了加强物理基础。

本教材也可供具有中专以上文化程度的气象科技工作者自学使用。

本院汪庆甲教授对本教材进行了全面的审阅，并提出了许多宝贵的意见。

本教材在编写过程中曾得到本院欧阳子济、郝为锋、程照、刘景昌、宋吉平和崔兆庆等同志的大力支持，他们参加了本教材的初步审阅、整理、抄写、校对和绘制全部插图的工作。

由于编者的水平和能力所限，教材中的缺点和错误都是难免的，恳请读者批评和指正，这必将有助于进一步修编本教材。

编 者

1982年5月于空军气象学院
函授教研室

目 录

编写说明

第一章 理想气体状态方程及其应用

§ 1 单质理想气体状态方程.....	(1)
§ 2 混合理想气体状态方程.....	(5)
§ 3 干、湿空气的状态方程.....	(6)
§ 4 湿度及其各种表述形式.....	(8)
§ 5 饱和度及其各种表述形式.....	(12)
附录 1—1 碳单位 分子量 阿伏伽德罗数.....	(15)
附录 1—2 摩尔 摩尔数 摩尔质量.....	(16)
附录 1—3 平均分子量 平均摩尔质量.....	(17)

第二章 牛顿第二运动定律及其初步应用

§ 1 惯性参照系与地转参照系.....	(21)
§ 2 绝对动量方程与绝对运动方程.....	(22)
§ 3 相对运动方程.....	(23)
§ 4 空气微团所受到的真实力.....	(27)
§ 5 地转平衡方程与静力平衡方程.....	(31)
§ 6 重力位势的计算公式.....	(32)
§ 7 等压面图与 (x, y, p, t) 坐标系.....	(34)
§ 8 地转风定律与地转风的意义.....	(37)
§ 9 热成风原理与热成风的意义.....	(40)
§ 10 梯度风.....	(44)
§ 11 地转偏差效应.....	(48)
§ 12 在摩擦层中风随高度的分布规律.....	(53)
§ 13 空气连续方程及其初步应用.....	(57)
附录 2—1 方向导数与梯度.....	(64)
附录 2—2 重力位势.....	(71)
附录 2—3 摩擦力与切应力.....	(75)
附录 2—4 球面坐标系所表示的相对运动方程组.....	(80)
附录 2—5 质点水平加速度的两种分解式.....	(86)
附录 2—6 轨迹与流线.....	(91)

第三章 热力学基本定律及其初步应用

§ 1 过程.....	(93)
§ 2 功.....	(96)
§ 3 热力学第一定律.....	(98)
§ 4 热力学第二定律.....	(110)
§ 5 热力学基本定律的普遍表达式.....	(117)
§ 6 基本定律应用于空气.....	(121)
§ 7 基本定律应用于水物质.....	(129)
§ 8 基本定律应用于空气与水共存体.....	(139)
§ 9 大气中的混合过程.....	(151)
§ 10 空气微团的能量方程.....	(155)
附录 3—1 熵的物理意义.....	(160)
附录 3—2 曲表面的纯液态水与水汽互为平衡压强.....	(161)
附录 3—3 在伴有水平卷入的上升过程中的热量方程.....	(166)

第四章 气层的静力稳定度及其判据

§ 1 气块法的静力稳定度判据.....	(170)
§ 2 气层的不稳定能量.....	(176)
§ 3 水平卷入对不稳定能量及上升运动的影响.....	(183)
§ 4 薄层法的静力稳定度判据.....	(189)
§ 5 在整层升降过程中气层温度直减率的变化规律.....	(194)
§ 6 摩擦层气温铅直分布的变化规律.....	(199)
附录 4—1 论证在动力乱流过程中干空气层的 γ 趋于 γ_a	(203)

第一章 理想气体状态方程及其应用

任何实际气体的压强愈小且温度愈高，就愈接近于理想气体，也就是说，理想气体是实际气体当密度（或压强）无限减小时的一种极限情形。分子运动论指出：由大量分子所组成的实际气体，其中的每个分子都具有分子动能和分子位能，分子位能是由分子引力所产生的，这种引力指的是分子之间互相吸引力，其大小与分子之间距离的平方成反比。用分子运动论观点来讲：当实际气体的密度不断减小时，由于其内部的分子之间距离不断增大，致使分子引力不断减小直至趋于零，因此分子位能不断增大直至趋于一个常量；也就是说，当实际气体内部的分子引力可以忽略不计（分子位能可以视为常量）时，实际气体就可以视为理想气体。

在“理想气体状态方程”中的“状态”两字是指“平衡态”。在不受外界（外界是指除系统以外的物质或空间）影响的条件下：若一个由大量分子所组成的系统（系统是指热力学所研究的物体或物体系）宏观性质随时间不发生改变，则这个系统所处的状态称为平衡态；若一个系统的宏观性质随时间发生改变，则这个系统所处的状态称为非平衡态。一个处于平衡态的系统，它的状态（平衡态）可以由一组确定的独立变量来描述，这一组独立变量之中的任意一个变量称为状态参量。一个处于非平衡态的系统，它的状态（非平衡态）就不能够由一组确定的独立变量来描述。

方程是方程式的简称，一个方程式是一个有条件的等式，其中的等号记为“=”，以示区别于恒等号“≡”。一个恒等式表示一个定义式，其中的恒等号记为“≡”。

§1 单质理想气体状态方程

在“单质理想气体”之中的“单质”两字是指化学成份单纯的物质（包括化学成份单纯的化合物）。同一种单质的分子量相同，各种单质具有各自的分子量。例如：水物质的气态（水汽）、液态（液态水，习惯地称为水）和固态（称为冰）具有相同的分子量为18.015。一个分子（或一个原子）的质量对碳单位之比（这是一个纯数）称为分子量（或原子量）。碳12元素（ ^{12}C ）的一个原子质量的十二分之一称为碳单位，因此，碳12元素的原子量为12。由于碳12元素的一个分子只含一个原子，于是碳12元素的分子量也为12。

一个确定量的单质理想气体系统，它的质量（它所含的每个分子质量之和）以及分子量都是确定的，它所处任一平衡态的温度为 t 、压强为 p 和容积为 V （容积是指系统所含大量分子的活动空间，容积并不是系统所含的每个分子本身体积之和），在这三个变量之中，只有两个是独立的，它们之间由状态方程（又称物态方程）

$$f(p, V, t) = 0$$

联系着。

如果以 p 和 V 为一组独立变量, 那么 t 是 p 、 V 的函数。若以 p 和 t 为一组独立变量, 则 V 是 p 、 t 的函数。当 p 一定时, V 与 t 一一对应的关系为

$$V = \varphi(t)$$

至于函数 φ 的形式, 这完全取决于我们所采用的温标, 温标是指温度的数值表示法。我们甚至可以选择一种温标使函数 φ 成为一个线性函数, 这样所选择的温标就是定压理想气体测温器的温标。

一、摄氏温标与绝对温标

定压理想气体测温器的测温物质是实际气体, 并把实际气体的压强数值限定为一个很小的常数, 致使实际气体趋近于理想气体。我们常用的摄氏温标, 冰点规定为 0°C , 沸点 (又称汽点) 规定为 100°C 。冰点是指在一个大气压 (760毫米汞高) 条件下冰与液态水 (水物质的固液两相) 互为平衡共存时的一种热平衡状态, 沸点是指在一个大气压条件下水汽与液态水 (水物质的汽液两相) 互为平衡共存时的一种热平衡状态 (水物质的两相互为平衡是指两相不发生转变, 也就是指两相各自的质量保持不变)。规定了冰点和沸点的温度数值之后, 其它的温度数值就由作为温度标志的定压理想气体 (压强数值限定为一个很小常数的实际气体) 的容积变化按线性关系 (温度变化与容积变化成正比的关系) 来确定。设 V_0 为在冰点 $t_0 = 0^\circ\text{C}$ 时该气体的容积, V_1 为在沸点 $t_1 = 100^\circ\text{C}$ 时该气体的容积, $V_1 > V_0$, 由该气体容积 V 所标志的摄氏温度数值 t , 按照线性关系定义为

$$\frac{t}{100} = \frac{V - V_0}{V_1 - V_0}$$

$$V - V_0 = \left(\frac{V_1 - V_0}{100} \right) t$$

$$V = V_0 + \left(\frac{V_1 - V_0}{100} \right) t$$

$$V = V_0(1 + \alpha_p t)$$

其中 $\alpha_p = (V_1 - V_0)/(100V_0)$ 称为定压的体胀系数 (下标 p 表示压强数值为常数的意思)。这就是盖吕萨克定律的数学表述。

测温物质取实际气体中最接近于理想气体的氢气的数值 $\alpha_p = 0.003661$, 或 $1/\alpha_p = 273.2$, 对理想气体来说, 一致公认的 $1/\alpha_p$ 取为 273.15, 于是, 盖吕萨克定律的数学表述可以改写为

$$V = V_0 \alpha_p \left(\frac{1}{\alpha_p} + t \right)$$

$$V = \frac{V_0}{273.15}(273.15 + t)$$

$$\frac{V}{273.15 + t} = \frac{V_0}{273.15}$$

由上式可知, 如果摄氏温度数值 t 为 -273.15 , 那么容积 V 为零, 气体的容积为零, 即气体不占空间, 这是不可想象的事。因此, 摄氏温度 ($t^{\circ}\text{C}$) 必须大于 -273.15°C , -273.15°C 是绝对不可能达到的, -273.15°C 称为绝对零度。

引进以绝对零度为起点的绝对温标 (绝对温度数值) 为

$$T = 273.15 + t$$

其中 t 为摄氏温标 (摄氏温度数值)。冰点 $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$ 所对应的绝对温度 $T_0 = 273.15\text{K}$ (K 是绝对温标的记号, 也是绝对温度的单位, 它是开尔文的代号, 开尔文简称“开”且记为 K ; $^{\circ}\text{C}$ 是摄氏温标的记号, 也是摄氏温度的单位)。

于是, 采用绝对温标的盖吕萨克定律表达式为

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

其中 V_0 是 T_0 所对应的容积, V 是 T 所对应的容积, 这里的容积是指定压理想气体所处平衡态的容积。

盖吕萨克定律指出: 在压强保持不变 (p 为常量) 的条件下, 某一确定量的单质理想气体所处任一平衡态的容积 V 与绝对温度 T 之商

$$\frac{V}{T} = \text{常量} \quad (1-1)$$

二、玻意耳定律

由实验所得到的玻意耳定律指出: 在温度保持不变 (T 为常量) 的条件下, 某一确定量的单质理想气体所处任一平衡态的压强 p 与容积 V 的乘积 pV 也是保持不变的, 即有

$$pV = \text{常量} \quad (1-2)$$

考虑某一确定量的单质理想气体系统, 其三个不同的平衡态 (每个平衡态都有各自的一组压强、容积和温度) 分别为 (p, V, T) 、 (p_1, V_1, T) 和 (p_2, V_2, T) 。应用玻意耳定律和盖吕萨克定律分别可以得到两个方程

$$pV = p_1V_1$$

和

$$\frac{V_1}{T} = \frac{V_2}{T}$$

并把这两个方程联立起来,可以消去 V ,而得到

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_s V_{s,0}}{T_0} \quad (1-3)$$

由于处在任一平衡态的某一确定量的单质理想气体系统是一个均匀系统(又称单相系统),因此可以引进比容 $\alpha \equiv V/M$ 和摩尔容积 $v \equiv V/(M/\mu)$,其中 M 和 μ 分别表示单相系统的质量和摩尔质量(摩尔质量的大小等于分子量,摩尔质量的单位为克·摩尔 $^{-1}$,1摩尔是指系统所含的分子总数为 6.02×10^{23} 个,阿伏伽德罗常量 $N_A \equiv 6.02 \times 10^{23}$ 个/摩尔;1摩尔广义指的是系统所含的微粒总数为 6.02×10^{23} 个,微粒是指分子、原子、离子、电子等微观粒子),或 $V = M\alpha \equiv vM/\mu$,同理 $V_{s,0} \equiv v_{s,0}M/\mu$;于是(1-3)式可以改写为

$$\frac{pv}{T} = \frac{p_s v_{s,0}}{T_0} \quad (1-3')$$

三、阿伏伽德罗定律

由实验所得到的阿伏伽德罗定律指出:各种不同的单质理想气体(不同的单质具有不同的分子量或摩尔质量)在温度相同和压强相同的条件下所具有的摩尔容积是相同的,也就是说,任一单质理想气体的摩尔容积 v 是 T 、 p 的一个普适函数,它与任一单质理想气体所具有的分子量(或摩尔质量)无关。

在温度为 $T_0 = 273.15\text{K}$ (即 $t_0 = 0^\circ\text{C}$)和压强为 $p_s = 1$ 个大气压(1个大气压=760毫米汞高=1013.25毫巴= 1.01325×10^5 牛顿/米 2 = 1.01325×10^5 达因/厘米 2 ,1牛顿/米 2 称为1帕斯卡)的条件下,任一单质理想气体的摩尔容积 $v_{s,0} = 22.4146 \times 10^{-3}$ 米 3 /摩尔,因此(1-3')式可以改写为

$$\frac{pv}{T} = R^*$$

$$pv = R^*T$$

$$pV = \frac{M}{\mu} R^*T \quad (1-4)$$

其中 $R^* \equiv p_s v_{s,0}/T_0 \equiv 8.31436$ 焦耳·摩尔 $^{-1}$ ·开 $^{-1}$, R^* 称为普适气体常量或通用气体常量(这是因为 R^* 恒量对各种不同的单质理想气体都是适用的)。

(1-4)式就是单质理想气体状态方程,它对任何一种单质理想气体所处的任一平衡态都是严格地适用的;换一句话说,处于任一平衡态的单质气体,如果它的压强 p 、容积 V 、温度 T 、质量 M 和摩尔质量 μ 满足(1-4)式,那么这种气体就是理想气体。

单质理想气体状态方程可以改写成为在气象上常用的形式

$$p\alpha = RT \quad (\text{或 } p = \rho RT) \quad (1-5)$$

这里 $\alpha \equiv V/M$ (或 $\rho \equiv M/V$) 称为比容 (或称为密度), $R \equiv R^*/\mu$ 称为比气体常量, R 不是一个普适常量 (不同的单质具有不同的摩尔质量以及不同的比气体常量), R 的单位为焦耳·千克⁻¹·开⁻¹或焦耳·克⁻¹·开⁻¹。

单质理想气体状态方程也可以改写为

$$\begin{aligned} pV &= \frac{M}{\mu} N_A \frac{R^*}{N_A} T \\ pV &= NkT \\ pv_m &= kT \end{aligned} \quad (1-6)$$

这里 $N \equiv N_A M/\mu$ (N_A 为阿伏伽德罗常量, M/μ 称为摩尔数, N 表示摩尔数为 M/μ 的单质理想气体系统所含的分子总数)、 $k \equiv R^*/N_A \equiv 1.38066 \times 10^{-23}$ 焦耳·开⁻¹·个⁻¹ 称为玻尔兹曼常量 (在单位焦耳·开⁻¹·个⁻¹ 之中的“个⁻¹”通常可以省略, k 表示该理想气体系统内部每个分子的平均普适气体常量) 和 $v_m \equiv V/N$ (v_m 表示每个分子的平均容积, 并不是每个分子本身的体积, 下标 m 表示平均的意思)。(1-6) 式是单质理想气体状态方程在云物理学方面常用的形式。必须注意, 上述的(1-4)式、(1-5)式和(1-6)式是等价的。

§2 混合理想气体状态方程

混合理想气体是由 n (n 为正整数) 种单质理想气体均匀混合所组成的混合气体。在混合理想气体 (均匀体) 中的第 i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) 种单质理想气体的压强为 p_i 、容积为 V_i 、温度为 T_i 、质量为 M_i (克) 和摩尔质量为 μ_i (克/摩尔)。

对第 i 种单质理想气体来说, 单质理想气体状态方程是适用的, 即有

$$p_i V_i = \frac{M_i}{\mu_i} R^* T_i$$

并考虑到第 i 种单质理想气体均匀地分布在混合理想气体之中, 即 $V_i = V$ (V 为混合理想气体的容积) 和 $T_i = T$ (T 为混合理想气体的温度), 因此上式可以改写为

$$p_i V = \frac{M_i}{\mu_i} R^* T$$

将 n 个单质理想气体状态方程相加而可以得到

$$\sum_{i=1}^n p_i V = \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{\mu_i} R^* T$$

或

$$V \sum_{i=1}^n p_i = R^* T \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{\mu_i}$$

由实验所得到的道尔顿分压定律指出：混合理想气体的压强 p （总压强）等于其中各单质理想气体的分压强 p_i 之和（ $\sum_{i=1}^n p_i$ ），即 $p = \sum_{i=1}^n p_i$ 。于是，上式可以改写为

$$pV = R^* T \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{\mu_i}$$

或

$$pV = \frac{M}{\bar{\mu}} R^* T \quad (1-7)$$

其中 $M \equiv \sum_{i=1}^n M_i$ 和 $\bar{\mu} \equiv M / \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{\mu_i}$ 。

$\bar{\mu}$ 称为混合理想气体的平均摩尔质量，它的大小为混合理想气体的平均分子量，它的单位为克/摩尔， $M/\bar{\mu} \equiv \sum_{i=1}^n (M_i/\mu_i)$ 称为混合理想气体的总摩尔数。第 i 种单质理想气体的摩尔数 M_i/μ_i （摩尔）所对应的分子数目为 N_i ，由 n 种单质理想气体均匀混合所组成的混合理想气体的分子总数目为 $N \equiv \sum_{i=1}^n N_i$ ， N 所对应的混合理想气体的总摩尔数为 $M/\bar{\mu}$ （摩尔）。

(1-7) 式就是混合理想气体状态方程，它在形式上类似于单质理想气体状态方程 (1-4) 式，不同点在于 (1-7) 式中的 $\bar{\mu}$ 为平均摩尔质量，而在 (1-4) 式中的 μ 为单质摩尔质量。

§3 干、湿空气的状态方程

一块容积宏观小的均匀空气称为空气微团，它仍然是由大量的空气分子所组成的系统。干洁的空气主要是由氮、氧、二氧化碳和氩四种单质气体按一定比例均匀混合所组成

的，这种混合气体简称干空气。干空气与水汽均匀混合而成的气体称为湿空气，其中的“湿”字是指含有水汽，并不是指含有液态水。

在大气的常温范围（ -50°C — $+50^{\circ}\text{C}$ ）和常压范围（空气的压强 $p \leq p_0$ ， p_0 为在海平面处的空气压强， $p_0 \approx 1$ 个大气压）内，混合理想气体状态方程对干空气微团、湿空气微团都是适用的，因此干空气状态方程、湿空气状态方程分别为

$$p_d a_d = R_d T \quad (\text{或 } p_d = \rho_d R_d T)$$

和

$$p a = R_m T \quad (\text{或 } p = \rho R_m T)$$

其中 $R_d \equiv R^*/\mu_d$ 称为干空气的比气体常量（干空气的摩尔质量 μ_d 为 28.964 克/摩尔， R_d 为 287 焦耳/千克·开。干空气的摩尔质量实际上是干空气中的四种单质气体按一定比例的平均摩尔质量）， $R_m \equiv R^*/\mu_m$ 称为湿空气的比气体常量。下标 d 与 m 分别表示干空气与湿空气的意思。 μ_m 为湿空气的摩尔质量，其大小为湿空气的平均分子量。湿空气的平均摩尔质量为

$$\begin{aligned} \mu_m &\equiv \frac{M}{\sum_{i=1}^2 \frac{M_i}{\mu_i}} \equiv \frac{1}{\sum_{i=1}^2 \frac{M_i}{M \mu_i}} \equiv \frac{1}{\frac{M_d}{M \mu_d} + \frac{M_v}{M \mu_v}} \\ &\equiv \frac{\mu_d}{(1-q) + \frac{\mu_d}{\mu_v} q} \equiv \frac{\mu_d}{1 + \left(\frac{\mu_d}{\mu_v} - 1\right) q} \\ &\equiv \frac{\mu_d}{1 + 0.608q} \end{aligned}$$

其中 $q \equiv M_v/M$ 称为湿空气的比湿（ q 是湿空气所含的水汽质量 M_v 对其总质量 M 之比，总质量 $M \equiv M_d + M_v$ ， M_d 为湿空气所含的干空气质量， $\mu_d/\mu_v \equiv 1.608$ ，水汽的摩尔质量 μ_v 为 18.015 克/摩尔）

利用湿空气的平均摩尔质量 $\mu_m \equiv \mu_d/(1 + 0.608q)$ 可以把湿空气状态方程改写为

$$p a = R_d T (1 + 0.608q) \quad (1-8)$$

或

$$p = \rho R_d T (1 + 0.608q) \quad (1-8')$$

这是湿空气状态方程在气象上常用的形式，式中的 $T(1 + 0.608q)$ 称为虚温且记为 T_v ，即

$$T_v \equiv T(1 + 0.608q).$$

将气象观测所能知道的气压 p 、气温 T 、水汽分压 e 作为三个独立变量（自变量），将 p 和 e 所确定的 q 作为中间变量（在本章 §4 中推导了 $q = 0.622e/(p - 0.378e)$ ），因此，在湿空气状态方程的四个变量之中 ρ （湿空气密度）是 p 、 T 和 e 的函数（ ρ 是一个因变量）。

必须注意到 e 和 q 都与 T 无关。

在气象学上：一块空气的温度简称气温，气温与该气块的容纳水汽能力之间关系密切，气温愈高的气块容纳水汽能力就愈大，这就是气温在气象上的含义；一块空气的压强简称气压，在同一测站同一时刻的气压铅直向上分布总是减小的，气压愈小的气块，其海拔高度或离地面的距离就愈高，这就是气压在气象上的含义；一块空气的比湿直接表示该气块实有的水汽含量，一块空气的水汽分压间接表示该气块实有的水汽含量，一个气块实有的水汽含量通常小于该气块的容纳水汽能力。

在热力学上：湿空气状态方程之中的四个变量，如果把湿空气的密度 ρ 作为气压 P 、气温 T 、比湿 q （或水汽分压 e ）的函数，那么，气压 P 称为力学参量，气温 T 称为热学参量，比湿 q （或水汽分压 e ）表示湿空气的水汽含量的参量称为湿度参量。如果两个系统的压强相同，那么这两个系统互为力学平衡，也就是说，当这两个系统在绝热的条件下互相接触时，这两个系统互不作膨胀功，这就是系统的压强在热力学上的含义。如果两个系统的温度相同，那么这两个系统互为热平衡，也就是说当这两个系统在各自容积保持不变的条件下互相接触时，这两个系统各自的温度都能够保持不变，这两个系统互不发生热传递（热交换），这就是系统的温度在热力学上的含义，系统的温度表征该系统所处的热平衡状态，也就是说，温度是热平衡状态的标志。

§4 湿度及其各种表述形式

描述在一个空气微团中的水汽含量多少的状态参量，其表述形式分为两类：一类直接描述水汽含量多少的状态参量是绝对湿度、水汽混合比以及比湿，另一类间接描述水汽含量多少的状态参量是水汽分压以及露点。这两类之中所有的状态参量统称湿度参量，或简称湿度，“湿”字是指一块空气所含的水汽。

一、绝对湿度

空气微团所含的水汽密度，它在气象学上称为绝对湿度且记为 a （这以示区别于水汽单独存在时的水汽密度）， $a = M_w / V$ ，其中 M_w 与 V 分别表示一块湿空气所含的水汽质量与该气块的容积。在大气常温范围内，一块处于平衡态的湿空气，其内部的水汽也满足单理想气体状态方程，即有

$$eV = \frac{M_w}{\mu_w} R^* T$$

$$e = \frac{M_w}{V} \frac{R^*}{\mu_w} T$$

$$e = a R_w T$$

$$a = \frac{e}{R_s T}$$

(1-9)

其中 $R_s = R^* / \mu_s = \frac{\mu_a}{\mu_s} \frac{R^*}{\mu_a} = 1.608 R_a$, R_s 为水汽的比气体常量, R_a 为干空气的比气体常量。

(1-9) 式是绝对湿度的计算公式, 其成立条件是一块湿空气处于平衡态。在这个计算公式中, T (它是空气微团的温度, 也是空气微团所含的干空气温度与水汽温度) 和 e (空气微团所含的水汽分压) 都是由气象观测所能知道的状态参量, 因此, 由这个计算公式可以算出绝对湿度 a 。

绝对湿度是直接描述空气微团内部水汽含量的湿度参量, 水汽分压是间接描述空气微团内部水汽含量的湿度参量, 这是因为对于空气微团来说 $M_s = 0$ 、 $a = 0$ 和 $e = 0$ (对于空气团来说, 气温 T 仍然是有意义的, 因此气温并不是湿度参量)。绝对湿度 a 与水汽分压 e 两者的单位不同, 两者的含义不同, 两者不应该混为一谈。一种把水汽分压称为绝对湿度的说法是错误的, 因为绝对湿度相同而温度不同的两块空气的水汽分压是不同的。一种把温度 T 所对应的饱和水汽压 $E(T)$ 当成湿度参量的说法, 这也是错误的, 因为对于空气微团来说温度 T 及其所对应的 $E(T)$ 都是有意义的, 但并不是表示水汽含量。饱和水汽压仅是温度的函数, 饱和水汽压表示空气微团的容纳水汽能力, 它并不表示空气微团实有的水汽含量。对于一个干空气微团来说, 该微团不含水汽, 但是该微团的容纳水汽能力是存在的, 这是因为当一块干空气与液态水互相接触时液态水将不断地转变成成为水汽而容纳在该气块之中。由于饱和水汽压表示一个空气微团的容纳水汽能力, 因此, 与饱和水汽压一一对应的温度 T 是间接表示一个空气微团的容纳水汽能力。若一个空气微团的温度愈高 (该温度所对应的饱和水汽压愈大), 则该微团的容纳水汽能力也愈大。在通常的情况下, 一个空气微团的水汽含量小于该微团的容纳水汽能力, 这意味着空气微团所具有的水汽分压 e 小于该微团的饱和水汽压 $E(T)$, 因此, 把水汽分压与饱和水汽压混为一谈是错误的。在一个空气微团的水汽含量与容纳水汽能力相等的条件下, 虽然水汽分压与饱和水汽压相等, 但这是有条件的相等, 并不是无条件的恒等, 因此, 水汽分压与饱和水汽压两者各自的含义仍然不应该混为一谈。

二、混 合 比

空气微团所含的水汽质量与干空气质量分别为 M_s 与 M_a , M_s/M_a 称为空气微团的水汽混合比且记为 w (简称混合比), 即有定义式 $w = M_s/M_a$ 。由水汽状态方程与干空气状态方程可以得到混合比的计算公式, 推导如下:

$$w = \frac{M_s}{M_a} = \frac{\rho_s}{\rho_a}$$

$$w = \frac{e/R_s T}{p_a/R_a T} = \frac{R_a}{R_s} \frac{e}{p_a} = \frac{R_a}{1.608 R_a} \frac{e}{p_a}$$

$$w = 0.622 \frac{e}{p - e} \quad (1-10)$$

其中 $p = p_d + e$ (这是道尔顿分压定律, 压强为 p 的空气微团内部干空气分压与水汽分压分别为 p_d 与 e)。 (1-10) 式的成立条件是一块湿空气处于平衡态。

三、比 湿

空气微团所含的水汽质量为 M_e 、干空气质量为 M_d 及其总质量为 $M = M_e + M_d$, M_e/M 这个质量分数称为空气微团的比湿且记为 q , 即有定义式 $q \equiv M_e/M \equiv M_e/(M_d + M_e)$ 。比湿的计算公式推导如下:

$$q \equiv \frac{M_e}{M_d + M_e} = \frac{M_e/M_d}{1 + \frac{M_e}{M_d}}$$

$$q \equiv \frac{w}{1 + w} \quad (1-11)$$

$$q \equiv \frac{1}{\frac{1}{w} + 1}$$

$$q = \frac{1}{\frac{p - e}{0.622e} + 1} = \frac{0.622e}{p - e + 0.622e}$$

$$q = \frac{0.622e}{p - 0.378e} \quad (1-12)$$

这个比湿的计算公式的成立条件是一块湿空气处于平衡态。

(1-11) 式表明 q 与 w 一一对应, 由于 $w < 1$ (或 $1 + w \approx 1$), 因此 $q \approx w$, 所以两者经常混用。但是, 严格地说两者仍是有区别的, q 总是小于 w , 即 $q < w$ 。

四、露 点

一块温度数值为 $t(^{\circ}\text{C})$ 的空气, 它实有的水汽分压 (简称水汽压) 为 e 。当它所含的水汽与同温度的液态水 (水汽与液态水的界面为一个面积确定的平面) 互为相变平衡时的平衡水汽压为 E , 由实验和理论都可以证明 E 仅是 $t(^{\circ}\text{C})$ 的函数, 在气象界公认的这个函数形式为 $E = 6.11 \text{ mb} \times 10^{7.5 t / (237.3 + t)}$, 这是经验公式, 其与理论公式的差异很小 (理论公式将在第三章中讨论)。在实际上, 它所含的水汽与同温度的液态水 (两者的界面为平面) 不一定互为相变平衡, 也就是说 e 与 E 也并不一定相等。如果该气块实有的水汽含量等于该气块

的容纳水汽能力, 那么 $e = E$, 这表明该气块所含的水汽对纯液态水平面而言是处于饱和的状态, 也就是该气块所含的水汽与同温度的平表面的纯液态水互为相变平衡; 如果该气块实有的水汽含量小于该气块的容纳水汽能力, 那么 $e < E$, 这表明该气块所含的水汽对纯液态水平面而言是处于未饱和的状态, 也就是该气块所含的水汽与同温的平表面的纯液态水互不相变平衡, 并且有利于液态水转变成成为水汽, 这种转变(相变)称为液态水蒸发; 如果该气块实有的水汽含量大于该气块的容纳水汽能力, 那么 $e > E$, 这表明该气块所含的水汽对纯液态水平面而言是处于过饱和的状态, 也就是有利于水汽转变成成为液态水, 这种相变称为水汽凝结。总之, 该气块所含的水汽对同温的平表面的纯液态水而言是否处于饱和的状态(该气块所含的水汽与同温的平表面的纯液态水是否互为相变平衡)的判断为

$$\begin{aligned} < & \text{水汽处于未饱和的状态 (有利于蒸发)} \\ e = E & \text{水汽处于饱和的状态 (同温的汽液互为相变平衡)} \quad (1-13) \\ > & \text{水汽处于过饱和的状态 (有利于凝结)} \end{aligned}$$

这个判断在气象工作中使用起来并不方便, 为此我们引进(定义)露点, 以 $^{\circ}\text{C}$ 为单位的露点数值记为 t_d , t_d 与水汽压 $e(\text{mb})$ ——对应关系定义为

$$e = 6.11 \text{mb} \times 10^{7.5 t_d / (237.3 + t_d)}$$

或

$$t_d = \frac{237.3}{\frac{7.5}{\lg \frac{e}{6.11 \text{mb}}} - 1} \quad (1-14)$$

这表明露点 $t_d(^{\circ}\text{C})$ 与水汽压 $e(\text{mb})$ ——对应地都是间接描述同一个气块的水汽含量多少的状态参量, 都属于湿度参量。某一气块的露点 $t_d(^{\circ}\text{C})$ 与该气块的温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 、气压 P 都无关, 这是因为该气块的水汽压 e 与该气块的温度、气压都无关, 温度、气压、水汽压是在湿空气状态方程中的三个互相独立的变量。虽然, 水汽压 e 、气压 P 、饱和水汽压 E 的单位都相同, 但是三者各自的含义都不同。虽然, e 所对应的露点 $t_d(^{\circ}\text{C})$ 与 E 所对应的温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 的单位是相同的, 但是 t_d 与 t 两者各自的含义截然不同, e 与 E 不应该混为一谈, t_d 与 t 也不应该混为一谈。对一块干空气来说, 由于这块空气不含水汽, 因此, 露点、水汽压等湿度参量都是毫无意义的; 但是, 温度及其所对应的饱和水汽压对于干空气而言都是有一定的意义, 都是表示干空气的容纳水汽能力。

由定义式(1-14)就可以把这个判断(1-13)式改写为

$$\begin{aligned} < & \text{水汽处于未饱和的状态} \\ t_d = t & \text{水汽处于饱和的状态} \\ > & \text{水汽处于过饱和的状态} \end{aligned}$$

或

$$\begin{array}{ccc}
 & < & \\
 T_a & = & T \\
 & > &
 \end{array}
 \quad \text{同 上} \quad (1-13.1)$$

这是气象常用的判据，它便于使用。

当 $T > T_a$ 时，空气微团所含的水汽处于未饱和的状态，这个空气微团称为未饱和的气块，其内部的水汽称为未饱和的水汽。未饱和的气块与同温的平表面的纯液态水互相接触，该液态水就会发生不断蒸发，致使未饱和的气块所含的水汽不断增加。但必须指出，未饱和的气块与该液态水互相隔开，就不可能使未饱和的气块的水汽含量增加，这表明 $T > T_a$ 是有利于液态水蒸发的必要条件，而并不是蒸发的充分条件。

当 $T < T_a$ 时，气块所含的水汽处于过饱和的状态，这个气块称为过饱和气块，其内部的水汽称为过饱和水汽，过饱和的气块与同温的固体互相接触，其内部的过饱和水汽就会在该固体的平表面上发生不断凝结，致使该过饱和气块所含的水汽不断减少。但必须指出，当过饱和的气块孤立存在（该气块不接触物体）时，就不一定能够使该气块所含的过饱和水汽发生凝结，这表明 $T < T_a$ 是有利于气块所含水汽发生凝结的必要条件，并不是凝结的充分条件。由实验证明水汽分子转变成同分子大小一样的纯水滴所需要的条件是 $e/E > 400\%$ ，也就是说 e 所对应的露点需要远大于 E 所对应的温度。

当 $T = T_a$ 时，气块所含的水汽处于饱和的状态，这个气块称为饱和气块，其内部的水汽称为饱和水汽。饱和气块与同温的平表面的纯液态水互相接触，该气块所含的水汽不会凝结，该液态水也不会蒸发。对饱和气块来说，虽然饱和气块内部的水汽压 e 是难以实测到的，但饱和气块的温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 或 $T(\text{K})$ 是容易实测到的，再由 t 与 E 一一对应关系来推算饱和水汽压 E ，即可以得到饱和气块内部的水汽压 e ，这是因为对饱和气块来说 $e = E$ 。

由定义式 (1-14)，可以制成 $e(\text{mb})$ 与 $t_a(^{\circ}\text{C})$ 之间的换算表。由于温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 与饱和水汽压 $E(\text{mb})$ 一一对应关系在形式上相同于 t_a 与 e 一一对应关系，因此，把在 e 与 t_a 的换算表中的 e 视为 E ，而 t_a 视为 t ，这就是 E 与 t 的换算表。

§5 饱和度及其各种表述形式

描述任一气块的水汽含量与该气块的容纳水汽能力之间偏差程度的物理量，称为饱和度参量，简称饱和度。

一、温度露点差

由 (1-13.1) 式可以改写为

$$\begin{array}{ccc}
 & > & \text{水汽处于未饱和的状态} \\
 T - T_a = t - t_a & = & 0 \quad \text{水汽处于饱和的状态} \\
 & < & \text{水汽处于过饱和的状态}
 \end{array}$$

$(T - T_d)$ 或 $(t - t_d)$ 称为温度露点差, 这是气象上最常用的饱和度参量。气块的温度露点差 $(t - t_d)$ 愈大, 则该气块的未饱和程度愈大。温度露点差 $(t - t_d)$ 既不是温度本身, 也不是露点本身, 显然, 温度露点差既不是热学参量也不是湿度参量。一个气块的温度露点差为零, 这表明该气块是饱和的气块, 其内部的水汽是饱和的水汽。

二、饱和率

由 (1-13) 式可以改写为

$$\begin{array}{lll} < & \text{未饱和的气块} \\ \frac{e}{E} = & 1 \text{ 或 } 100\% & \text{饱和的气块} \\ > & \text{过饱和的气块} \end{array} \quad (1-13.2)$$

e/E 称为饱和率, 这是在云的物理学中常用的名称。一个气块的饱和率 e/E 愈接近 100%, 这表明这个气块愈接近饱和的气块, 其中的水汽含量愈接近这个气块的容纳水汽能力, 也就是说, 这个气块的水汽含量与该气块的容纳水汽能力之间偏差程度愈小。

饱和率与温度露点差的关系如下:

$$\begin{aligned} \frac{e}{E} &= \frac{6.11mb \times 10^{7.5t_d/(237.3+t_d)}}{6.11mb \times 10^{7.5t/(237.3+t)}} \\ &= 10^{\frac{7.5(\frac{t_d}{237.3+t_d} - \frac{t}{237.3+t})}{1}} \\ &= 10^{\frac{7.5(237.3t_d - 237.3t)}{(237.3+t_d)(237.3+t)}} \end{aligned}$$

或

$$\frac{e}{E} = 10^{-7.5 \cdot 237.3(t-t_d)/(237.3+t_d)(237.3+t)}$$

这表明 e/E 与 $(t - t_d)$ 近似地一一对应。如果一个气块的 $(t - t_d)$ 愈大, 那么这个气块的 e/E 愈小, 这表明这个气块的未饱和程度愈大。在气象业务工作中, 使用温度露点差 $(t - t_d)$ 来判别气块 (或薄气层) 的未饱和程度, 这是方便的。

三、饱和差与过饱和度

由 (1-13) 式也可以改写为

$$\begin{array}{lll} > & \text{未饱和的气块} \\ E - e = & 0 & \text{饱和的气块} \\ < & \text{过饱和的气块} \end{array}$$