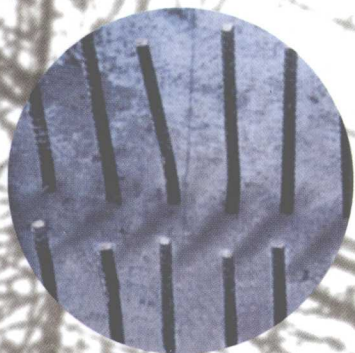


材料力学

黄孟生
编著



河海大学出版社



材 料 力 学

黄孟生 编著

河海大学出版社

08.43.41

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/黄孟生编著. —南京:河海大学出版社,
2001.7

ISBN 7-5630-1592-2

I. 材... II. 黄... III. 材料力学 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 030817 号

书 名 / 材料力学

书 号 / ISBN 7-5630-1592-2/O.95

责任编辑 / 隋亚安

特约编辑 / 陈吉平

封面设计 / 张世立

出 版 / 河海大学出版社

地 址 / 南京市西康路 1 号(邮编:210098)

电 话 / (025)3737852(总编室) (025)3722833(发行部)

经 销 / 江苏省新华书店

印 刷 / 扬中市印刷厂

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16 13.25 印张 330 千字

版 次 / 2001 年 7 月第 1 版 2001 年 7 月第 1 次印刷

印 数 / 1~4500 册

定 价 / 19.20 元(册)

前 言

本书的内容是根据高等学校材料力学基本要求(50~60学时),并结合实际教学情况而定的。本书可作为水利、土建、交通等专业中少学时教学用教材,也可供电大、函授、职大或成人教育的同类专业的师生和自学考试人员使用。

本书在编写过程中考虑到能使学生在有限的学时内切实地掌握材料力学的基本概念、基本理论和基本方法,在内容编排上力求做到由浅入深、循序渐进,突出重点和难点,对教材内容叙述力求达到精练和严密。

本书包括绪论及基本概念、轴向拉伸和压缩、扭转、截面的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态分析和强度理论、组合变形、压杆稳定性、动荷载及交变应力等共十一章。剪切变形和联接件的强度计算并入轴向拉伸和压缩一章中;交变应力与动荷载合并为一章。本书在稳定计算和疲劳强度计算中突出了水利、土建和交通类专业工程中常采用的计算方法。为了培养学生分析问题和解决问题的能力,每章都附有一定数量的习题,并在附录二中给出了习题答案。

书中的符号、量和单位等均按国家标准(GB3100~3102—93)《量和单位》要求实施。

本书由徐道远教授审阅。在编写过程中,其他专家和师生也提出了一些宝贵的意见。在此特向他们致谢。

限于编者水平,本书一定存在不少缺点和不当之处,敬请读者批评指正。

编 者

2001.8

目 录

第一章 绪论及基本概念	(1)
§ 1-1 材料力学的任务	(1)
§ 1-2 材料力学的基本假设	(1)
§ 1-3 材料力学的研究对象、杆件的基本变形	(2)
§ 1-4 内力、截面法和应力	(3)
§ 1-5 位移和应变	(4)
§ 1-6 学习指导	(5)
第二章 轴向拉伸和压缩	(7)
§ 2-1 概述	(7)
§ 2-2 轴力及轴力图	(8)
§ 2-3 横截面上的正应力、应力集中的概念	(9)
§ 2-4 拉(压)杆的变形、虎克定律	(12)
§ 2-5 材料在拉伸与压缩时的力学性质	(16)
§ 2-6 安全系数、容许应力、强度条件	(21)
§ 2-7 拉伸和压缩简单超静定问题	(23)
§ 2-8 拉(压)杆联接件的强度计算	(26)
§ 2-9 学习指导	(31)
习题	(32)
第三章 扭转	(38)
§ 3-1 概述	(38)
§ 3-2 扭矩和扭矩图	(38)
§ 3-3 圆杆扭转时横截面上的应力	(40)
§ 3-4 扭转破坏试验和强度条件	(44)
§ 3-5 圆杆扭转时的变形和刚度条件	(45)
§ 3-6 矩形截面杆的扭转	(46)
§ 3-7 学习指导	(47)
习题	(48)
第四章 截面的几何性质	(51)
§ 4-1 截面的面积矩和形心位置	(51)
§ 4-2 截面的惯性矩和惯性积	(52)
§ 4-3 惯性矩和惯性积的平行移轴公式	(54)

§ 4-4 惯性矩和惯性积的转轴公式、主惯性轴和主惯性矩	(57)
§ 4-5 学习指导	(60)
习题	(60)
第五章 弯曲内力	(62)
§ 5-1 概述	(62)
§ 5-2 弯曲内力——剪力和弯矩	(63)
§ 5-3 剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图	(65)
§ 5-4 弯矩、剪力与分布荷载集度间的关系	(67)
§ 5-5 用叠加法画弯矩图	(71)
§ 5-6 学习指导	(72)
习题	(72)
第六章 弯曲应力	(76)
§ 6-1 弯曲正应力	(76)
§ 6-2 弯曲切应力	(80)
§ 6-3 梁的强度计算	(84)
§ 6-4 梁的合理截面	(87)
§ 6-5 开口薄壁截面的弯曲中心的概念	(88)
§ 6-6 学习指导	(89)
习题	(89)
第七章 弯曲变形	(94)
§ 7-1 挠度和转角概念	(94)
§ 7-2 挠曲线近似微分方程	(94)
§ 7-3 用积分法计算梁的挠度和转角	(95)
§ 7-4 按叠加原理计算梁的挠度和转角	(99)
§ 7-5 梁的刚度校核	(102)
§ 7-6 提高梁的承载能力的措施	(104)
§ 7-7 用变形比较法求解简单超静定梁	(106)
§ 7-8 学习指导	(107)
习题	(107)
第八章 应力状态分析和强度理论	(111)
§ 8-1 应力状态的概念	(111)
§ 8-2 平面应力状态分析	(111)
§ 8-3 梁的主应力和主应力迹线概念	(117)
§ 8-4 三向应力状态下的最大应力、广义虎克定律	(119)
§ 8-5 强度理论的概念	(122)

§ 8-6 五种常用的强度理论·····	(123)
§ 8-7 强度理论的应用·····	(125)
§ 8-8 学习指导·····	(131)
习题·····	(132)
第九章 组合变形 ·····	(137)
§ 9-1 引言·····	(137)
§ 9-2 斜弯曲·····	(137)
§ 9-3 拉伸(压缩)与弯曲的组合·····	(141)
§ 9-4 偏心压缩(拉伸)·····	(143)
§ 9-5 弯曲与扭转的组合·····	(146)
§ 9-6 学习指导·····	(148)
习题·····	(149)
第十章 压杆的稳定性 ·····	(154)
§ 10-1 压杆的稳定性概念 ·····	(154)
§ 10-2 细长压杆的临界压力 ·····	(154)
§ 10-3 欧拉公式的适用范围和中小柔度压杆的临界压力 ·····	(156)
§ 10-4 压杆的稳定计算 ·····	(160)
§ 10-5 增强压杆稳定性的措施 ·····	(164)
§ 10-6 学习指导 ·····	(165)
习题·····	(166)
第十一章 动荷载及交变应力 ·····	(170)
§ 11-1 概述 ·····	(170)
§ 11-2 构件作匀加速直线运动和匀速转动时的应力 ·····	(170)
§ 11-3 构件受冲击时的应力和变形 ·····	(173)
§ 11-4 交变应力和疲劳破坏 ·····	(178)
§ 11-5 交变应力的特性和疲劳极限 ·····	(180)
§ 11-6 构件的疲劳计算 ·····	(181)
§ 11-7 学习指导 ·····	(183)
习题·····	(184)
附录一 型钢表 ·····	(187)
附录二 习题答案 ·····	(197)

第一章 绪论及基本概念

§ 1-1 材料力学的任务

所有的工程结构和机械结构都是由许多部件组成的。例如房屋建筑物中的梁、板、立柱和机器中的轴、连杆等,这些部件统称为构件。为了保证工程结构能安全和正常地工作,必须对构件进行设计,即选择合适的尺寸和材料,使之满足下列三个方面的要求。

1. 强度要求 构件抵抗破坏的能力称为强度。构件在外力作用下必须拥有足够的强度才不致发生破坏。

2. 刚度要求 构件抵抗变形的能力称为刚度。在某些情况下,构件虽拥有足够的强度,但若变形过大,也会影响结构的正常使用。例如吊车梁,若其弯曲变形过大,行车时梁会产生较大的振动,影响吊车的正常运行。因此,设计时,必须使这类构件有足够的刚度。

3. 稳定性要求 所谓稳定性是指构件在外力作用下,具有保持原有平衡形式的能力。例如某些受压构件,当所受压力大到某一程度时,压杆会丧失原来的直线平衡形式,变弯甚至折断,从而导致整个结构的破坏。因此,构件在外力作用下,必须保证其平衡形式是稳定的。

为了满足上述要求,一方面必须从理论上分析和计算构件受外力作用引起的内力、应力和变形,建立起强度、刚度和稳定性计算的方法和条件;另一方面,构件的强度、刚度、稳定性与材料的力学性质有关,不同材料的力学性质,需要通过试验确定。此外,理论分析要依靠观察实际现象进行抽象简化建立起“力学模型”,而所得结果的可靠性又要用试验来检验;在有些情况下,有些理论上无法解决的复杂问题,更需要借助试验来进行分析。因此,理论分析和试验研究是材料力学中不可分割的内容。

总而言之,材料力学的任务是通过理论和实验两方面,研究构件的内力、应力、变形及破坏规律,并在此基础上进行强度、刚度和稳定性计算,以便合理地选择构件的几何尺寸和材料。

设计构件尺寸和选用材料时,首先要满足安全方面的条件,其次要考虑经济方面的要求,即尽量降低材料的消耗和成本。

§ 1-2 材料力学的基本假设

材料力学的研究对象是受力后能变形的物体,这类物体称为变形固体。变形固体受力后的物理性态是多种多样的。为便于进行强度、刚度和稳定性分析,对变形固体作如下假设:

1. 连续性假设 物体内部充满了物质,没有任何空隙。实际上,工程材料中均存在不同程度的空隙,但只要这些空隙的大小比物体的尺寸小很多,连续性假设是可以成立的。

2. 均匀性假设 物体内各部分的力学性质都是相同的。对于实际材料,其力学性质总是或多或少地存在不均匀性。如混凝土由石块、砂及水泥组成,它们的性质各异,但由于这些组成物质的大小和物体尺寸相比很小,而且排列也是随机的,从宏观上看,可以将物体的性质看作是各组成部分性质的统计平均量,而认为物体的性质是均匀的。

3. 各向同性体 材料各个方向的力学性质相同。从统计学的观点,大多数材料都可认为是各向同性的,如铸铁、钢、混凝土等。不具有各向同性性质的材料称为各向异性材料。如经过辗压的钢材和木材,只在一定方向上才具有相同的力学性质,而在不同方向上的力学性质并不相同。

材料力学除了采用以上假设外,主要研究下列范围内的变形固体。

1. 线弹性体 材料在弹性范围内,且变形与力呈线性关系的物体。所谓弹性,是指物体在外力作用下产生了变形,而当外力完全撤去后能恢复原状的性质。

2. 小变形体 物体受力后,其尺寸和形状的变化较物体几何尺寸小得多的物体。在小变形情况下,研究构件在外力作用下的平衡问题时,均可忽略这种小变形,使分析计算工作大为简化。

§ 1-3 材料力学的研究对象、杆件的基本变形

一、材料力学的研究对象

构件按几何形状可分为杆、板和壳、块体三大类,而材料力学主要研究杆(或杆件)。杆件是一个方向尺寸远远大于另两个方向尺寸的构件,如房屋建筑中的梁、柱及汽缸中的活塞连杆等。其几何特征由横截面和轴线来描述(见图 1-1)。根据轴线的形状,杆件可分为直杆和曲杆;根据横截面沿轴线的变化情况,杆件可分为等截面杆和变截面杆。材料力学主要研究等截面直杆。等截面直杆简称等直杆。

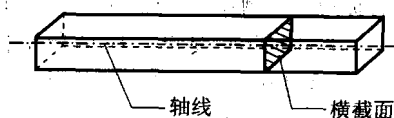


图 1-1

二、杆件的基本变形

在各种形式的外力的作用下,杆件的变形形式是多种多样的,但不外乎是某一种基本变形或几种基本变形的组合。杆的基本变形可分为:

1. 轴向拉伸和压缩 外力合力的作用线与杆轴线重合,杆的变形主要是轴线方向长度将伸长或缩短,如图 1-2(a),(b)所示。

2. 扭转 直杆在垂直于轴线的平面内,受到平衡力偶系作用时,各横截面将产生相对转

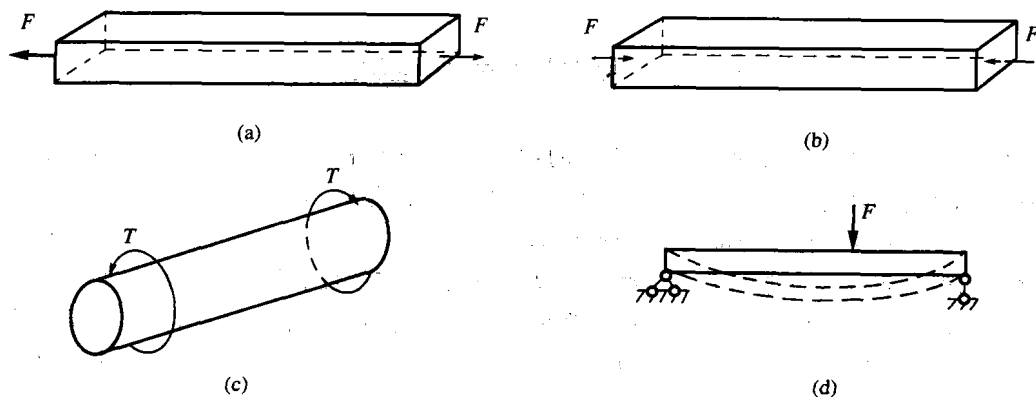


图 1-2

动,如图 1-2(c)所示。

3. 弯曲 杆受到垂直于轴线的外力或包含轴线的平面内的力偶作用,杆的轴线将弯成曲线,横截面也将产生转动,如图 1-2(d)所示。

工程上的杆件受力后,可能只产生上述一种基本变形,也可能是两种以上基本变形的组合。本书先研究杆件的各种基本变形问题,然后研究组合变形问题。

§ 1-4 内力、截面法和应力

一、外力

作用在杆件上的外力,包括荷载和约束反力两大类。外力按其作用方式可分为体积力和表面力。体积力是分布作用在杆件整个体积内各质点上的力。如杆的自重。表面力是分布作用在杆件表面的力。作用面积若很小,则称为集中力;若作用面积较大,则称为面分布力。若分布集度均匀,则称为均布力。若分布集度是变化的,则称为非均布力,如大坝上游面的水压力等。

外力按作用性质可分为静荷载和动荷载。静荷载是指由零缓慢地增加至最终值以后不变的荷载。动荷载是指随时间作急剧变化的荷载。

二、内力

物体内部相邻部分之间相互的作用力称为内力。当物体受外力作用后,原有的相互作用力会发生改变,这一改变量称为附加内力。材料力学中所研究的正是这种附加内力,以后简称为内力。它是物体在外力作用下抵抗变形的抗力。外力增加时内力也增加,当内力超过某一限度后,杆件就会发生破坏。

三、截面法

为了显示和计算杆件的某一截面上的内力,可使用截面法。一杆(图 1-3(a)),在外力作用下处于平衡状态,现用截面法求 $m-m$ 截面上的内力。步骤如下:

1. 假想用一平面把杆沿 $m-m$ 截面切开,使杆分为 B 和 C 两部分;

2. 留取任一部分(如 B 部分)为脱离体,如图 1-3(b)。

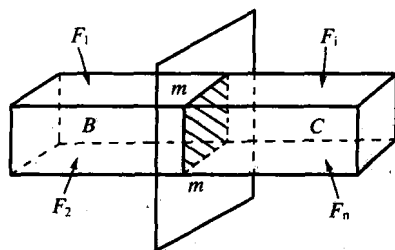
3. 在留取的 B 部分上,除了保留作用在这一部分上的外力外,还有 C 部分对 B 部分的作用力,这就是 $m-m$ 截面上的内力。在一般情况下,截面上的分布内力可以合成为一个力和一个力偶。

4. 由于原杆处于平衡状态,因此 B 部分也处于平衡状态。利用平衡条件,即可求得 $m-m$ 截面上内力的大小。

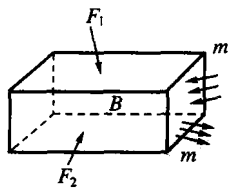
同样可取 C 部分为脱离体求得 $m-m$ 截面上的内力。由 B 部分求得的 $m-m$ 截面上的内力与由 C 部分求得的 $m-m$ 截面上的内力,必定大小相等,方向相反。

四、应力

实际杆件的破坏总是从某些点开始的,因此要判断杆是否会破坏,只求出截面上分布内力



(a)



(b)

图 1-3

的合力(力和力偶)是不够的,必须进一步研究截面上各点处分布内力的集度。为此,必须引入应力的概念。

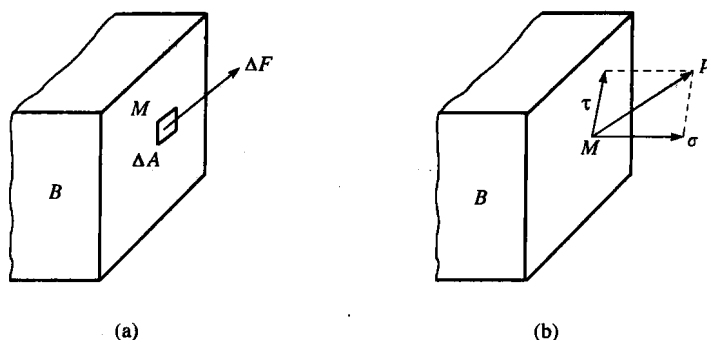


图 1-4

研究某截面上任一点 M 的应力的方法是:在 M 点周围取一微面积 ΔA ,如图 1-4(a)所示,设 ΔA 上内力合力为 ΔF , $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ 称为面积 ΔA 上的平均内力集度,即平均应力,如令 $\Delta A \rightarrow 0$,则比值 $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ 的极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

表示 M 点的分布内力的集度,称为 M 点的应力。一般情况下, p 既不与截面相切,也不与截面相垂直。应用上通常将 p 分解成两个分量,如图 1-4(b)所示,一个是垂直于截面的分量,用 σ 表示,称为正应力,它是截面上法向内力的集度;另一个是平行于截面的分量,用 τ 表示,称为切应力,是截面切向内力的集度。今后只计算正应力和切应力而不计算总应力。

应力的量纲是 $L^{-1}MT^{-2}$ 。在国际单位制中,应力的单位名称是帕[斯卡],符号为 Pa。也可用兆帕(MPa)或吉帕(GPa)表示, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$, $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$ 。

§ 1-5 位移和应变

一、位移

物体受力后,其形状和尺寸都要发生变化。描述受力后物体中某一点、某条线或某个面相对于原来位置的改变的物理量称为位移。

位移可分为线位移和角位移。线位移为物体中某一点相对于原来位置所移动的直线距离,如图 1-5 中 A 点的线位移为 $\overline{AA'}$;角位移为物体中某一直线或平面相对于原来位置所转过的角度,如图 1-5 中左端截面所转过的角度 θ 。

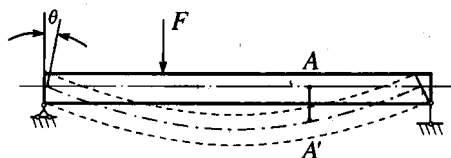


图 1-5

二、应变

线位移和角位移只有在一定的条件下才能表示杆的变形。因为刚体运动也会使物体具有位移。为了确切地表示杆件的变形程度,需要引进一个新的概念——应变。

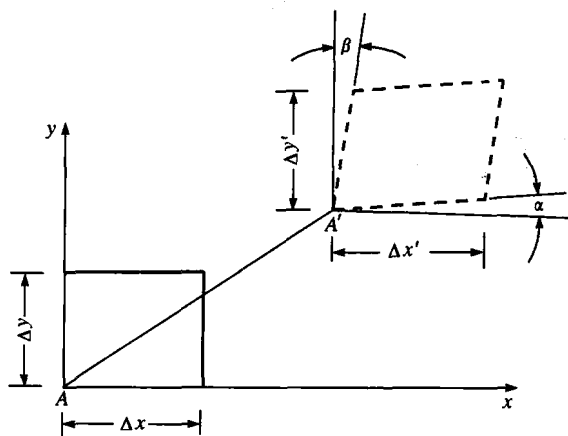


图 1-6

设在物体内任一点 A 处取一微小的长方体,如图 1-6(图中厚度未画出)所示,当物体受力后, A 点移动到 A' 点,且长方体的尺寸和形状都发生变化,它们可由下面两种应变来描述:

线应变 线段长度的改变称为线变形。如图 1-6 中的 $\Delta x' - \Delta x$ 和 $\Delta y' - \Delta y$ 。线应变 ϵ 的定义为

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} \quad \epsilon_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta y' - \Delta y}{\Delta y}$$

表示 A 点在 x 和 y 方向的线应变。

切应变 通过一点的相互垂直的两线段之间所夹直角的改变量,用 γ 表示。如图 1-6 中,当 $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$ 时直角的改变为切应变:

$$\gamma = \alpha + \beta$$

线应变 ϵ 和切应变 γ 均为无量纲量。

§ 1-6 学习指导

1. 本章重点,首先要明确材料力学的任务,因材料力学各章研究的内容都是为完成这个任务而设置的;其次,要了解材料力学的基本假设和研究范围,这是材料力学理论建立的前提和适用范围,它们在整个研究过程中起着重要的作用。

2. 本章阐述的内力、截面法、应力、变形和应变等概念,是贯穿全书的基本概念。本章的学习可为以后各章学习打好基础。

3. 截面法是材料力学求内力的基本方法。由于材料力学研究的杆件,在受力后要产生变形,因此,理论力学中关于平衡的原理,如力的可传性原理、力偶在其作用平面内任意搬移原理和等效力系原理,在截面法求内力截开之前不能用。如图 1-7(a)所示,受均匀分布荷载的梁,若将分布力用等效的集中力来代替,如图 1-7(b)所示,对梁的平衡及支座反力求解均无影响,但由截面法可知,梁同一截面的内力值却发生了变化。

4. 杆件的三种基本变形形式,要分清它们的外力作用条件和变形特征,以便正确区别和判断。

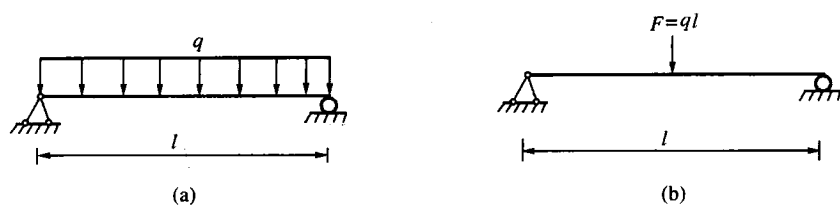


图 1-7

第二章 轴向拉伸和压缩

§ 2-1 概 述

直杆是工程上最常遇到的构件。有些直杆在外力作用下,主要在轴线方向产生伸长或缩短变形。如图 2-1(a)中桁架的各杆及支承桁架的柱子,图 2-1(b)中连杆机构中的连杆等。

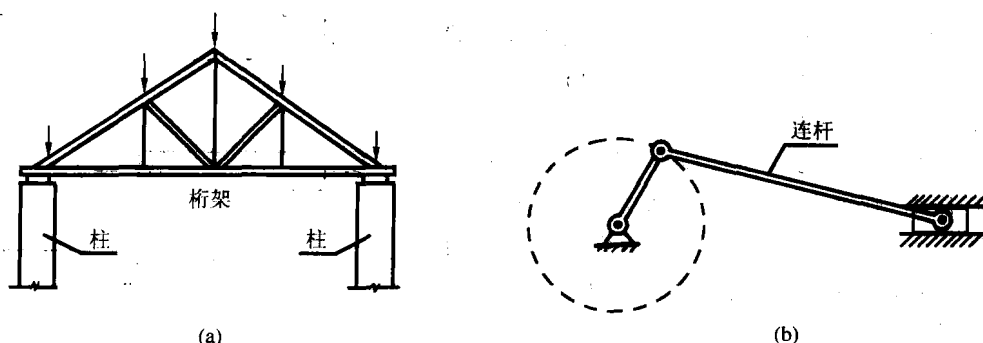


图 2-1

这些杆件,尽管端部的连接方式各异,但根据其受力和约束的情况,均可简化为图 2-2 所示的力学计算简图。其外力和变形特点是:

外力特点 外力的合力作用线与杆件的轴线重合。

变形特点 杆主要在轴线方向产生伸长变形或缩短变形,同时在横向(垂直于轴线的方向)产生缩小或增大。

杆的这种变形形式称为轴向拉伸或轴向压缩,如图 2-3 所示。

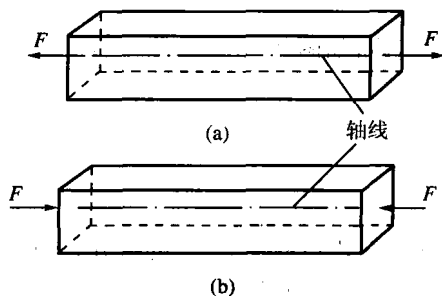


图 2-2

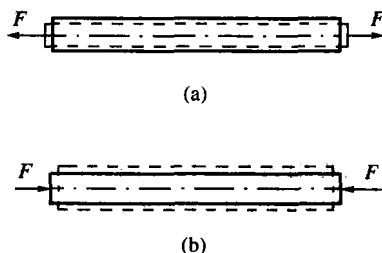


图 2-3

本章研究杆件在轴向拉伸和压缩时的内力、应力和变形计算,材料的力学性质,以及拉(压)杆件及其联接件强度计算的基本概念和方法。

§ 2-2 轴力及轴力图

为了计算拉压杆的应力和变形,首先需要计算杆件横截面上的内力。

一、轴力的计算

设一拉杆 AB 如图 2-4(a) 所示,求横截面 $m-m$ 上的内力可应用截面法。假想沿 $m-m$ 面将杆切开,留取左边一段杆,如图 2-4(b) 所示。在该段上除外力 F 外,还有横截上的内力 F_N 。由该段杆的平衡方程 $\sum F_x = 0$,求得

$$F_N = F$$

F_N 称为轴力。为了使由左、右两段杆求得的同一截面上的轴力,不但大小相等,而且具有相同的正负号,对轴力正负号作如下规定:当轴力 F_N 的方向与截面的外法线方向一致,使杆拉伸,则轴力为正号;反之使杆压缩,则轴力为负号。当轴力的正负号规定之后,求 $m-m$ 截面上的轴力,也可取 AB 杆右段(图 2-4(c))考察其平衡,同样可求得 $F_N = F$,而且正负号也相同。

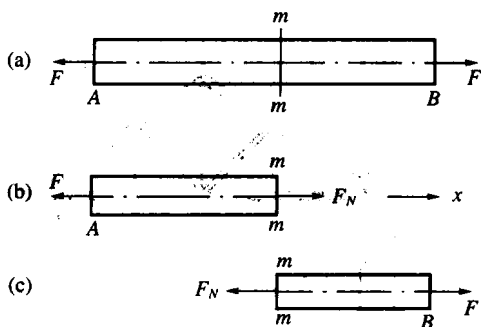


图 2-4

二、轴力图

在工程中,有时会有沿杆轴线受多个外力作用的杆。显然,这种杆在不同的杆段内将有不同的轴力。

为了直观地反映出杆各截面上轴力沿轴线的变化规律,并能找出最大轴力及其所在的截面,通常需要画出杆的轴力图。即以平行于杆轴线的坐标轴为横坐标,其上各点表示横截面的位置,以垂直于杆轴线的纵坐标表示横截面上的轴力,所画出的图线即为轴力图。现以例题来说明轴力图的画法。

例 2-1 求图 2-5(a) 所示 AD 杆的轴力并画轴力图。

解: 在求解 AD 杆的轴力时,首先求出各段的轴力。

CD 段 沿任意截面 1-1 处截开,取右段杆为脱离体,如图 2-5(b)。由 $\sum F_x = 0$ 的平衡条件,得

$$F_{N_1} = 10 \text{ kN} \quad (\text{拉力})$$

结果为正,说明轴力与假设方向相同,即为拉力。

用上述相同的方法,在 BC 段沿截面 2-2 处截开, AB 段沿截面 3-3 处截开。各脱离体见图 2-5(c)、(d)。仍由 $\sum F_x = 0$ 得 BC 段和 AB 段杆内的轴力分别为

$$F_{N_2} = 10 - 20 = -10 \text{ kN} \quad (\text{压力})$$

$$F_{N_3} = 10 - 20 - 10 = -20 \text{ kN} \quad (\text{压力})$$

F_{N_2} 和 F_{N_3} 是负值,说明轴力与假设方向相反,即为压力。

有了各段的轴力,就可以画出 AD 杆的轴力图,如图 2-5(e) 所示。

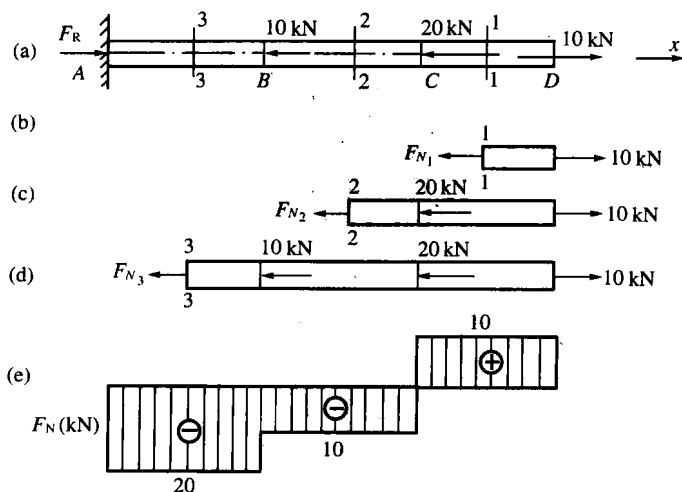


图 2-5

由轴力图可见, AD 杆的最大轴力

$$|F_N|_{\max} = 20 \text{ kN}$$

发生在 AB 段。

对于等截面直杆而言, 具有最大轴力的截面称为危险截面。

根据以上计算, 可以归纳出轴力的计算规则为: 某一截面上的轴力, 在数值上等于该截面任一侧杆上所有外力的代数和; 轴力以拉为正, 压为负。

轴力图的绘制步骤可归纳为如下四点:

1. 根据杆件受力的变化情况将杆分段, 逐段计算杆的轴力;
2. 在受力图下方取平行于杆轴线的坐标 x 为轴力图基线, 表示杆各横截面的位置; 取垂直于基线的坐标 F_N 表示杆对应截面上的轴力;
3. 按选定的比例, 将杆各段的轴力绘在上述的坐标系中;
4. 在轴力突变处标出轴力大小和单位, 并将轴力的正负号标出。

§ 2-3 横截面上的正应力、应力集中的概念

一、横截面上的正应力

上节所求的轴力, 是拉压杆横截面上内力的合力。实际上, 要进行强度计算, 还需要知道横截面上各点应力的大小和性质。这就要了解横截面上的应力分布。应力分布和杆的变形情况有关。因此, 需要通过实验观察从几何方面找出变形规律, 进而确定应力分布规律, 最后才能得到横截面上各点的应力计算公式。下面进行具体推导。

(一) 几何方面

取一根等截面直杆, 未受力之前, 在杆的表面画上许多等距离的与杆轴线平行的纵线和与杆轴线垂直的横线; 然后在杆的两端施加一对拉力 F , 使杆产生拉伸变形, 如图 2-6(a) 所示。可以观察到, 杆变形后, 其上的纵线和横线仍保持为直线, 纵线仍然平行于轴线; 横线仍垂直于

轴线,但产生了平行移动,如图中的虚线所示。

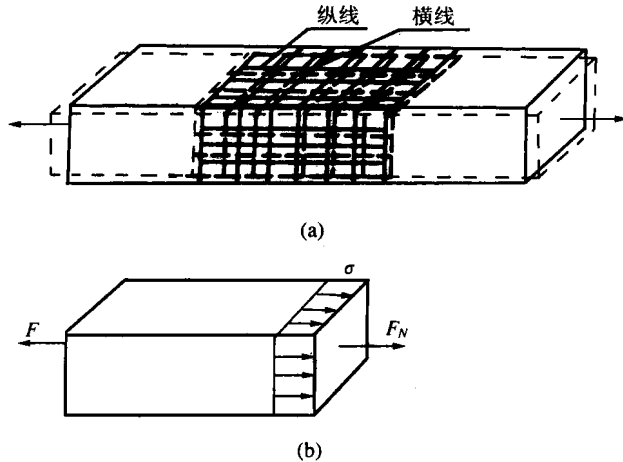


图 2-6

横线是横截面的周线,因此,根据横线的变形现象,可作如下假设:

变形前为平面的横截面,变形后仍保持为平面,并且仍垂直于杆轴线,各相邻横截面间只产生相对的平移。这个假设称为平面假设。

由平面假设可知,任意两横截面间的所有纵线的变形相同,如果把这些纵线看成“纵向纤维”,这些纵向纤维变形均相同,且这些纵向纤维的原长相同,因此,截面上各点的线应变应该相等,即

$$\epsilon = c \quad (\text{常数})$$

此式称为轴向拉压杆变形的几何方程,它反映了截面上各点变形之间的几何关系。

(二) 物理方面

根据物理学知识,当变形为线弹性时,力与变形成正比,因为各“纵向纤维”的线应变相同,可以推知横截面上各点的正应力也相同,即横截面上各点的正应力为均匀分布,即

$$\sigma = c \quad (\text{常数})$$

(三) 静力学方面

由静力学求合力的方法,将图 2-6(b)横截面上的正应力合成一合力,该合力必为横截面上的轴力 F_N ,即

$$F_N = \int_A \sigma dA = \sigma A$$

从而得

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-1)$$

上式即为拉压杆横截面上正应力公式。式中 A 为横截面面积, F_N 为对应截面上的轴力。

二、正应力公式讨论

1. σ 的大小与杆横截面的形状无关,即不论横截面是什么形状的杆件,只要是拉压杆,公式(2-1)均可适用。